

Câu 1 (1,5 điểm)

a) Tìm điều kiện của x để biểu thức $A = \sqrt{x-1}$ có nghĩa. / $x \geq 1$

b) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức $B = \sqrt{9} - \sqrt{4} + \sqrt{16}$. / 5

c) Rút gọn biểu thức $C = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x+2}} - \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 4$. / 1

Câu 2 (1,5 điểm)

a) Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$. / 2, 1

b) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = x - m$. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. / $y=2, x=0$

Câu 3 (1,0 điểm)

Một người đi xe đạp với vận tốc không đổi từ A đến B cách nhau 36 km. Trên cùng tuyến đường đó, khi đi từ B trở về A, người này đi với vận tốc lớn hơn 3 km/h so với vận tốc khi đi từ A đến B vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi là 36 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B. / $12, 15$

Câu 4 (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m+3)x + 2m + 1 = 0$ (1) (với x là ẩn số).

a) Giải phương trình (1) khi $m = -2$. / $x_1 = 3; x_2 = -1$

b) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m . / $x \geq 2$

c) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn:

$$x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 - 2x_2 = 10. /$$

Câu 5 (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, $AB > AC$ và nội tiếp đường tròn (O). Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A cắt đường thẳng BC tại D. Gọi E là hình chiếu vuông góc của O trên đường thẳng BC.

a) Chứng minh AOED là tứ giác nội tiếp. /

b) Đường tròn ngoại tiếp tứ giác AOED cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F (F không trùng với A). Chứng minh DF là tiếp tuyến của đường tròn (O) và $\frac{AB}{AC} = \frac{FB}{FC}$. / $AB \cdot FC = FB \cdot AC$

c) Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại G. Chứng minh ba điểm A, F, G thẳng hàng.

Câu 6 (1,0 điểm)

Cho tam giác OBC vuông tại O. Nếu quay tam giác OBC một vòng quanh cạnh OB cố định thì được một hình nón có thể tích bằng $800\pi \text{ cm}^3$. Nếu quay tam giác OBC một vòng quanh cạnh OC cố định thì được một hình nón có thể tích bằng $1920\pi \text{ cm}^3$. Tính OB và OC.

———— HẾT ————

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:
Chữ ký của Cán bộ coi thi 1: Chữ ký của Cán bộ coi thi 2:

Câu 1

a)

Biểu thức $A = \sqrt{x-1}$ có nghĩa khi $x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$

Vậy biểu thức A có nghĩa khi $x \geq 1$.

b)

Ta có:

$$B = \sqrt{9} - \sqrt{4} + \sqrt{16}$$

$$B = \sqrt{3^2} - \sqrt{2^2} + \sqrt{4^2}$$

$$B = 3 - 2 + 4$$

$$B = 5$$

Vậy $B = 5$.

Câu 2

a)

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ y = x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$.

b)

Đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 nên đường thẳng (d) đi qua điểm (0; 2).

Thay $x = 0, y = 2$ vào phương trình đường thẳng (d) ta được: $2 = 0 - m \Leftrightarrow m = -2$.

Vậy $m = -2$.

Câu 3

Đổi 36 phút = $\frac{3}{5}$ giờ.

Gọi vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B là x (km/h) ($x > 0$)

Vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ B trở về A là $x + 3$ (km/h)

Thời gian người đi xe đạp đi từ A đến B là: $\frac{36}{x}$ (h)

Thời gian người đi xe đạp đi từ B trở về A là: $\frac{36}{x+3}$ (h)

Vì thời gian về ít hơn thời gian đi là 36 phút = $\frac{3}{5}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned}\frac{36}{x} - \frac{36}{x+3} &= \frac{3}{5} \\ \Leftrightarrow \frac{180(x+3)}{5x(x+3)} - \frac{180x}{5x(x+3)} &= \frac{3x(x+3)}{5x(x+3)} \\ \Rightarrow 180(x+3) - 180x &= 3x(x+3) \\ \Leftrightarrow 180x + 540 - 180x &= 3x^2 + 9x \\ \Leftrightarrow 3x^2 + 9x - 540 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + 3x - 180 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 - 12x + 15x - 180 &= 0 \\ \Leftrightarrow x(x-12) + 15(x-12) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-12)(x+15) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \text{ (tm)} \\ x = -15 \text{ (ktm)} \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B là 12 km/h.

Câu 4

a)

Thay $m = -2$ vào phương trình (1) ta có:

$$x^2 - 2(-2+3)x + 2 \cdot (-2) + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0.$$

Ta có $a - b + c = 1 - (-2) + (-3) = 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{-c}{a} = 3 \end{cases}$.

Vậy khi $m = -2$ thì tập nghiệm của phương trình là $S = \{-1; 3\}$.

b)

Ta có:

$$\begin{aligned} \Delta' &= [-(m+3)]^2 - 2m - 1 \\ &= m^2 + 6m + 9 - 2m - 1 \\ &= m^2 + 4m + 8 \\ &= (m+2)^2 + 4 \geq 4, \forall m \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Delta' > 0, \forall m.$$

Vậy phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .

c)

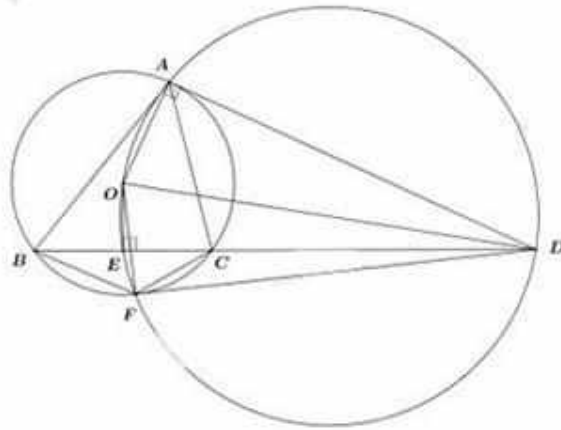
Theo định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+3) \\ x_1 \cdot x_2 = 2m+1 \end{cases}$

Theo bài ra ta có:

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 - 2x_2 &= 10 \\ \Leftrightarrow (x_1^2 + x_2^2) - 2(x_1 + x_2) &= 10 \\ \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) &= 10 \\ \Leftrightarrow [2(m+3)]^2 - 2 \cdot (2m+1) - 2 \cdot 2(m+3) &= 10 \\ \Leftrightarrow 4(m^2 + 6m + 9) - 4m - 2 - 4m - 12 &= 10 \\ \Leftrightarrow 4m^2 + 16m + 12 &= 0 \\ \Leftrightarrow m^2 + 4m + 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow m^2 + m + 3m + 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow m(m+1) + 3(m+1) &= 0 \\ \Leftrightarrow (m+1)(m+3) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -3 \end{cases} (m) \end{aligned}$$

Vậy $m = -3$ hoặc $m = -1$ là giá trị cần tìm.

Câu 5



a)

Vì AD là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A nên $OA \perp AD \Rightarrow \angle OAD = 90^\circ$.

Vì E là hình chiếu vuông góc của O trên BC $\Rightarrow \angle OED = 90^\circ$.

Xét tứ giác AOED có: $\angle OAD + \angle OED = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

$\Rightarrow AOED$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°).

b)

Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác AEOD có $\angle OAD = 90^\circ \Rightarrow \angle OAD$ nội tiếp chắn nửa đường tròn.

$\Rightarrow OD$ là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác AEOD.

$\Rightarrow \angle OFD = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow DF \perp OF$ tại F, với OF là một bán kính của (O).

Vậy DF là tiếp tuyến của (O) tại F.

Câu 6

Khi quay tam giác OBC một vòng quanh cạnh OB ta được khối nón có bán kính đáy bằng OC, chiều cao bằng OB.

Thể tích hình nón tạo thành khi quay tam giác OBC quanh cạnh OB là: $\frac{1}{3}\pi \cdot OC^2 \cdot OB = 800\pi$

$$\Rightarrow OB \cdot OC^2 = 2400 \Rightarrow OB = \frac{2400}{OC^2}$$

Khi quay tam giác OBC một vòng quanh cạnh OC ta được khối nón có bán kính đáy bằng OB, chiều cao bằng OC.

Thể tích hình nón tạo thành khi quay tam giác OBC quanh cạnh OC là: $\frac{1}{3}\pi \cdot OB^2 \cdot OC = 1920\pi$

$$\Rightarrow OB^2 \cdot OC = 5760$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2400}{OC^2}\right)^2 \cdot OC = 5760$$

$$\Rightarrow \frac{2400^2}{OC^3} = 5760$$

$$\Rightarrow OC^3 = 1000$$

$$\Rightarrow OC = 10$$

$$\Rightarrow OB = \frac{2400}{OC^2} = \frac{2400}{10^2} = 24$$

Vậy $OB = 24\text{cm}$, $OC = 10\text{cm}$.

Đề thi tuyển sinh lớp 10 môn Toán chuyên Kiên Giang 2023

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
KIÊN GIANG

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề có 04 trang)

KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2023-2024

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 Phút; không kể thời gian phát đề
Ngày thi: 03/6/2023

Mã đề 002

I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm, gồm 15 câu hỏi trắc nghiệm một lựa chọn)

Thí sinh kẻ bảng sau đây vào giấy thi và điền đáp án của câu hỏi tương ứng

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Đáp án															

Câu 1: Cho biểu thức $A = \sqrt{4x^2}$, với $x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $A = 2x$.

B. $A = -2x$.

C. $A = 2|x|$.

D. $A = 4x$.

Câu 2: Điều kiện nào của tham số m để hàm số $y = (m-1)x + 1$ là hàm số bậc nhất?

A. $m \neq 0$.

B. $m \neq 1$.

C. $m > 1$.

D. $m = -1$.

Câu 3: Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 + 3x - 10 = 0$. Khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng

A. -5 .

B. $\frac{3}{2}$.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. 5 .

Câu 4: Logo của trường THPT Chuyên Huỳnh Mãn Đạt có hai đường tròn đồng tâm (xem hình). Biết bán kính đường tròn lớn là R và bán kính đường tròn nhỏ là r . Diện tích hình vành khăn (phần hình phẳng chứa dòng chữ "TRƯỜNG THPT CHUYÊN HUYNH MÃN ĐẠT") bằng

A. $\pi(R^2 - r^2)$.

B. $2\pi(R - r)$.

C. $\pi(R - r)$.

D. $2\pi(R^2 - r^2)$.

Câu 5: Hàm số nào sau đây đồng biến khi $x > 0$?

A. $y = 3x^2$.

B. $y = (\sqrt{2} - \sqrt{3})x^2$.

C. $y = -x^2$.

D. $y = -2x^2$.

Câu 6: Một nông dân trồng măng cụt ở huyện Giồng Riềng, tỉnh Kiên Giang cho biết: Năm 2022 sản lượng tăng 30% so với vụ mùa năm 2021. Biết rằng sản lượng năm 2022 của nhà nông dân đó là 17 tấn/năm, vậy sản lượng năm 2021 là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

A. 14 tấn/năm.

B. 13 tấn/năm.

C. 5 tấn/năm.

D. 12 tấn/năm.

Câu 7: Cho đường tròn (O) , bán kính bằng 3, có $\widehat{BAx} = 30^\circ$, tia Ax là tiếp tuyến của đường tròn tại điểm A (xem hình vẽ). Đoạn AB bằng

A. 6.

B. 2.

C. 3.

D. 5.



Câu 8: Mặt trăng là một vệ tinh của trái đất, có hình cầu, với bán kính khoảng 1737 km. Diện tích bề mặt của mặt trăng gần với giá trị nào sau đây?

- A. 9478716 km². B. 18957431 km².
C. 37914864 km². D. 12638288 km².



Câu 9: Tập nghiệm của phương trình $-x^2 + 9 = 0$ là

- A. $S = \{-3; 3\}$. B. $S = \{-3\}$. C. $S = \{1; 3\}$. D. $S = \{3\}$.

Câu 10: Một bồn chứa nước có dạng hình trụ có dung tích 1000 lít, chiều cao 9 dm. Hỏi đường kính đáy của bồn gần nhất với giá trị nào sau đây? (Biết rằng 1 lít = 1 dm³).

- A. 11,9 dm. B. 5,9 dm.
C. 35,4 dm. D. 8,4 dm.



Câu 11: Cho phương trình $x^2 - (m^2 + 1)x + 3m = 0$. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để phương trình nhận $x = 3$ làm nghiệm bằng

- A. 3. B. 2. C. 1. D. -1.

Câu 12: Gọi $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = -7 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$. Giá trị của biểu thức

$P = 5x_0 - y_0$ bằng

- A. $P = 0$. B. $P = -24$. C. $P \neq -10$. D. $P = 10$.

Câu 13: Biết rằng đường thẳng $y = 3x + b$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2.

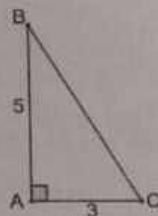
Khi đó hệ số b bằng

- A. 6. B. -2. C. 2. D. -6.

Câu 14: Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB = 5, AC = 3$.

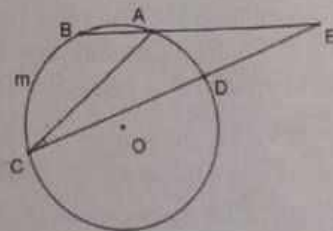
Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cos C = \frac{3}{5}$. B. $\cot C = \frac{5}{3}$.
C. $\tan C = \frac{5}{3}$. D. $\sin C = \frac{5}{3}$.



Câu 15a Cho đường tròn (O) có $\widehat{ACD} = 20^\circ$, tam giác ACE cân tại A (xem hình vẽ). Số đo của cung \widehat{BmC} bằng

- A. 90° . B. 50° .
C. 40° . D. 80° .



II. TỰ LUẬN (7 điểm, gồm có 5 bài)

Bài 1 (1,5 điểm):

- a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$

b) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{1}{\sqrt{a-1}} + \frac{1}{\sqrt{a+1}} \right) \left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right)$, với $a > 0, a \neq 1$.

Bài 2 (1,5 điểm):

a) Biết phương trình $x^2 - (m-1)x - 2 = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi số thực m . Với giá trị nào của m thì biểu thức $S = x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

b) ChatGPT và TikTok đang là hai ứng dụng được nhiều nước sử dụng. Thời điểm mới ra mắt, cả hai công ty quản lý hai ứng dụng này đạt chỉ tiêu đạt 100 triệu người dùng trong một khoảng thời gian nhất định. Biết thời gian hoàn thành chỉ tiêu này của TikTok nhiều hơn ChatGPT là 7 tháng. Nếu cả hai công ty cùng hợp tác làm chung thì trong 1,5 tháng sẽ hoàn thành được $\frac{11}{12}$ chỉ tiêu. Hỏi thời gian để mỗi công ty đạt được chỉ tiêu trên là bao nhiêu tháng?



Bài 3 (1,5 điểm): Cho $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + \frac{3}{2}$.

a) Vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ Oxy .

b) Gọi $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ là tọa độ giao điểm của (P) và (d) . Tính giá trị của biểu thức $A = x_1 x_2 + y_1 + y_2$.

Bài 4 (2 điểm): Cho đường tròn (O) . Từ điểm M nằm ngoài (O) , vẽ hai tiếp tuyến MA, MC với đường tròn (O) là hai tiếp điểm.

a) Chứng minh tứ giác $AMCO$ nội tiếp.

b) Vẽ đường kính AB của đường tròn (O) . Đường thẳng BM cắt (O) tại $N (N \neq B)$.

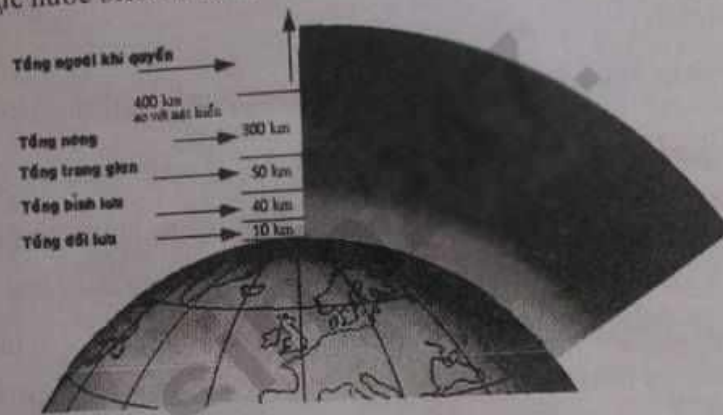
Chứng minh $MA^2 = MB \cdot MN$.

c) Kẻ $CD \perp AB (D \in AB)$. Gọi I là giao điểm của OM và AC ; K là giao điểm của BM và CD . Chứng minh rằng $IK \parallel AD$.

Bài 5 (0,5 điểm):

Càng lên cao không khí càng loãng nên áp suất khí quyển càng giảm, ví dụ ở khu vực TP. Hồ Chí Minh có độ cao sát mực nước biển nên áp suất khí quyển là $p = 760 \text{ mmHg}$, còn ở thành phố Addis Ababa ở Ethiopia có độ cao $h = 2355 \text{ m}$ thì có áp suất khí quyển là $p = 571,6 \text{ mmHg}$. Với những độ cao không quá lớn (dưới 10 km), người ta nhận thấy mối liên hệ giữa độ cao và áp suất khí quyển có dạng hàm số bậc

nhất $p = a.h + b$ ($a \neq 0$). Hỏi ở đỉnh núi Ma Thiên Lãnh - Hòn Sơm - Kiên Giang có độ cao 450 m so với mực nước biển thì có áp suất khí quyển là bao nhiêu?



— HẾT —

Thí sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh

Số báo danh

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Câu 1 (3,0 điểm)

- a) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{9} - 2$.
b) Giải phương trình $2x - 6 = 0$.
c) Cho hàm số $y = f(x) = 3x^2$. Tính giá trị của hàm số tại $x = 2$.

Câu 2 (2,0 điểm) Không sử dụng máy tính cầm tay, hãy giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 + 3x - 4 = 0$; b) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$

Câu 3 (1,0 điểm) Một nhóm gồm 15 học sinh (cả nam và nữ) tham gia buổi lao động trồng cây. Các bạn nam trồng được 54 cây, các bạn nữ trồng được 30 cây. Mỗi bạn nam trồng được số cây như nhau và mỗi bạn nữ trồng được số cây như nhau. Tính số học sinh nam và số học sinh nữ của nhóm, biết rằng mỗi bạn nam trồng được nhiều hơn mỗi bạn nữ 1 cây.

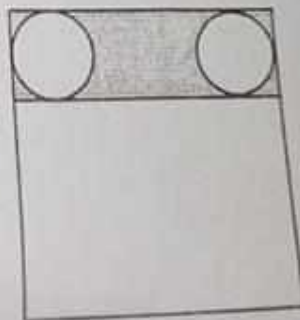
Câu 4 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3x + m$. Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thỏa mãn hệ thức $x_1 + y_1 = x_2 + y_2 + 4$.

Câu 5 (2,5 điểm) Cho đường tròn tâm O và một điểm M nằm ngoài đường tròn độ. Kẻ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm). Vẽ đường kính BC của đường tròn (O) . Gọi H là giao điểm của MO và AB , I là giao điểm thứ hai của đường thẳng MC và đường tròn (O) , AI kéo dài cắt MO tại K .

- a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ là một tứ giác nội tiếp.
b) Chứng minh AK vuông góc với IH .
c) Cho biết $BC = 2AC = 8$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng MK .

Câu 6 (0,5 điểm) Bạn Nam cắt một tấm bìa hình vuông cạnh 50 cm để được một hình chữ nhật và hai hình tròn (như Hình 1). Bạn ấy cuộn tròn hình chữ nhật và dán hai mép giấy lại với nhau. Bạn ấy dán tiếp hai hình tròn vào hai đầu để tạo thành một cái hộp hình trụ có nắp (như Hình 2).

Tính chiều cao của cái hộp tạo thành, biết chiều cao đó nhỏ hơn 50 cm, các mép dán không đáng kể.



Hình 1



Hình 2

----- HẾT -----

$a = 50$

Câu 1

a)

Ta có: $A = \sqrt{9} - 2 = \sqrt{3^2} - 2 = 3 - 2 = 1$.

Vậy $A = 1$.

b)

Ta có:

$$\begin{aligned}2x - 6 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x &= 6 \\ \Leftrightarrow x &= 3\end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{3\}$.

c)

Thay $x = 2$ vào hàm số ta có: $y = f(x) = 3 \cdot 2^2 = 12$.

Vậy giá trị của hàm số tại $x = 2$ là 12.

Câu 2

a) $x^2 + 3x - 4 = 0$

Cách 1:

Phương trình $x^2 + 3x - 4 = 0$ có $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-3 - \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = -4 \\ x_2 = \frac{-3 + \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = 1 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{-4; 1\}$.

Cách 2:

Ta có $a + b + c = 1 + 3 + (-4) = 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = -4 \end{cases}$.

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{-4; 1\}$.

b) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$

Cộng vế với vế ta được: $\begin{cases} 4x = 12 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 9 - 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (3; 1)$.

Câu 3

Gọi số học sinh nam, số học sinh nữ tham gia buổi lao động trồng cây lần lượt là x, y (người, $x, y \in \mathbb{N}^*$).

Vì tổng số học sinh tham gia trồng cây là 15 bạn nên ta có phương trình:

$$x + y = 15$$

Do các bạn nam trồng được 54 cây và mỗi bạn trồng số lượng cây như nhau nên mỗi bạn nam trồng được số cây là $\frac{54}{x}$ (cây).

Do các bạn nữ trồng được 30 cây và mỗi bạn trồng số lượng cây như nhau nên mỗi bạn nữ trồng được số cây là $\frac{30}{y}$ (cây).

Vì mỗi bạn nam trồng được nhiều hơn mỗi bạn nữ 1 cây nên ta có phương trình:

$$\frac{54}{x} - \frac{30}{y} = 1$$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ \frac{54}{x} - \frac{30}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 - y \\ \frac{54}{15 - y} - \frac{30}{y} = 1 \end{cases} (*)$$

$$(*) \Leftrightarrow \frac{54}{15 - y} - \frac{30}{y} - 1 = 0 \quad (\text{ĐK: } y \neq 0, y \neq 15)$$

$$\Leftrightarrow \frac{54y - 30(15 - y) - y(15 - y)}{y(15 - y)} = 0$$

$$\Rightarrow 54y - 450 + 30y - 15y + y^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow y^2 + 69y - 450 = 0$$

$$\Leftrightarrow y^2 - 6y + 75y - 450 = 0$$

$$\Leftrightarrow y(y - 6) + 75(y - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow (y - 6)(y + 75) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \text{ (tm)} \\ y = -75 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

$$\text{Với } y = 6 \Rightarrow x = 15 - 6 = 9 \text{ (tm).}$$

Vậy số học sinh nam, số học sinh nữ tham gia buổi lao động trồng cây lần lượt là 9 học sinh, 6 học sinh.

Câu 4

$$x_1 + y_1 = x_2 + y_2 + 4.$$

Xét phương trình hoành của parabol (P) và đường thẳng (d), ta có:

$$x^2 = 3x + m \Leftrightarrow x^2 - 3x - m = 0$$

Để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình $x^2 - 3x - m = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt.

$$\text{Ta có: } \Delta = (-3)^2 - 4 \cdot (-m) = 9 + 4m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{9}{4}.$$

Khi đó phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Áp dụng định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$ (*)

Đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2) \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 3x_1 + m \\ y_2 = 3x_2 + m \end{cases}$.

Theo bài ra ta có:

$$x_1 + y_1 = x_2 + y_2 + 4$$

$$\Leftrightarrow x_1 + 3x_1 + m = x_2 + 3x_2 + m + 4$$

$$\Leftrightarrow 4x_1 - 4x_2 = 4$$

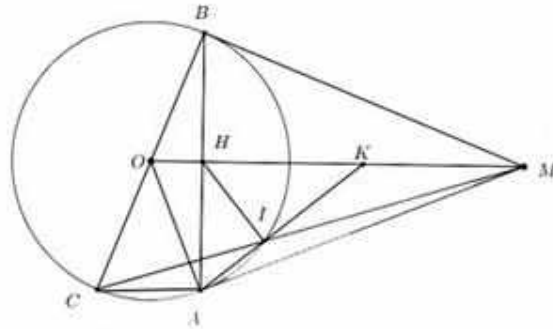
$$\Leftrightarrow x_1 - x_2 = 1$$

Khi đó kết hợp với (*) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 - x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 1 \end{cases}$.

$$\Rightarrow x_1 x_2 = 2 \cdot 1 = 2 = -m \Leftrightarrow m = -2 \text{ (tm)}.$$

Vậy $m = -2$.

Câu 5



a)

Do MA, MB là các tiếp tuyến của (O) nên $MA \perp OA, MB \perp OB$ (định nghĩa).

$$\Rightarrow \angle MAO = \angle MBO = 90^\circ \Rightarrow \angle MAO + \angle MBO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ.$$

Mà 2 góc này ở vị trí đối diện nên tứ giác MAOB nội tiếp (đhnb) (đpcm)

b)

Do BC là đường kính của (O) nên $\angle BIC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow BI \perp IC \Rightarrow BI \perp MC$.

$\Rightarrow \triangle MBC$ vuông tại B có đường cao BI $\Rightarrow MB^2 = MI \cdot MC$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

Mà MB = MA (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) và OA = OB (cùng bằng bán kính)

$\Rightarrow MO$ là trung trực của AB $\Rightarrow MO \perp AB$ tại H và H là trung điểm của AB.

\Rightarrow Xét $\triangle MBO$ vuông tại B, đường cao BH $\Rightarrow MB^2 = MH \cdot MO$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$$\Rightarrow MH \cdot MO = MI \cdot MC \quad (= MB^2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{MH}{MC} = \frac{MI}{MO}$$

Xét $\triangle MHI$ và $\triangle MCO$ có $\frac{MH}{MC} = \frac{MI}{MO}$ (cmt) và $\angle OMC$ chung.

$\Rightarrow \triangle MHI \sim \triangle MCO$ (c.g.c) $\Rightarrow \angle MHI = \angle MCO = \angle MCB$ (2 góc tương ứng)

Mà $\angle MCB = \angle IAB$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BI)

$\Rightarrow \angle MHI = \angle IAB \Rightarrow \angle KHI = \angle IAH$.

Mà $\angle KHI + \angle HIA = \angle KHA = 90^\circ \Rightarrow \angle IAH + \angle HIA = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle HIA$ vuông tại I hay $HI \perp AK$ (đpcm)

c)

Ta có: $BC = 2AC = 8$ cm nên $AC = 4$ cm

Ta có $\angle BAC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A.

$$\Rightarrow AB^2 = BC^2 - AC^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \Rightarrow AB = 4\sqrt{3} \text{ (pytago)}$$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A nên $\sin \angle ABC = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle ABC = 30^\circ$.

Câu 6

Gọi bán kính hình tròn là r ($cm, r > 0$).

Chu vi đáy của hình tròn là: $2\pi r$ (cm)

Vì chiều cao cái hộp nhỏ hơn 50 cm nên chu vi đáy của hình tròn bằng chiều dài hình chữ nhật và bằng 50m.

Ta có: $2\pi r = 50 \Rightarrow r = \frac{50}{2\pi} = \frac{25}{\pi}$ (TM)

Chiều cao của cái hộp hình trụ là: $50 - 2r = 50 - 2 \cdot \frac{25}{\pi} = 50 - \frac{50}{\pi} \approx 34,085$ (cm)

Vậy chiều cao của cái hộp hình trụ khoảng 34,085 cm.

Thời gian làm bài 120 phút (không kể thời gian giao đề)
Đề thi gồm có 01 trang, 05 câu.

Câu 1 (2,5 điểm).

a. Tính giá trị của các biểu thức: $A = \sqrt{81} - \sqrt{16}$; $B = \sqrt{(\sqrt{11} + 2)^2} - \sqrt{11}$.

b. Cho biểu thức: $P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} + \frac{2}{a-\sqrt{a}} \right) \cdot \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2}$, với $a > 0$ và $a \neq 1$.

1, Rút gọn biểu thức P .

2, Tính giá trị của P khi $a = 3 + 2\sqrt{2}$.

Câu 2 (2,0 điểm).

a. Vẽ đồ thị hàm số $y = x - 3$.

b. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và đường thẳng $y = x - 3$.

c. Cho phương trình bậc hai với tham số m : $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 3 = 0$ (1).

1, Giải phương trình (1) khi $m = 0$.

2, Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m .

Tìm tất cả các giá trị của m thỏa mãn: $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 1$.

Câu 3 (1,5 điểm). Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

a. $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$.

b.
$$\begin{cases} 2x + y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

Câu 4 (3,5 điểm). Cho đường tròn (O) đường kính AB . Dây cung MN vuông góc với AB , ($AM < BM$). Hai đường thẳng BM và NA cắt nhau tại K . Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ K đến đường thẳng AB .

a. Chứng minh rằng tứ giác $AHKM$ nội tiếp trong một đường tròn.

b. Chứng minh rằng $NB.HK = AN.HB$.

c. Chứng minh HM là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Câu 5 (0,5 điểm). Cho các số thực a, b, c dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

$$P = \frac{a}{\sqrt{(a+b)(a+c)}} + \frac{2b}{\sqrt{(b+c)(b+a)}} + \frac{c}{\sqrt{(c+a)(c+b)}}$$

-----Hết-----

Họ tên thí sinh SBD

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (2,5 điểm)

a. Tính giá trị của các biểu thức: $A = \sqrt{81} - \sqrt{16}$; $B = \sqrt{(\sqrt{11} + 2)^2} - \sqrt{11}$.

b. Cho biểu thức: $P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} + \frac{2}{a-\sqrt{a}} \right) \cdot \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2}$, với $a > 0$ và $a \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức P

2. Tính giá trị của P khi $a = 3 + 2\sqrt{2}$.

Lời giải

a.

Ta có $A = \sqrt{81} - \sqrt{16} = \sqrt{9^2} - \sqrt{4^2} = 9 - 4 = 5$

$$B = \sqrt{(\sqrt{11} + 2)^2} - \sqrt{11} = |\sqrt{11} + 2| - \sqrt{11} = \sqrt{11} + 2 - \sqrt{11} = 2.$$

Vậy $A = 5, B = 2$.

b.

1. Với $a > 0$ và $a \neq 1$ ta có:

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} + \frac{2}{a-\sqrt{a}} \right) \cdot \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2} = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} + \frac{2}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \right) \cdot \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2} \\ &= \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \cdot \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2} = \frac{2}{\sqrt{a}-1} \end{aligned}$$

2. Ta có $a = 3 + 2\sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 1 + 1^2 = (\sqrt{2} + 1)^2 \Rightarrow \sqrt{a} = |\sqrt{2} + 1| = \sqrt{2} + 1$.

Thay $\sqrt{a} = \sqrt{2} + 1$ vào biểu thức P sau thu gọn ta được $P = \frac{2}{\sqrt{a}-1} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

Câu 2. (2,0 điểm)

a. Vẽ đồ thị hàm số $y = x - 3$.

b. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và đường thẳng $y = x - 3$.

c. Cho phương trình bậc hai với tham số m : $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 3 = 0$ (1).

1. Giải phương trình (1) khi $m = 0$.

2. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m . Tìm tất cả các giá trị của m thỏa mãn: $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 1$.

Lời giải

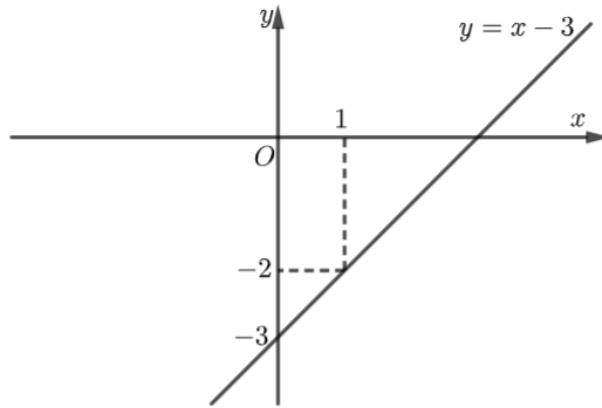
a.

Bảng giá trị: (d): $y = x - 3$

x	0	1
$y = x - 3$	-3	-2

Đường thẳng $y = x - 3$ đi qua 2 điểm $A(0; -3)$ và $B(1; -2)$.

Đồ thị



b. Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và đường thẳng $y = x - 3$ là

$$-2x^2 = x - 3 \Leftrightarrow -2x^2 - x + 3 = 0$$

Ta có $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 3 = 25 > 0$ nên phương trình trên có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 + 5}{2 \cdot (-2)} = \frac{-3}{2}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 - 5}{2 \cdot (-2)} = 1.$$

$$\text{Với } x_1 = \frac{-3}{2} \Rightarrow y_1 = \frac{-3}{2} - 3 = \frac{-9}{2} \Rightarrow A\left(\frac{-3}{2}; \frac{-9}{2}\right).$$

$$\text{Với } x_2 = 1 \Rightarrow y_1 = 1 - 3 = -2 \Rightarrow B(1; -2).$$

Vậy hai giao điểm cần tìm là $A\left(\frac{-3}{2}; \frac{-9}{2}\right)$ và $B(1; -2)$.

c.

1. Thay $m = 0$ vào phương trình (1) ta có: $x^2 - 2x - 3 = 0$.

$$\text{Ta có } a - b + c = 1 - (-2) + (-3) = 0.$$

Suy ra phương trình có hai nghiệm $x_1 = -1, x_2 = \frac{-c}{a} = 3$.

Vậy với $m = 0$ thì phương trình có tập nghiệm $S = \{-1; 3\}$.

2. Xét phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 3 = 0$ (1)

Ta có $\Delta' = (m+1)^2 - (2m-3) = m^2 + 4 > 0$ với mọi m .

Khi đó phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = 2m-3 \end{cases}.$$

Theo đề $x_1 + x_2 - 2x_1 x_2 = 1 \Leftrightarrow 2(m+1) - 2(2m-3) = 1 \Leftrightarrow -2m + 8 = 1 \Leftrightarrow 2m = 7 \Leftrightarrow m = \frac{7}{2}$.

Vậy $m = \frac{7}{2}$ là giá trị cần tìm.

Câu 3. (1,5 điểm)

Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

a. $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$.

b.
$$\begin{cases} 2x + y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases}.$$

Lời giải

a. $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$

Đặt $t = x^2, t \geq 0$.

Khi đó phương trình đã cho trở thành $t^2 - 3t + 2 = 0$ (1)

Phương trình (1) có $a + b + c = 1 + (-3) + 2 = 0$ nên có hai nghiệm phân biệt là $t_1 = 1, t_2 = 2$.

Với $t_1 = 1 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Với $t_2 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$.

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{1; -1; -\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$.

b.

$$\begin{cases} 2x + y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 9 \\ x = y + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(y+3) + y = 9 \\ x = y + 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y + 6 = 9 \\ x = y + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = y + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (4; 1)$

Câu 4. (3,5 điểm)

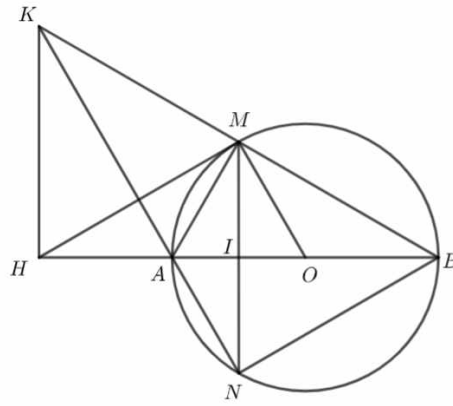
Cho đường tròn (O) đường kính AB . Dây cung MN vuông góc với AB , ($AM < BM$). Hai đường thẳng BM và NA cắt nhau tại K . Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ K đến đường thẳng AB .

a. Chứng minh rằng tứ giác $AHKM$ nội tiếp trong một đường tròn.

b. Chứng minh rằng $NB.HK = AN.HB$.

c. Chứng minh HM là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Lời giải



a. Xét (O) có $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét tứ giác $AHKM$ có $\widehat{AMK} + \widehat{AHK} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. Mà 2 góc này ở vị trí đối đỉnh
 \Rightarrow Tứ giác $AHKM$ nội tiếp trong một đường tròn. (đpcm)

b.

Gọi $I = MN \cap AB$.

Vì dây cung $MN \perp AB$ tại I nên I là trung điểm của MN .

$\Rightarrow AI$ là đường trung trực của MN .

$\Rightarrow AM = AN$ (tính chất đường trung trực của đoạn thẳng)

$\Rightarrow \widehat{AM} = \widehat{AN}$ (hai dây bằng nhau chắn hai cung bằng nhau)

$\Rightarrow \widehat{MBA} = \widehat{NBA}$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Xét (O) có $\widehat{ANB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét $\triangle ANB$ và $\triangle KHB$ có:

$$+) \widehat{ANB} = \widehat{KHB} (= 90^\circ)$$

$$+) \widehat{ABN} = \widehat{HBK} (= \widehat{ABM})$$

$$\Rightarrow \triangle ANB \sim \triangle KHB \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{NB}{HB} = \frac{AN}{KH} \Rightarrow NB \cdot HK = AN \cdot HB \text{ (đpcm).}$$

c.

Vì tứ giác $AHKM$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{HMA} = \widehat{HKA}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HA) (1)

Xét $\triangle KHA$ vuông tại H có $\widehat{KAH} + \widehat{HKA} = 90^\circ$

Xét $\triangle ANB$ vuông tại N có $\widehat{NAB} + \widehat{ABN} = 90^\circ$.

Mà $\widehat{KAH} = \widehat{NAB}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{HKA} = \widehat{ABN}$ (2).

Lại có $\widehat{ABM} = \widehat{ABN}$ (cmt); $\widehat{ABM} = \widehat{BMO}$ (do $\triangle BMO$ cân tại O)

$$\Rightarrow \widehat{ABN} = \widehat{BMO} \text{ (3)}$$

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \widehat{HMA} = \widehat{BMO}$.

Mà $\widehat{AMO} + \widehat{BMO} = \widehat{AMB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \widehat{AMO} + \widehat{HMA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{HMO} = 90^\circ \Rightarrow HM \perp OM$ tại M .

Vậy HM là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại M .

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

$$P = \frac{a}{\sqrt{(a+b)(a+c)}} + \frac{2b}{\sqrt{(b+c)(b+a)}} + \frac{c}{\sqrt{(c+a)(c+b)}}$$

Lời giải

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có:

$$\frac{a}{\sqrt{(a+b)(a+c)}} \leq \frac{a}{a+b} + \frac{a}{4(a+c)}$$

$$\frac{2b}{\sqrt{(b+c)(b+a)}} \leq \frac{b}{b+c} + \frac{b}{b+a}$$

$$\frac{c}{\sqrt{(c+a)(c+b)}} \leq \frac{c}{4(c+a)} + \frac{c}{c+b}$$

Cộng vế theo vế các bất đẳng thức trên ta được

$$\frac{a}{\sqrt{(a+b)(a+c)}} + \frac{2b}{\sqrt{(b+c)(b+a)}} + \frac{c}{\sqrt{(c+a)(c+b)}} \leq \frac{a}{a+b} + \frac{a}{4(a+c)} + \frac{b}{b+c} + \frac{b}{b+a} + \frac{c}{4(c+a)} + \frac{c}{c+b}$$

$$\Leftrightarrow P \leq \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+a} \right) + \left(\frac{a}{4(a+c)} + \frac{c}{4(c+a)} \right) + \left(\frac{b}{b+c} + \frac{c}{b+c} \right) = 1 + \frac{1}{4} + 1 = \frac{9}{4}.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} \frac{a}{a+b} = \frac{a}{4(a+c)} \\ \frac{b}{b+c} = \frac{b}{b+a} \\ \frac{c}{4(c+a)} = \frac{c}{c+b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=4(a+c) \\ b+c=b+a \\ 4(c+a)=c+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=c \\ a+b=4.2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=c \\ b=7a \end{cases} \Leftrightarrow a=c=\frac{b}{7}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của P là $\frac{9}{4}$ khi $a=c=\frac{b}{7}$.

Câu 1 (1,0 điểm). Tính giá trị biểu thức sau:

a) $\frac{\sqrt{81}}{3}$.

b) $\sqrt{16} - \sqrt{9}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình sau: $3x^2 + x - 4 = 0$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - 4y = 8 \end{cases}$$

Câu 4 (0,5 điểm). Gieo hai đồng xu cân đối và đồng chất một lần. Tính xác suất sao cho hai đồng xu xuất hiện mặt giống nhau.

Câu 5 (1,5 điểm). Cho biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{x+1}} - \frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{2\sqrt{x}}{x-1}$ ($x \geq 0, x \neq 1$).

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tìm các giá trị của x để $P = \frac{1}{3}$.

Câu 6 (0,5 điểm). Cho hàm số $y = mx + 2m - 1$. Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 5.

Câu 7 (0,5 điểm). Một cửa hàng nhập 10 sản phẩm gồm hai loại A và B về bán. Biết mỗi sản phẩm loại A nặng $9kg$, mỗi sản phẩm loại B nặng $10kg$ và tổng khối lượng của tất cả các sản phẩm là $95kg$. Hỏi cửa hàng đã nhập bao nhiêu sản phẩm mỗi loại?

Câu 8 (1,0 điểm). Cho phương trình: $x^2 + 2mx + m^2 + m - 2 = 0$ (1) (m là tham số). Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức P đạt giá trị lớn nhất với $P = -x_1^2 + (2m+3)x_2 + 3x_1 + x_1x_2$.

Câu 9 (1,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông ở A , có đường cao AH . Biết góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$, độ dài $BC = 40cm$.

a) Tính độ dài cạnh AB .

b) Gọi điểm K thuộc đoạn thẳng AC sao cho HK vuông góc với AC . Tính độ dài đoạn HK .

Câu 10 (2,0 điểm). Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($BA < BC$) và nội tiếp đường tròn tâm O . Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và C cắt nhau tại I . Tia BI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là D .

a) Chứng minh rằng tứ giác $OAIC$ nội tiếp.

b) Chứng minh $IC^2 = IB \cdot ID$.

c) Gọi M là trung điểm của BD . Tia CM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E .

Chứng minh rằng: $MO \perp AE$.

HẾT

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Câu 1 (2,0 điểm).

1. Rút gọn biểu thức $A = 3\sqrt{16} - 2\sqrt{9} + \sqrt{4}$.

2. Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng $(d_1): y = (m-1)x - 2$ song song với đường thẳng $(d_2): y = 2x + 3$.

3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = 10 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$.

Câu 2 (2,5 điểm).

1. Rút gọn biểu thức $B = \frac{x\sqrt{x}-1}{x-1} - \frac{x}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

2. Cho phương trình: $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số).

a) Giải phương trình (1) với $m = 3$.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

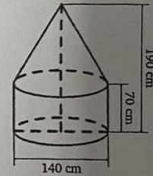
thoả mãn: $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3\sqrt{2}$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Hai đội công nhân làm chung một công việc thì làm xong trong 12 ngày. Khi làm riêng, để hoàn thành công việc trên thì đội thứ nhất cần nhiều thời gian hơn đội thứ hai là 10 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì trong bao nhiêu ngày mỗi đội sẽ làm xong công việc trên?

Câu 4 (3,5 điểm).

1. Một dụng cụ gồm hai phần: một phần có dạng hình trụ, phần còn lại có dạng hình nón với các kích thước cho như hình vẽ bên.



a) Tính chiều cao của phần dụng cụ có dạng hình nón.

b) Tính thể tích dụng cụ đã cho (lấy $\pi = 3,14$).

2. Cho đường tròn tâm O , đường kính AB . Lấy điểm H nằm giữa O và B ($H \neq O; H \neq B$), vẽ dây cung MN của đường tròn (O) vuông góc với AB tại H . Trên đường thẳng MN lấy điểm C nằm ngoài đường tròn (O) sao cho $CM > CN$. Đoạn thẳng AC cắt đường tròn (O) tại điểm K ($K \neq A$). Hai dây cung MN và BK cắt nhau tại E .

a) Chứng minh tứ giác $AHEK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $CN \cdot CM = CK \cdot CA$.

c) Từ điểm N vẽ đường thẳng vuông góc với đường thẳng AC , đường thẳng này cắt tia MK tại F . Chứng minh tam giác KFN là tam giác cân.

Câu 5 (1,0 điểm).

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $2x^2 - xy^2 - 2x + y^2 + 5 = 0$.

2. Biết a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện: $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 3$.

Chứng minh $\sqrt{2a^2 + 3ab + 2b^2} + \sqrt{2b^2 + 3bc + 2c^2} + \sqrt{2c^2 + 3ca + 2a^2} \geq 3\sqrt{7}$.

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Họ và tên, chữ ký cán bộ coi thi thứ nhất: *Ph. Vũ Văn*

Họ và tên, chữ ký cán bộ coi thi thứ hai: *Ph. Bình Ph. Hòa*

**TRƯỜNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NINH THUẬN**

(Đề chính thức)

**KỶ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC
NĂM HỌC 2023 - 2024**

Khóa ngày: 03/ 6/ 2023

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút

(Không kể thời gian phát đề)

ĐỀ:

(Đề thi này gồm 01 trang)

Bài 1 (1 điểm). Giải phương trình: $4x - 3 = 2 - x$

Bài 2 (1,5 điểm). Cho biểu thức: $P = \frac{\sqrt{a} + 3}{\sqrt{a} - 2} + \frac{1 - \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 2} + \frac{4 - 4\sqrt{a}}{a - 4} \rightarrow (\sqrt{a} - 2)(\sqrt{a} + 2)$

a) Với giá trị nào của a thì biểu thức P có nghĩa.

b) Rút gọn biểu thức P .

Bài 3 (1,5 điểm). Cho Parabol (P) : $y = -x^2$ và đường thẳng (d) : $y = x - 2$.

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép toán.

Bài 4 (1,5 điểm). Gia đình An dự định đi du lịch tại Nha Trang và Huế trong 7 ngày. Biết rằng chi phí trung bình mỗi ngày tại Nha Trang là 2 triệu đồng, còn tại Huế là 3 triệu đồng. Tìm số ngày nghỉ dự định của gia đình An tại mỗi địa điểm, biết số tiền mà họ phải chi cho toàn bộ chuyến đi là 18 triệu đồng.

Bài 5 (3,5 điểm). Cho đường tròn (O) tâm O bán kính R và điểm A nằm ngoài đường tròn. Các tiếp tuyến với đường tròn kẻ từ A tiếp xúc với đường tròn tại B, C . Gọi M là điểm thuộc cung lớn BC . Từ M kẻ $MH \perp BC, MK \perp AC, MI \perp AB$.

a) Chứng minh tứ giác $MIBH$ nội tiếp.

b) Giả sử $AB = 2R$. Tính diện tích tứ giác $ABOC$.

c) Chứng minh: $MI \cdot MK = MH^2$.

Bài 6 (1 điểm). Cho hai số dương a, b có $a + b = 2$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \left(1 - \frac{4}{a^2}\right) \left(1 - \frac{4}{b^2}\right)$.

----- HẾT -----

I. TRẮC NGHIỆM (3,00 điểm)

Thí sinh chọn một phương án đúng nhất ở mỗi câu và viết phương án chọn vào bài làm (Ví dụ: Câu 1: A, Câu 2: B, Câu 3: D...).

Câu 1. Biểu thức $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$ có giá trị là

- A. $\sqrt{3}-2$. B. $2-\sqrt{3}$. C. $7-4\sqrt{3}$. D. 1.

Câu 2. Tìm x thỏa mãn biểu thức $\sqrt{2+\sqrt{x}}=2$.

- A. $x=0$. B. $x=\sqrt{2}$. C. $x=2$. D. $x=4$.

Câu 3. Hàm số nào sau đây là không phải là hàm số bậc nhất?

- A. $y=1-x$. B. $y=\frac{x}{2}$. C. $y=\frac{2}{x}$. D. $y=\sqrt{2}(x-\sqrt{2})$.

Câu 4. Đường thẳng $y=-x+3$ đi qua điểm $M(m;1)$. Khi đó

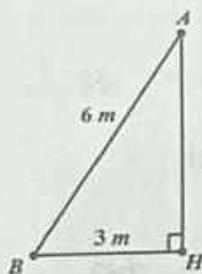
- A. $m=1$. B. $m=2$. C. $m=3$. D. $m=4$.

Câu 5. Tìm các giá trị của a và b để hệ phương trình $\begin{cases} ax-by=2 \\ 2ax+by=1 \end{cases}$ có nghiệm $(1;-1)$.

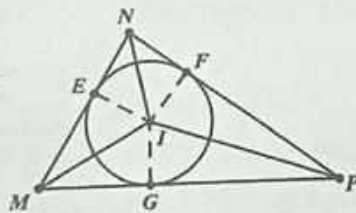
- A. $a=1, b=-1$. B. $a=-1, b=1$. C. $a=1, b=1$. D. $a=2, b=-1$.

Câu 6. Cho m, n là nghiệm của phương trình $x^2+mx+n=0$, với $m \neq 0, n \neq 0$. Thế thì tổng các nghiệm của phương trình bằng

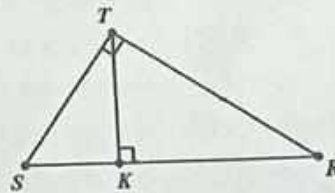
- A. -1 . B. 1. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.



Hình 1



Hình 2



Hình 3

Câu 7. Một cái thang AB dài $6m$ tựa vào tường, chân thang cách tường $3m$ (Hình 1). Tính góc tạo bởi thang AB và tường AH .

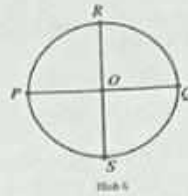
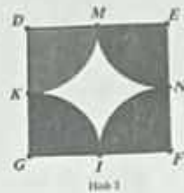
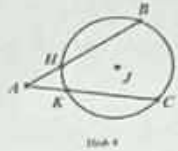
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 8. Tam giác nhọn MNP có đường tròn (I) nội tiếp, với E, F, G là các tiếp điểm (Hình 2). Khẳng định nào sau đây không đúng?

- A. $\widehat{IGP} = 90^\circ$. B. $ME = MG$. C. $\widehat{MNI} = \widehat{INP}$. D. N, I, G thẳng hàng.

Câu 9. Cho tam giác STR vuông tại T , đường cao TK (Hình 3). Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\frac{1}{TK} = \frac{1}{TS} + \frac{1}{TR}$. B. $SR^2 = ST^2 + TR^2$. C. $ST^2 = SK \cdot SR$. D. $TS \cdot TR = TK \cdot SR$.



Câu 10. Từ một điểm A ở ngoài đường tròn (J) , kẻ 2 cát tuyến AHB và AKC (Hình 4). Biết $\widehat{BAC} = 40^\circ$. Các cung HB, BC, CK có cùng độ dài. Tìm số đo \widehat{HCK} .

- A. 30° . B. 20° . C. 15° . D. 10° .

Câu 11. Hình vuông $DEFG$ có cạnh bằng 2 cm ; M, N, I, K là trung điểm các cạnh (Hình 5). Tính diện tích phần màu trắng giới hạn bởi 4 cung tròn KM, MN, NI, IK (tâm là các đỉnh hình vuông).

- A. $4 - \pi(\text{cm}^2)$. B. $\pi - 4(\text{cm}^2)$. C. $\pi(\text{cm}^2)$. D. $4(\text{cm}^2)$.

Câu 12. Đường tròn (O) có bán kính bằng 1 cm . Hai đường kính PQ và RS vuông góc nhau (Hình 6). Tính độ dài cung lớn \widehat{PR} .

- A. $\frac{\pi}{4}(\text{cm})$. B. $\frac{\pi}{2}(\text{cm})$. C. $\frac{3\pi}{4}(\text{cm})$. D. $\frac{3\pi}{2}(\text{cm})$.

II. TỰ LUẬN (7,00 điểm)

Câu 13. (1,50 điểm) Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

a) $2x^2 + 5x + 2 = 0$; b) $\begin{cases} xy = -3 \\ 3x + 3y + 2xy = 0. \end{cases}$

Câu 14. (2,00 điểm) Cho hai hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và $y = ax + b$.

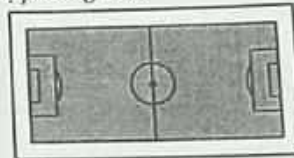
- a) Tìm các hệ số a, b biết đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $M(-2; -2), N(4; 1)$.
b) Với các giá trị a, b vừa tìm được, hãy:

- Tìm giao điểm của đường thẳng $y = ax + b$ và đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ bằng phương pháp đại số.

- Vẽ đồ thị hai hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và $y = ax + b$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

Câu 15. (1,50 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một khu đất hình chữ nhật có tỷ số hai kích thước là $\frac{2}{3}$. Người ta làm một sân bóng đá mini 5 người ở giữa, chứa lối đi xung quanh (lối đi thuộc khu đất). Lối đi rộng 2 m và có diện tích 224 m^2 . Tính các kích thước của khu đất.



Câu 16. (2,00 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = 3\text{ cm}, AC = 4\text{ cm}$. Đường tròn tâm B bán kính BA và đường tròn tâm C bán kính CA cắt nhau tại điểm thứ hai D .

- a) Chứng minh tứ giác $ABDC$ nội tiếp được.
b) Tính độ dài đoạn AD .
c) Một đường thẳng d quay quanh A cắt (B) tại $E (E \neq A)$ và cắt (C) tại $F (F \neq A)$. Gọi M là giao điểm của EB và FC . Khi d thay đổi thì điểm M chạy trên đường nào?

-----HẾT-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....
Chữ kí giám thị 1:.....; Chữ kí giám thị 2:.....

TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	D	C	B	C	A	C	D	A	C	A	D

II. TỰ LUẬN

II. TỰ LUẬN:

Câu 13. (1,5 điểm) Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

Cách giải:

a) $2x^2 + 5x + 2 = 0$

Ta có: $\Delta = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 > 0$

Suy ra phương trình có 2 nghiệm phân biệt là: $x_1 = \frac{-5 + \sqrt{9}}{2 \cdot 2} = -\frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{-5 - \sqrt{9}}{2 \cdot 2} = -2$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \left\{ -\frac{1}{2}; -2 \right\}$

b) $\begin{cases} xy = -3 \\ 3x + 3y + 2xy = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = -3 \\ 3x + 3y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = -3 \\ x + y = 2 \end{cases}$

Suy ra x, y là nghiệm của phương trình $t^2 - 2t - 3 = 0$

Vì $\Delta = 1^2 - 1 \cdot (-3) = 4 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt là: $x_1 = 1 + \sqrt{4} = 3$; $x_2 = 1 - \sqrt{4} = -1$

Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm là: $(x; y) = (3; -1)$ hoặc $(x; y) = (-1; 3)$

Câu 14. (2,00 điểm) Cho hai hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và $y = ax + b$.

Cách giải:

a) Tìm các hệ số a, b biết đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $M(-2; -2), N(4; 1)$.

Do đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $M(-2; -2)$ nên thay $x = -2, y = -2$ vào $y = ax + b$ ta được phương trình $-2 = -2a + b \Leftrightarrow -2a + b = -2$ (1)

Do đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $N(4; 1)$ nên thay $x = 4, y = 1$ vào $y = ax + b$ ta được phương trình $1 = 4a + b \Leftrightarrow 4a + b = 1$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} -2a + b = -2 \\ 4a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a = 3 \\ b = 1 - 4a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -1 \end{cases}$$

b) Với các giá trị a, b vừa tìm được, hãy

- Tìm giao điểm của đường thẳng $y = ax + b$ và đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ bằng phương pháp đại số.

$$\text{b) Với } \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -1 \end{cases} \text{ thì đường thẳng có dạng } y = \frac{1}{2}x - 1$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của $y = \frac{1}{2}x - 1$ và $y = -\frac{1}{2}x^2$ ta có

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}x^2 &= -\frac{1}{2}x - 1 \\ \Leftrightarrow -x^2 &= -x - 2 \\ \Leftrightarrow x^2 - x - 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - 2)(x + 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

Với $x = 2$ thay vào $y = \frac{1}{2}x - 1$ ta được $y = 0$

Với $x = -1$ thay vào $y = \frac{1}{2}x - 1$ ta được $y = -\frac{3}{2}$

Vậy giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x - 1$ và $y = -\frac{1}{2}x^2$ là $(2, 0); (-1, -\frac{3}{2})$

- Vẽ đồ thị hai hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và $y = ax + b$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

Lập bảng $y = -\frac{1}{2}x^2$

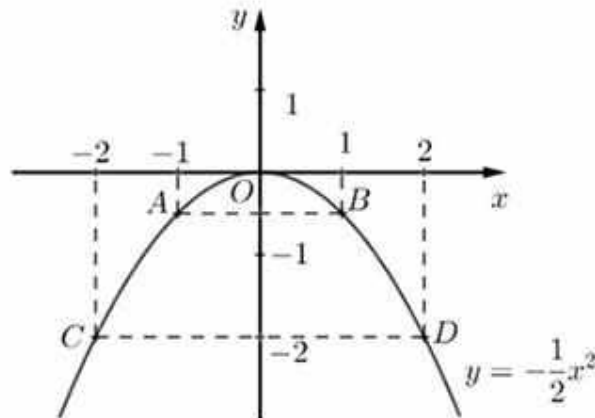
Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = -\frac{1}{2}x^2$	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2

\Rightarrow Đồ thị hàm số là đường cong parabol đi qua các điểm $O(0, 0); A(-1, -\frac{1}{2}); B(1, -\frac{1}{2}); C(-2, 2); D(2, 2)$.

Hệ số $a = -\frac{1}{2} < 0$ nên parabol có bề cong hướng xuống. Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.

Ta vẽ được đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ như sau:



Câu 15. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một khu đất hình chữ nhật có tỷ số hai kích thước là $\frac{2}{3}$. Người ta làm một sân bóng đá mini 5 người ở giữa, chừa lối đi xung quanh (lối đi thuộc khu đất). Lối đi rộng 2 m và có diện tích $224m^2$. Tính các kích thước của khu đất.

Cách giải:

Vì mảnh đất là hình chữ nhật có tỉ số hai kích thước là $\frac{2}{3}$.

Gọi $2x$ (m) là chiều rộng của mảnh đất ($x > 0$)

$3x$ (m) là chiều dài của mảnh đất.

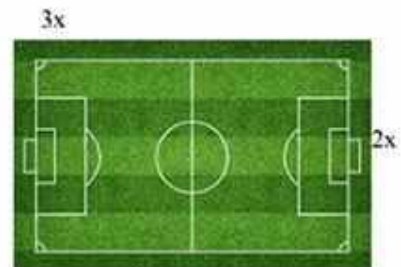
Khi đó diện tích lối đi là:

$$2x \cdot 2 + (3x - 4) \cdot 2 = 8x + 12x - 16 = 20x - 16 \text{ (m}^2\text{)}.$$

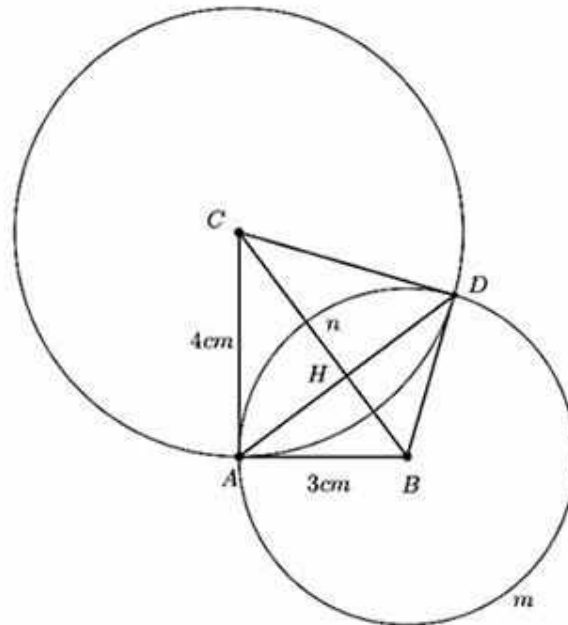
Theo đề ra ta có diện tích lối đi bằng $225m^2$ nên

$$20x - 16 = 225 \Leftrightarrow 20x = 241 \Leftrightarrow x = 12,05 \text{ (m)}.$$

Vậy khu đất có chiều dài là 36,15m, chiều rộng là 24,1m.



Câu 16: (2,00 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB=3$ cm, $AC=4$ cm. Đường tròn tâm B bán kính BA và đường tròn tâm C bán kính CA cắt nhau tại điểm thứ hai D .



a) Chứng minh tứ giác $ABDC$ nội tiếp được.

Xét đường tròn tâm B có $\angle ABD = sd AnD$

$\angle ACD$ là góc có đỉnh bên ngoài đường tròn tâm B nên $\angle CAD = \frac{1}{2}(sd AmD - sd AnD)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \angle ABD + \angle ACD &= sd AnD + \frac{1}{2}(sd AmD - sd AnD) \\ &= \frac{1}{2}(sd AmD + sd AnD) = \frac{1}{2} \cdot 360^\circ = 180^\circ \end{aligned}$$

$\Rightarrow ABDC$ là tứ giác có tổng 2 góc đối bằng 180°

$\Rightarrow ABDC$ là tứ giác nội tiếp

b) Tính độ dài đoạn AD .

Ta có $BA = BD (= 3\text{cm})$ và $CA = AD (= 4\text{cm})$

$\Rightarrow BC$ là trung trực $AD \Rightarrow BC \perp AD$

Gọi H là giao điểm của AD và BC

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} = \frac{25}{144} \Rightarrow AH = \frac{12}{5} \text{ cm}$$

c) Một đường thẳng d quay quanh A cắt (B) tại $E (E \neq A)$ và cắt (C) tại $F (F \neq A)$. Gọi M là giao điểm của EB và FC . Khi d thay đổi thì điểm M chạy trên đường nào?

(Đề thi có 02 trang)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu 1. Xét hai cung nhỏ trong một đường tròn hay trong hai đường tròn bằng nhau. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Cung lớn hơn căng dây nhỏ hơn.
B. Cung lớn hơn căng dây lớn hơn.
C. Dây lớn hơn căng cung nhỏ hơn.
D. Cung nhỏ hơn căng dây lớn hơn.

Câu 2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Góc có đỉnh nằm bên trong đường tròn được gọi là góc ở tâm.
B. Góc có đỉnh nằm trên đường tròn được gọi là góc ở tâm.
C. Góc có đỉnh nằm bên ngoài đường tròn được gọi là góc ở tâm.
D. Góc có đỉnh trùng với tâm đường tròn được gọi là góc ở tâm.

Câu 3. Nếu x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ với $a \neq 0$ thì $x_1 + x_2$ bằng

- A. $-\frac{c}{a}$.
B. $-\frac{b}{a}$.
C. $\frac{b}{a}$.
D. $\frac{c}{a}$.

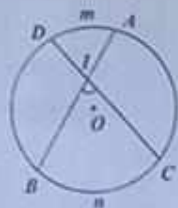
Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A và có đường cao AH . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2 + AC^2}$.
B. $\frac{1}{AH^2} = AB^2 + AC^2$.
C. $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} - \frac{1}{AC^2}$.
D. $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$.

Câu 5. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = 3x^2$.
B. $y = -2x + 1$.
C. $y = 3x - 5$.
D. $y = -x + 1$.

Câu 6. Cho góc BIC có đỉnh I nằm bên trong đường tròn (O) . Hai cung bị chắn của góc BIC là \widehat{BnC} và \widehat{AmD} (hình vẽ).



Số đo của \widehat{BIC} được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $\widehat{BIC} = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{BnC}$.
B. $\widehat{BIC} = \frac{1}{2} (\text{sđ} \widehat{BnC} + \text{sđ} \widehat{AmD})$.
C. $\widehat{BIC} = \frac{1}{2} (\text{sđ} \widehat{BnC} - \text{sđ} \widehat{AmD})$.
D. $\widehat{BIC} = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{AmD}$.

Câu 7. Hệ số góc của đường thẳng $y = -\frac{3}{4}x - 2023$ bằng

- A. -2023 .
B. 2023 .
C. $-\frac{3}{4}$.
D. $\frac{3}{4}$.

Câu 8. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\cos 60^\circ = \tan 30^\circ$.
B. $\cos 60^\circ = \cot 30^\circ$.
C. $\cos 60^\circ = \cos 30^\circ$.
D. $\cos 60^\circ = \sin 30^\circ$.

Câu 9. Phương trình nào dưới đây là phương trình bậc nhất theo hai ẩn x và y ?

- A. $x^2 - 4y = 1$. B. $4x + 3y^2 = 2$. C. $x^2 + y^2 = 10$. D. $3x - y = 5$.

Câu 10. Cặp số $(x; y)$ nào dưới đây là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$?

- A. $(x; y) = (-1; 1)$. B. $(x; y) = (1; 1)$. C. $(x; y) = (-1; -1)$. D. $(x; y) = (1; -1)$.

Câu 11. Trong một đường tròn. Khẳng định nào dưới đây sai?

- A. Đường kính đi qua trung điểm của một dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây ấy.
B. Đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây ấy.
C. Đường kính là dây lớn nhất.
D. Đường kính đi qua trung điểm của một dây thì vuông góc với dây ấy.

Câu 12. Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến khi $x < 0$. B. Hàm số đồng biến khi $x > 0$.
C. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} . D. Hàm số đồng biến khi $x < 0$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 13. (1,0 điểm)

Bằng các phép biến đổi đại số, rút gọn các biểu thức sau:

$$A = \sqrt{8} - \sqrt{2};$$

$$B = \frac{a + 2\sqrt{a}}{\sqrt{a} + 2}, \quad a \geq 0.$$



Câu 14. (2,0 điểm)

a) Vẽ đồ thị hàm số $y = 2x^2$.

b) Không dùng máy tính cầm tay, giải phương trình $x^2 - 5x + 6 = 0$.

Câu 15. (1,0 điểm)

Một xe khách và một xe tải xuất phát cùng một thời điểm từ A đến B. Do vận tốc xe khách lớn hơn vận tốc xe tải 10 km/h nên xe khách đã đến B sớm hơn xe tải 36 phút. Tính vận tốc của mỗi xe, biết quãng đường từ A đến B dài 180 km.

Câu 16. (1,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 3(m+2)x + m^2 + 7m = 0$ (1) (với x là ẩn, m là tham số).

a) Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu.

b) Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa

mãn $x_1 < x_2$ và $3x_1 - 3x_2^2 + (9m + 20)x_2 - 3m^2 - 21m - 19 = 0$.

Câu 17. (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn, nội tiếp đường tròn (O) và có đường cao AH . Kẻ $HD \perp AB$ và $HE \perp AC$ ($D \in AB, E \in AC$).

a) Chứng minh tứ giác $ADHE$ nội tiếp.

b) Tính số đo \widehat{EDB} , biết $\widehat{ACB} = 40^\circ$.

c) Đường thẳng qua E và vuông góc với AB cắt tia AO tại M . Chứng minh $DM \perp AE$.

HẾT

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....

I. TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	D	B	D	C	B	C	D	D	B	D	D

II. TỰ LUẬN

II. TỰ LUẬN:

Câu 13: (1 điểm) Bằng các phép biến đổi đại số, rút gọn các biểu thức sau:

Cách giải:

a, $A = \sqrt{8} - \sqrt{2}$

Ta có: $A = \sqrt{8} - \sqrt{2} = \sqrt{2^2 \cdot 2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$.

b, $B = \frac{a + 2\sqrt{a}}{\sqrt{a} + 2}$

Ta có: $B = \frac{a + 2\sqrt{a}}{\sqrt{a} + 2}$ (Điều kiện: $a \geq 0$)

$$= \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 2)}{\sqrt{a} + 2} = \sqrt{a}$$

Vậy $B = \sqrt{a}$ với $a \geq 0$

Câu 14. (2,0 điểm)

a) Vẽ đồ thị hàm số $y = 2x^2$.

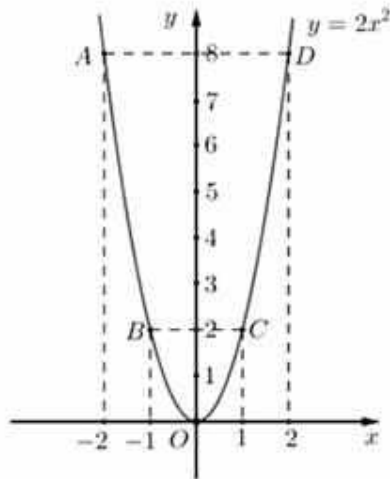
Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

\Rightarrow Đồ thị hàm số là đường cong parabol đi qua các điểm $O(0;0)$; $A(-2;8)$; $B(-1;2)$; $C(1;2)$; $D(2;8)$

Hệ số $a = 2 > 0$ nên parabol có bề cong hướng lên. Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.

Ta vẽ được đồ thị hàm số $y = 2x^2$ như sau:



b) Không dùng máy tính cầm tay, giải phương trình $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$\begin{aligned} x^2 - 5x + 6 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3x + 6 &= 0 \\ \Leftrightarrow x(x-2) - 3(x-2) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-3)(x-2) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=2 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình là: $S = \{2; 3\}$.

Câu 15: Một xe khách và một xe tải xuất phát cùng một thời điểm từ A đến B. Do vận tốc xe khách lớn hơn vận tốc xe tải 10 km/h nên xe khách đến sớm hơn xe tải 36 phút. Tính vận tốc của mỗi xe, biết quãng đường từ A đến B dài 180 km.

Cách giải:

Gọi x (km/h) là vận tốc của xe tải.

Do vận tốc xe khách lớn hơn vận tốc xe tải 10 km/h nên xe khách có vận tốc là: $x + 10$ (km/h).

Thời gian đi của xe tải là: $\frac{180}{x}$ (giờ).

Thời gian đi của xe khách là: $\frac{180}{x+10}$ (giờ).

Đổi 36 phút = 0,6 giờ.

Vì xe khách đến sớm hơn xe tải 36 phút nên ta có: $\frac{180}{x} - \frac{180}{x+10} = 0,6$

$$\Leftrightarrow \frac{180(x+10)}{x(x+10)} - \frac{180x}{x(x+10)} = 0,6$$

$$\Leftrightarrow \frac{180(x+10) - 180x}{x(x+10)} = 0,6$$

$$\Leftrightarrow \frac{180x + 1800 - 180x}{x(x+10)} = 0,6$$

$$\Leftrightarrow \frac{1800}{x^2 + 10x} = 0,6$$

$$\Leftrightarrow 0,6(x^2 + 10x) = 1800$$

$$\Leftrightarrow 0,6x^2 + 6x - 1800 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 & (tm) \\ x = -60 & (ktm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của xe tải là 50 km/h; vận tốc của xe khách là 60km/h.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TÂY NINH

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2023-2024

Ngày thi: 02 tháng 6 năm 2023

Môn thi: TOÁN (không chuyên)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang, thí sinh không phải chép đề vào giấy thi)

- Câu 1. (1,0 điểm) Tính giá trị của biểu thức $P = \sqrt{4} + (\sqrt{2})^2$.
- Câu 2. (1,0 điểm) Giải phương trình $x^2 - 5x + 6 = 0$.
- Câu 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$.
- Câu 4. (1,0 điểm) Vẽ đồ thị của hàm số $y = -2x^2$.
- Câu 5. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A , $AB \neq AC = 5$ và đường cao $AH = 3$. Tính độ dài BC .
- Câu 6. (1,0 điểm) Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = 5x - 3$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (d) biết điểm M có hoành độ bằng 4.
- Câu 7. (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + (m - 8)x + 3m + 9 = 0$. Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 25$.
- Câu 8. (1,0 điểm) Hệ thống cáp treo núi Bà Đen tỉnh Tây Ninh gồm hai tuyến Vân Sơn và Chùa Hang có tổng cộng 19 cabin, mỗi cabin có sức chứa 10 người. Nếu tất cả các cabin của hai tuyến đều chứa đủ số người theo qui định thì số người ở tuyến Vân Sơn nhiều hơn số người ở tuyến Chùa Hang là 350 người. Tính số cabin của mỗi tuyến.
- Câu 9. (1,0 điểm) Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài (O) . Từ A vẽ các tiếp tuyến AB, AC tới (O) (B và C là các tiếp điểm). Gọi D là trung điểm của đoạn thẳng AC , BD cắt (O) tại E (khác B) và BC cắt OA tại F . Chứng minh bốn điểm C, D, E, F cùng thuộc một đường tròn.
- Câu 10. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của HB và HC . Kẻ MK vuông góc với AN tại K , MK cắt AH tại I . Tính $\frac{AH}{AI}$.

--- Hết ---

Câu 1 (1,0 điểm)

Cách giải:

Tính giá trị của biểu thức $P = \sqrt{4} + (\sqrt{2})^2$

Ta có: $P = \sqrt{4} + (\sqrt{2})^2 = \sqrt{2^2} + 2 = 2 + 2 = 4$.

Vậy $P = 4$.

Câu 2 (1,0 điểm)

Cách giải:

Giải phương trình $x^2 - 5x + 6 = 0$

Ta có: $\Delta = (-5)^2 - 4.1.6 = 1 > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{5 + \sqrt{1}}{2.1} = 3 \\ x_2 = \frac{5 - \sqrt{1}}{2.1} = 2 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{3; 2\}$.

Câu 3 (1,0 điểm)

Cách giải:

Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

Ta có: $\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 9 \\ y = x - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 - 5 = -2 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; -2)$.

Câu 4. (1,0 điểm)

Cách giải:

Vẽ đồ thị của hàm số $y = -2x^2$

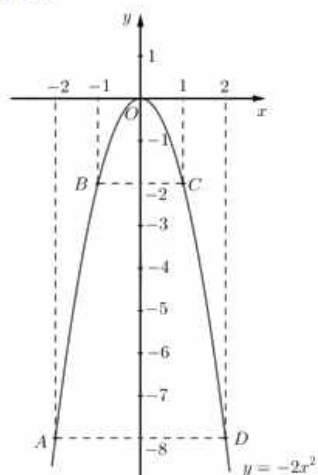
Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = -2x^2$	-8	-2	0	-2	-8

\Rightarrow Đồ thị hàm số là đường cong parabol đi qua các điểm $O(0;0); A(-2;-8); B(-1;-2); C(1;-2); D(2;-8)$

Hệ số $a = -2 < 0$ nên parabol có bề cong hướng lên. Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.

Ta vẽ được đồ thị hàm số $y = -2x^2$ như sau:



Câu 5. (1,0 điểm)

Cách giải:

Cho tam giác ABC cân tại A, $AB = AC = 5$ và đường cao $AH = 3$. Tính độ dài BC.

Tam giác ABC cân tại A có đường cao AH nên AH là trung tuyến (tính chất)

Do đó H là trung điểm của BC.

Áp dụng định lý Py-ta-go cho tam giác AHB vuông tại H ta được:

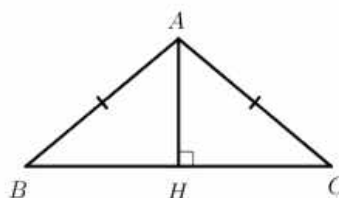
$$AH^2 + BH^2 = AB^2$$

$$\Leftrightarrow 3^2 + BH^2 = 5^2$$

$$\Leftrightarrow 9 + BH^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow BH^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow BH = 4$$



Suy ra: $BC = 2.BH = 2.4 = 8$ (cm)

Vậy $BC = 8$ cm.

Câu 6 (1,0 điểm)

Cách giải:

Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = 5x - 3$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (d) biết điểm M có hoành độ bằng 4.

Thay $x = 4$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có: $y = 5.4 - 3 = 20 - 3 = 17$.

Vậy $M(4;17) \in (d)$.

Câu 7 (1,0 điểm)

Cách giải:

Cho phương trình $x^2 + (m-8)x + 3m + 9 = 0$. Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn $x_1^2 + x_2^2 = 25$.

Ta có:

$$\Delta = (m-8)^2 - 4(3m+9)$$

$$\Delta = m^2 - 16m + 64 - 12m - 36$$

$$\Delta = m^2 - 28m + 28$$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m + 28 > 0$. Khi đó phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Khi đó áp dụng hệ thức Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -m + 8 \\ x_1 x_2 = 3m + 9 \end{cases}$$

Khi đó ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 25$$

$$\Leftrightarrow (-m + 8)^2 - 2(3m + 9) = 25$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 16m + 64 - 6m - 18 = 25$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 22m + 21 = 0$$

Ta có $a + b + c = 1 + (-22) + 21 = 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = 21 \end{cases}$.

Đổi chiều (*) ta thấy $m = 1$ thoả mãn.

Vậy $m = 1$.

Câu 8. (1,0 điểm)

Cách giải:

Hệ thống cáp treo núi Bà Đen tỉnh Tây Ninh gồm hai tuyến Vân Sơn và Chùa Hang có tổng cộng 191 cabin, mỗi cabin có sức chứa 10 người. Nếu tất cả các cabin của hai tuyến đều chứa đủ số người theo quy định thì số người ở tuyến Vân Sơn nhiều hơn số người ở tuyến Chùa Hang là 350 người. Tính số cabin của mỗi tuyến.

Gọi số cabin ở hai tuyến Vân Sơn và Chùa Hang lần lượt là x, y (cabin, $x, y \in \mathbb{N}, 0 < x, y < 191$)

Vì tổng số cabin ở hai tuyến là 191 nên ta có: $x + y = 191$ (1)

Vì mỗi cabin có sức chứa 10 người và tổng số người ở tuyến Vân Sơn nhiều hơn số người ở tuyến Chùa Hang là $10x - 10y = 350 \Leftrightarrow x - y = 35$ (2)

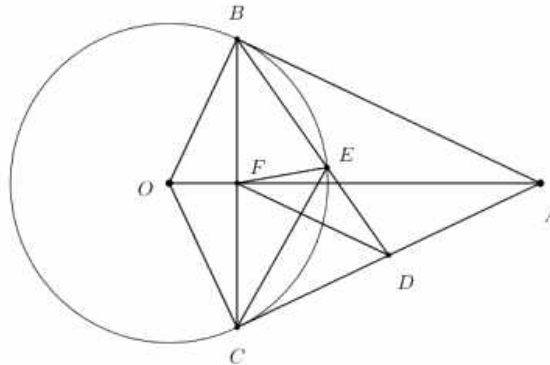
Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 191 \\ x - y = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 226 \\ y = x - 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 113 \\ y = 78 \end{cases} (TM)$$

Vậy tuyến Vân Sơn có 113 cabin, tuyến Chùa Hang có 78 cabin.

Câu 9. (1,0 điểm)

Cách giải:

Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài (O) . Từ A vẽ các tiếp tuyến AB, AC với (O) (B và C là các tiếp điểm). Gọi D là trung điểm của đoạn thẳng AC , BD cắt (O) tại E (khác B) và BC cắt OA tại F . Chứng minh bốn điểm C, D, E, F cùng thuộc một đường tròn.



Vì AB, AC là 2 tiếp tuyến cắt nhau của (O) nên $AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow A$ thuộc trung trực của BC .

Mà $OB = OC$ (cùng bằng bán kính) $\Rightarrow O$ thuộc trung trực của BC .

$\Rightarrow OA$ là trung trực BC .

$\Rightarrow OA \perp BC$ tại F và F là trung điểm của BC .

Do F là trung điểm của BC và D là trung điểm của AC (gt)

$\Rightarrow FD$ là đường trung bình của ΔABC (định nghĩa)

$\Rightarrow FD \parallel AB$ (tính chất)

$\Rightarrow \angle FDB = \angle DBA$ (so le trong)

Mà $\angle ECF = \angle DBA$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BE)

$\Rightarrow \angle EDF = \angle ECF (= \angle EBA)$

Mà D, C là 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn EF dưới 2 góc bằng nhau

$\Rightarrow E, F, C, D$ cùng thuộc một đường tròn

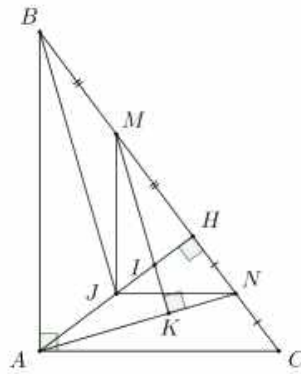
$\Rightarrow ECDF$ là tứ giác nội tiếp (dnhb).

Câu 10 (1,0 điểm)

Cách giải:

Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của HB và HC . Kẻ MK

vuông góc với AN tại K , MK cắt AH tại I . Tính $\frac{AH}{AI}$.



Gọi J là trung điểm của AH.

Xét tam giác ABH và tam giác CAH có:

$$\angle AHB = \angle AHC = 90^\circ \text{ (do } AH \perp BC)$$

$$\angle ABH = \angle CAH \text{ (cùng phụ với } \angle CAH)$$

$$\Rightarrow \triangle ABH \sim \triangle CAH \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AH} = \frac{AC}{CH}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{2AJ} = \frac{AC}{2CN}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AJ} = \frac{AC}{CN}$$

Xét tam giác ABJ và CAN có:

$$\angle BAJ = \angle ACN \text{ (cùng phụ với } \angle HAC)$$

$$\frac{AB}{AJ} = \frac{AC}{CN} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle ABJ \sim \triangle CAN \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \angle ABJ = \angle CAN \text{ (2 góc tương ứng)} \quad (1)$$

Ta có MJ là đường trung bình của tam giác HAB (định nghĩa)

$$\Rightarrow MJ \parallel AB \text{ (tính chất đường trung bình)}$$

$$\Rightarrow \angle ABJ = \angle BJM \text{ (so le trong)} \quad (2)$$

Tương tự: JN là đường trung bình của tam giác AHC (định nghĩa)

$$\Rightarrow JN \parallel AC \text{ (tính chất đường trung bình)}$$

$$\Rightarrow \angle CAN = \angle ANJ \text{ (so le trong)} \quad (3)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} MJ \parallel AB \text{ (cmt)} \\ JN \parallel AC \text{ (cmt)} \\ AB \perp AC \end{cases} \Rightarrow MJ \perp JN \Rightarrow \angle MJN = 90^\circ$$

Xét tứ giác MJKN có: $\angle MJN = \angle MKN = 90^\circ$, mà hai đỉnh J, K kề nhau cùng nhìn MN dưới hai góc bằng nhau \Rightarrow MJKN là tứ giác nội tiếp (dnhb) $\Rightarrow \angle ANJ = \angle JMK$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung JK) (4)

Từ (1), (2), (3), (4) $\Rightarrow \angle BJM = \angle JMK$.

Mà 2 góc này ở vị trí hai góc so le trong bằng nhau $\Rightarrow BJ \parallel MK$ (dnhb) $\Rightarrow BJ \parallel MI$.

Xét tam giác BHJ có: M là trung điểm của BH, $BJ \parallel MI$ (cmt)

$\Rightarrow I$ là trung điểm của JH (tính chất đường trung bình của tam giác).

$$\Rightarrow IH = \frac{1}{2} JH = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} AH = \frac{1}{4} AH$$

$$\Rightarrow AI = AH - IH = \frac{3}{4} AH$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{AI} = \frac{4}{3}.$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐỒNG NAI

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2023 – 2024

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút
(Đề thi gồm 01 trang, có 05 câu)

Câu 1. (2,0 điểm)

- 1) Giải phương trình $x^2 + 8x + 15 = 0$. ✓
- 2) Giải phương trình $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$. ✓
- 3) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$. ✓

Câu 2. (0,75 điểm)

Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} - \frac{1}{3}\sqrt{18}$.

Câu 3. (2,25 điểm)

- 1) Vẽ đồ thị hàm số $y = -2x^2$.
- 2) Tìm tham số thực m để đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và đường thẳng $y = x - m$ có điểm chung.
- 3) Cho phương trình $3x^2 + 5x - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị biểu thức $T = 6x_1 - 7x_1x_2 + 6x_2$.

Câu 4. (1,75 điểm)

1) Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn (không có nước) sau 40 phút thì đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất chảy trong 15 phút rồi khóa lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 20 phút thì lúc này lượng nước trong bể chiếm $\frac{5}{12}$ thể tích của bể nước. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì thời gian để mỗi vòi chảy đầy bể là bao lâu?

2) Một hình nón có bán kính đáy $r = 6\text{cm}$, độ dài đường sinh $l = 10\text{cm}$. Tính thể tích của hình nón đó.

Câu 5. (3,25 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A , trên cạnh AB lấy điểm M (M khác A , M khác B). Từ điểm M vẽ đường thẳng MN vuông góc với BC (N thuộc BC), đường thẳng MN cắt đường thẳng AC tại K .

- 1) Chứng minh tứ giác $AMNC$ nội tiếp.
- 2) Chứng minh $\widehat{ABK} = \widehat{ACM}$.
- 3) Đoạn thẳng BK cắt đường tròn đường kính BM tại điểm D (D khác B). Gọi I là tâm và r là bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác BKC . Chứng minh $\frac{1}{r} = \frac{1}{KN} + \frac{1}{CD} + \frac{1}{AB}$.

.....HẾT.....

Họ và tên của thí sinh: .. Số báo danh:

Chữ ký của giám thị 1:

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 01 trang)

Môn thi: Toán (môn chuyên)

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 27/5/2023

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(\frac{x+4\sqrt{x}+4}{x+\sqrt{x}-2} + \frac{x+\sqrt{x}}{1-x} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right)$ (với $x > 0; x \neq 1$).

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Có bao nhiêu giá trị nguyên của x để $A \geq \frac{1+\sqrt{2023}}{\sqrt{2023}}$.

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 8 & (1) \\ 2x^2 + y^2 - 3xy + 3x - 2y + 1 = 0 & (2) \end{cases}$$

b) Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y = -x + m + 1$ cắt parabol $(P): y = x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 - x_2 - 4m + 1 = 0$.

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $(2x + y)(x - y) + x + 8y = 22$.

b) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 3$.

Chứng minh rằng $\frac{ab}{\sqrt{c^2+3}} + \frac{bc}{\sqrt{a^2+3}} + \frac{ca}{\sqrt{b^2+3}} \leq \frac{3}{2}$.

Câu 4. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A . Trên cạnh AC lấy điểm F , vẽ FE vuông góc với BC tại E . Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp tam giác CEF . Đường thẳng BF cắt (O) tại điểm thứ hai là D , DE cắt AC tại H .

a) Chứng minh $ABEF$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $FH \cdot CA = CH \cdot FA$.

c) Đường thẳng AD cắt (O) tại điểm thứ hai là G , FG cắt CD tại I , CG cắt FD tại K . Chứng minh K, I, H thẳng hàng.

Câu 5. (1,0 điểm) Cho hình vuông $ABCD$ và 2025 đường thẳng, biết mỗi đường thẳng đều thỏa hai mãn điều kiện:

i) luôn cắt hai cạnh đối diện và không đi qua đỉnh nào của hình vuông.

ii) chia hình vuông thành hai phần có tỉ số diện tích bằng $\frac{1}{2}$.

Chứng minh rằng trong 2025 đường thẳng đó có ít nhất 507 đường thẳng cùng đi qua một điểm.

----- Hết -----

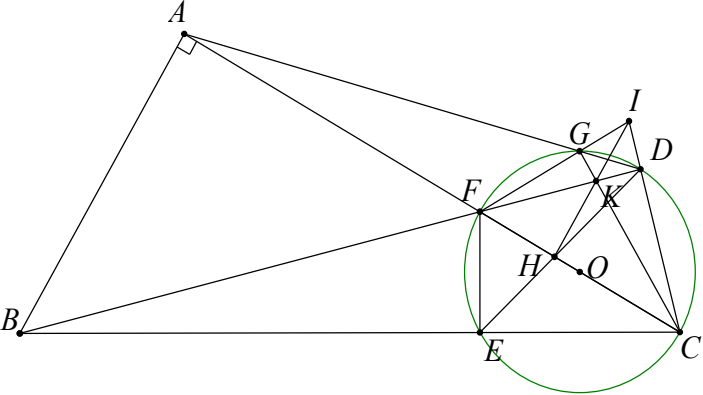
UBND TỈNH LAI CHÂU
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

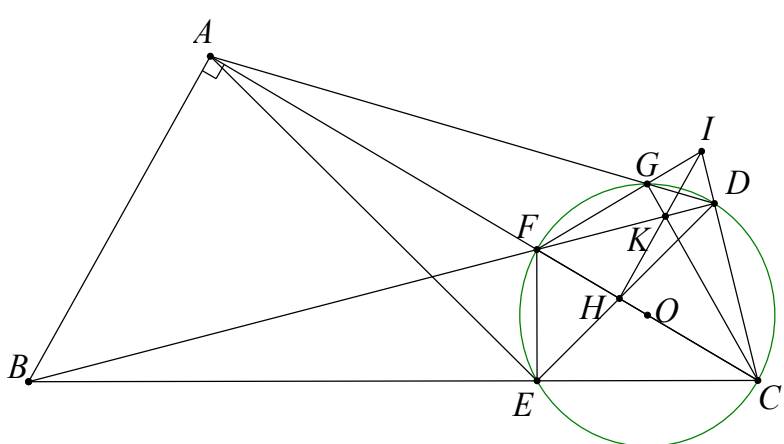
HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
NĂM HỌC 2023-2024
Môn thi: Toán

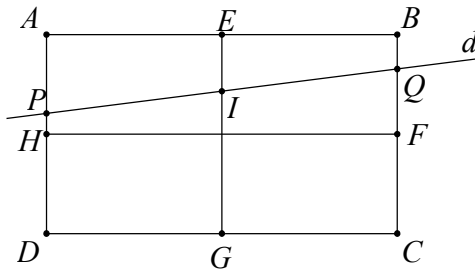
Câu	Đáp án	Điểm
1.a.		1,0
	$A = \left(\frac{x+4\sqrt{x}+4}{x+\sqrt{x}-2} + \frac{x+\sqrt{x}}{1-x} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right)$ $= \left[\frac{(\sqrt{x}+2)^2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})} \right] : \frac{\sqrt{x}-1+\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$ $= \left[\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} \right] : \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$ $= \frac{2}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{2\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ <p>Vậy $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 1$</p>	
1.b.		1,0
	$A \geq \frac{1+\sqrt{2023}}{\sqrt{2023}}$ $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \geq \frac{1+\sqrt{2023}}{\sqrt{2023}}$ $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} - \frac{1+\sqrt{2023}}{\sqrt{2023}} \geq 0$ $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{2023} + \sqrt{2023} - \sqrt{x} - \sqrt{x} \cdot \sqrt{2023}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{2023}} \geq 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{2023} - \sqrt{x} \geq 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x} \leq \sqrt{2023}$ $\Leftrightarrow x \leq 2023$ $\Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2023$ <p>Kết hợp với đk $x > 0, x \neq 1$ có 2022 giá trị thỏa mãn điều kiện</p>	
2. a.		1,0

$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 8 & (1) \\ 2x^2 + y^2 - 3xy + 3x - 2y + 1 = 0 & (2) \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 8 \\ (x - y + 1)(2x - y + 1) = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 8 \\ \begin{cases} x = y - 1 \\ y = 2x + 1 \end{cases} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 8 & (*) \\ x = y - 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 8 & (**) \\ y = 2x + 1 \end{cases} \end{cases}$ <p>Giải (*) $\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 8 \\ x = y - 1 \end{cases}$</p> $\begin{cases} x = y - 1 \\ (y - 1)^2 + y^2 + (y - 1) + y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ 2y^2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ \begin{cases} y = 2 \\ y = -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \end{cases} \end{cases}$ <p>Giải (**) $\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 8 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + 1 \\ x^2 + (2x + 1)^2 + x + (2x + 1) = 8 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + 1 \\ 5x^2 + 7x + 2 = 8 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + 1 \\ 5x^2 + 7x - 6 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + 1 \\ \begin{cases} x = \frac{3}{5} \\ x = -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = \frac{3}{5} \\ y = 2x + 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -2 \\ y = 2x + 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = \frac{3}{5} \\ y = \frac{11}{5} \end{cases} \\ \begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \end{cases} \end{cases}$ <p>Vậy hệ phương trình đã cho có 4 nghiệm $(1; 2); (-3; -2); (-2; -3); \left(\frac{3}{5}; \frac{11}{5}\right)$</p>	1,0
<p>2. b.</p>	1,0
<p>Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $x^2 = -x + m + 1$</p> $\Leftrightarrow x^2 + x - m - 1 = 0 (*)$	

	<p>Đề (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt $x_1; x_2$ thì (*) có 2 nghiệm phân biệt</p> $\Rightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 1 + 4(m+1) > 0 \Leftrightarrow 4m + 5 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{5}{4}$ <p>Ta có: $x_1^2 - x_2 - 4m + 1 = 0$ (1)</p> <p>Vì x_1 là nghiệm của (*) $\Rightarrow x_1^2 = -x_1 + m + 1$ thay vào (1) ta được</p> $-x_1 + m + 1 - x_2 - 4m + 1 = 0$ $\Leftrightarrow -(x_1 + x_2) - 3m + 2 = 0$ <p>Theo Viet ta có: $x_1 + x_2 = -1 \Rightarrow 1 - 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ (Nhận).</p> <p>Vậy $m = 1$</p>	
3. a.		1
	<p>a) $(2x + y)(x - y) + x + 8y = 22$</p> $\Leftrightarrow (2x + y)(x - y) + 3(2x + y) - 5(x - y) = 22$ $\Leftrightarrow (2x + y)(x - y + 3) - 5(x - y + 3) = 7$ $\Leftrightarrow (x - y + 3)(2x + y - 5) = 7$ <p>Khi đó ta có các khả năng sau:</p> <p>KN1: $\begin{cases} x - y + 3 = -7 \\ 2x + y - 5 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 8 \end{cases}$</p> <p>KN2: $\begin{cases} x - y + 3 = -1 \\ 2x + y - 5 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$</p> <p>KN3: $\begin{cases} x - y + 3 = 7 \\ 2x + y - 5 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases} (L)$</p> <p>KN4: $\begin{cases} x - y + 3 = 1 \\ 2x + y - 5 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ y = \frac{16}{3} \end{cases} (L)$</p> <p>Vậy nghiệm nguyên của phương trình là $(x; y) \in \{(-2; 8); (-2; 2)\}$</p>	
3. b.		1
	<p>Ta có: $a + b + c = 3$</p> $3^2 = (a + b + c)^2 \geq 3(ab + bc + ac) \Leftrightarrow ab + bc + ac \leq 3$ <p>Ta có: $\frac{bc}{\sqrt{a^2 + 3}} \leq \frac{bc}{\sqrt{a^2 + ab + bc + ac}} = \frac{bc}{\sqrt{(a+b)(a+c)}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{bc}{a+b} + \frac{bc}{a+c} \right)$</p> <p>Tương tự ta có: $\frac{ac}{\sqrt{b^2 + 3}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{ac}{a+b} + \frac{ac}{b+c} \right)$</p>	

	$\frac{ab}{\sqrt{c^2+3}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{ab}{b+c} + \frac{ab}{a+c} \right)$ <p>Cộng vế với vế của các bất đẳng thức trên ta được:</p> $\frac{ab}{\sqrt{c^2+3}} + \frac{bc}{\sqrt{a^2+3}} + \frac{ac}{\sqrt{b^2+3}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{bc}{a+b} + \frac{bc}{a+c} + \frac{ac}{a+b} + \frac{ac}{b+c} + \frac{ab}{b+c} + \frac{ab}{a+c} \right)$ $\Leftrightarrow \frac{ab}{\sqrt{c^2+3}} + \frac{bc}{\sqrt{a^2+3}} + \frac{ac}{\sqrt{b^2+3}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{bc}{a+b} + \frac{ac}{a+b} + \frac{bc}{a+c} + \frac{ab}{a+c} + \frac{ac}{b+c} + \frac{ab}{b+c} \right)$ $\Leftrightarrow \frac{ab}{\sqrt{c^2+3}} + \frac{bc}{\sqrt{a^2+3}} + \frac{ac}{\sqrt{b^2+3}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{c(a+b)}{a+b} + \frac{b(a+c)}{a+c} + \frac{a(b+c)}{b+c} \right)$ $\Leftrightarrow \frac{ab}{\sqrt{c^2+3}} + \frac{bc}{\sqrt{a^2+3}} + \frac{ac}{\sqrt{b^2+3}} \leq \frac{1}{2} (a+b+c)$ <p>Mà $a+b+c=3$ nên $\Leftrightarrow \frac{ab}{\sqrt{c^2+3}} + \frac{bc}{\sqrt{a^2+3}} + \frac{ac}{\sqrt{b^2+3}} \leq \frac{3}{2}$</p> <p>Đấu = xảy ra khi $a=b=c=1$</p> <p>Vậy $\frac{ab}{\sqrt{c^2+3}} + \frac{bc}{\sqrt{a^2+3}} + \frac{ac}{\sqrt{b^2+3}} \leq \frac{3}{2}$</p>	
<p>4.a.</p>		<p>1</p>
	 <p>a. Chứng minh rằng: $ABEF$ là tứ giác nội tiếp.</p> <p>Tam giác ABC vuông tại A nên $\widehat{BAC} = 90^\circ$ hay $\widehat{BAF} = 90^\circ$</p> <p>Ta có: $FE \perp BC$ tại E nên $\widehat{FEB} = \widehat{FEC} = 90^\circ$</p> <p>Xét tứ giác $ABEF$ có: $\widehat{BAF} + \widehat{FEB} = 180^\circ$ mà hai góc đối nhau</p> <p>Nên $ABEF$ là tứ giác nội tiếp.</p>	
<p>4.b.</p>		<p>1</p>
	<p>b. Chứng minh: $FH.CA = CH.FA$</p>	

	 <p>Xét đường tròn tâm (O) có $\widehat{FDC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) Hay $\widehat{BDC} = 90^\circ$ Xét tứ giác $ABCD$ có: $\widehat{BAC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$ mà hai đỉnh kề Nên $ABCD$ là tứ giác nội tiếp. Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ có $\widehat{ABD} = \widehat{ACD}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{AD}) Hay $\widehat{ABF} = \widehat{FCD}$ (1) Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABEF$ có $\widehat{ABF} = \widehat{AEF}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{AF}) (2) Xét đường tròn tâm (O) có $\widehat{FED} = \widehat{FCD}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung \widehat{DF}) (3) Từ (1); (2); (3) ta có: $\widehat{AEF} = \widehat{FED}$ nên FE là tia phân giác của \widehat{AED} Xét tam giác AEH có EF là đường phân giác trong của tam giác nên $\frac{AF}{FH} = \frac{AE}{EH}$ (4) EC là đường phân giác ngoài của tam giác nên $\frac{AC}{CH} = \frac{AE}{EH}$ (5) Từ (4); (5) ta có: $\frac{AF}{FH} = \frac{AC}{CH} \Rightarrow AF \cdot CH = FH \cdot AC$</p>	
4.c.		1
	<p>Đường thẳng AD cắt (O) tại điểm thứ hai là G, FG cắt CD tại I, CG cắt FD tại K. Chứng minh rằng $K; I; H$ thẳng hàng. Xét đường tròn tâm (O) có $\widehat{FGC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow CG \perp FI$ Xét tam giác ΔIFC có FD, CG là hai đường cao mà FD cắt CG tại K Nên K là trực tâm tam giác $\Delta IFC \Rightarrow IK$ là đường cao ΔIFC Do đó $IK \perp FC$ (6) Xét đường tròn tâm (O) có $\widehat{FDA} = \widehat{FCG}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung \widehat{GF})</p>	

	<p>Mà $\widehat{FDA} = \widehat{BCA}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung \widehat{AB} của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$)</p> <p>Do đó $\widehat{BCA} = \widehat{FCG}$ Hay $\widehat{FCE} = \widehat{FCG}$</p> <p>Xét $\triangle FEC$ và $\triangle FGC$ có; $\widehat{FCE} = \widehat{FCG}$; $\widehat{FEC} = \widehat{FGC} = 90^\circ$</p> <p>Nên $\triangle FEC \sim \triangle FGC (g.g) \Rightarrow \widehat{EFC} = \widehat{GFC}$</p> <p>Do đó $\Rightarrow \widehat{GC} = \widehat{EC}$</p> <p>Xét đường tròn tâm (O) có $\widehat{GFC} = \frac{1}{2} \text{sd}\widehat{GC}$; $\widehat{EDC} = \frac{1}{2} \text{sd}\widehat{EC}$</p> <p>$\Rightarrow \widehat{GFC} = \widehat{EDC}$ hay $\widehat{IFH} = \widehat{HDC}$</p> <p>Xét tứ giác $FHDI$ có: $\widehat{IFH} = \widehat{HDC}$ mà góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối</p> <p>Nên $FHDI$ là tứ giác nội tiếp.</p> <p>$\Rightarrow \widehat{FHI} = \widehat{FDI} = 90^\circ \Rightarrow IH \perp FC (7)$</p> <p>Từ (6) và (7) ta có $K; I; H$ thẳng hàng.</p>	
5:		1
	<p>Gọi d là đường thẳng trong 2025 đường thẳng thỏa mãn đề bài,</p>  <p>Giả sử d cắt AD và BC lần lượt tại P và Q và cắt EG tại I</p> <p>$E; F; G; H$ là trung điểm của các cạnh như hình</p> <p>Mà $S_{DCQP} = 2S_{ABQP} \Rightarrow (DP + QC) = 2(AP + BQ) \Leftrightarrow GI = 2.IE \Leftrightarrow GI = \frac{2}{3}GE \Rightarrow I$ cố định</p> <p>Khi đó ta có 2025 = 4.506 + 1 các đường thẳng thỏa mãn đề bài phải đi qua 4 điểm cố định</p> <p>Khi đó theo nguyên lý Dirichlet thì có 506 + 1 = 507 đường thẳng đi qua một điểm.</p>	

Câu 1. (2,5 điểm)

a) Thực hiện phép tính: $\sqrt{(1-\sqrt{5})^2} - \sqrt{20} + 1.$

b) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{4\sqrt{x}}{x-4} - \frac{2}{\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 4.$

c) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{3}{x-y} - \frac{1}{x-1} = 5 \\ \frac{1}{x-y} + \frac{2}{x-1} = 4 \end{cases}.$$

Câu 2. (2,0 điểm)

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx + 3$ (m là tham số).

a) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) khi $m = -2$;

b) Chứng minh (P) và (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt;

c) Gọi A và B là hai giao điểm của (P) và (d) . Tìm m để diện tích tam giác OAB bằng 6 cm^2 (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét).

Câu 3. (1,5 điểm)

Quãng đường AB dài 180 km. Lúc 8 giờ một xe máy đi từ A đến B , 45 phút sau một ô tô cũng đi từ A đến B với vận tốc lớn hơn vận tốc xe máy 12 km/h. Hai xe đến B cùng một lúc. Hỏi hai xe đến B lúc mấy giờ?

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB , trên nửa đường tròn lấy hai điểm C và D ($C \in \widehat{AD}$). Hai dây AD và BC của nửa đường tròn (O) cắt nhau tại E . Gọi H là hình chiếu của E trên AB .

a) Chứng minh tứ giác $ACEH$ nội tiếp;

b) Chứng minh CB là phân giác của \widehat{DCH} ;

c) Chứng minh $AE \cdot AD + BE \cdot BC = AB^2$;

d) Tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) tại C cắt đường thẳng HE tại K . Chứng minh tam giác KCD cân tại K .

Câu 5. (0,5 điểm)

Ở chính giữa một cái bàn tròn có một lọ hoa với chân đế cũng là hình tròn (hình vẽ minh họa). Chỉ với một lần đo độ dài bằng thước thẳng và không được di chuyển lọ hoa, em hãy nêu cách đo và cách tính diện tích phần mặt bàn không bị lọ hoa che khuất.



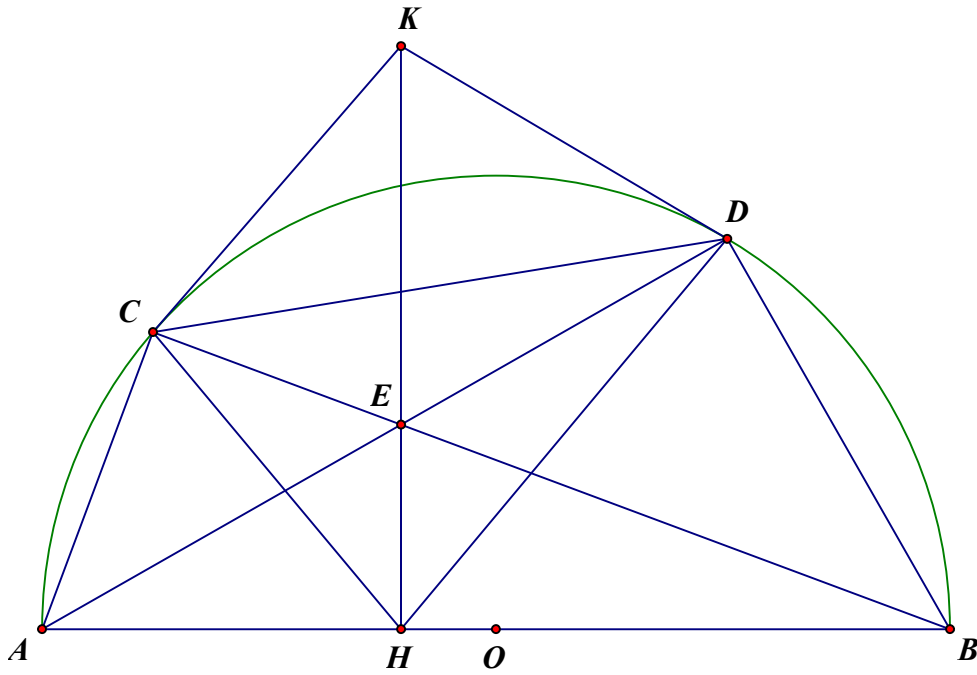
..... Hết

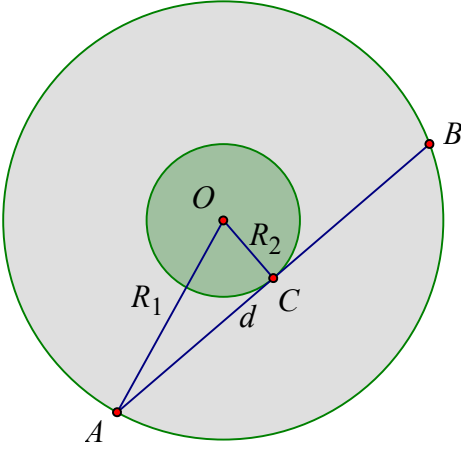
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ kí của cán bộ coi thi 1: Chữ kí của cán bộ coi thi 2:

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
1 (2,5 đ)	a) $\sqrt{(1-\sqrt{5})^2} - \sqrt{20} + 1 = 1-\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 1 = \sqrt{5} - 1 - 2\sqrt{5} + 1 = -\sqrt{5}$	0,75
	b) $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{2}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2) - 4\sqrt{x} - 2(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
	$= \frac{x+2\sqrt{x}-4\sqrt{x}-2\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x-4\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$	0,5
	c) Đặt $\frac{1}{x-y} = a, \frac{1}{x-1} = b$. Hệ phương trình trở thành $\begin{cases} 3a - b = 5 \\ a + 2b = 4 \end{cases}$ Giải hệ phương trình được $\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$.	0,5
	Vậy $\begin{cases} \frac{1}{x-y} = 2 \\ \frac{1}{x-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$.	0,5
2 (2,0 đ)	a) Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình $x^2 + 2x - 3 = 0$	0,25
	Giải pt được $x_1 = 1, x_2 = -3$. Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là (1;1) và (-3;9)	0,5
	b) Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình $x^2 - mx - 3 = 0$ Tính được $\Delta = m^2 + 12$.	0,25
	Ta có $m^2 + 12 > 0$ với mọi m do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt nên (P) và (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt.	0,25
c) Theo định lý Viet ta có $x_A \cdot x_B = -3 < 0 \Rightarrow x_A$ và x_B trái dấu. G/s $x_A < 0, x_B > 0$.		
Dễ thấy $x_A = \frac{m - \sqrt{\Delta}}{2}, x_B = \frac{m + \sqrt{\Delta}}{2}$	0,25	
Ta có (d) luôn cắt trục tung tại $C(0;3)$. Do đó $S_{OAB} = S_{OCA} + S_{OCB} = \frac{1}{2} x_A \cdot 3 + \frac{1}{2} x_B \cdot 3$		
$= \frac{3}{2}(x_A + x_B) = \frac{3}{2}(x_B - x_A) = \frac{3}{2}\left(\frac{m + \sqrt{\Delta}}{2} - \frac{m - \sqrt{\Delta}}{2}\right) = \frac{3}{2}\sqrt{\Delta} = \frac{3}{2}\sqrt{m^2 + 12}$	0,25	
$S_{OAB} = 6 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\sqrt{m^2 + 12} = 6 \Leftrightarrow m = \pm 2$. Vậy $m = \pm 2$ là giá trị cần tìm	0,25	

	Gọi vận tốc của xe máy là x km/h (đk: $x > 0$)	0,25
	Vận tốc của ô tô là $x+12$ (km/h)	
3	Thời gian đi từ A đến B của xe máy, ô tô lần lượt là $\frac{180}{x}$ giờ và $\frac{180}{x+12}$ giờ	0,25
(1,5 đ)	<p>Vì xe máy xuất phát trước ô tô 45 phút $= \frac{3}{4}$ giờ và hai xe đến B cùng lúc nên ta có phương trình $\frac{180}{x} - \frac{180}{x+12} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x^2 + 12x - 2880 = 0$</p>	0,5
	<p>Giải phương trình được $x_1 = -60$ (không tmđk), $x_2 = 48$ (tmđk). \Rightarrow thời gian xe máy đi từ A đến B là $3\frac{3}{4}$ giờ. Vậy hai xe đến B lúc 11 giờ 45 phút.</p>	0,5
4	<p>Hình vẽ (đủ cho ý a)</p> 	0,25
	a) Vì C thuộc nửa đường tròn đường kính AB nên $\widehat{ACB} = 90^\circ$	0,25
	Có $\widehat{ACE} + \widehat{AHE} = 180^\circ$ nên tứ giác ACEH nội tiếp	0,5
	b) Tứ giác ACEH nội tiếp nên $\widehat{ECH} = \widehat{EAH}$ (nội tiếp cùng chắn \widehat{EH})	0,5
	Lại có $\widehat{DAB} = \widehat{DCB}$ (nội tiếp (O) cùng chắn \widehat{BD}). Vậy $\widehat{BCH} = \widehat{BCD}$ nên CB là phân giác của \widehat{DCH} .	0,5
	<p>c) Xét $\triangle BHE$ và $\triangle BCA$ có \widehat{B} chung, $\widehat{BHE} = \widehat{BCA} = 90^\circ \Rightarrow \triangle BHE \sim \triangle BCA$ $\Rightarrow \frac{BH}{BC} = \frac{BE}{BA} \Rightarrow BH \cdot BA = BE \cdot BC$ (1)</p>	0,5
	<p>Chứng minh tương tự được $AH \cdot AB = AE \cdot AD$ (2). Cộng vế với vế của (1) và (2) được $AE \cdot AD + BE \cdot BC = BH \cdot BA + AH \cdot AB = (BH + AH) \cdot AB = AB^2$</p>	0,25

	d) $\widehat{EHB} + \widehat{EDB} = 180^\circ$ nên tứ giác BDEH nội tiếp $\Rightarrow \widehat{DHE} = \widehat{DBE}$.	0,25	
	$\widehat{DBC} = \widehat{DCK}$ (góc nội tiếp, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây của (O) cùng chắn \widehat{CD}). Vậy $\widehat{DHE} = \widehat{DCK} \Rightarrow$ Tứ giác KCHD nội tiếp $\Rightarrow \widehat{KDC} = \widehat{KHC}$ (3)	0,25	
	$\widehat{KCD} = \widehat{CAD}$ (góc nội tiếp, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây của (O) cùng chắn \widehat{CD}) Tứ giác ACEH nội tiếp nên $\widehat{CAE} = \widehat{CHE}$. Vậy $\widehat{KCD} = \widehat{CHE}$ (4)	0,25	
	Từ (3) và (4) $\Rightarrow \widehat{KCD} = \widehat{KDC} \Rightarrow \Delta$ KCD cân tại K		
5 (0,5 đ)		Diện tích phần mặt bàn không bị lộ hoa che là diện tích hình vành khăn có R_1 là bán kính mặt bàn, R_2 là bán kính đế lọ hoa. Ta có $S = \pi R_1^2 - \pi R_2^2 = \pi(R_1^2 - R_2^2)$	0,25
		Đo độ dài d dây AB của mặt bàn và tiếp xúc với đế lọ hoa tại C. Dễ thấy ΔOCA vuông tại C, $AC = \frac{1}{2}d$ do đó $R_1^2 - R_2^2 = \frac{d^2}{4}$. Vậy $S = \frac{\pi d^2}{4}$	0,25

Những chú ý khi chấm thi:

- Hướng dẫn chấm này chỉ trình bày sơ lược một cách giải. Bài làm của học sinh phải chi tiết, lập luận chặt chẽ, tính toán chính xác mới cho điểm tối đa.
- Các cách giải khác nếu đúng vẫn cho điểm. Tổ chấm trao đổi và thống nhất điểm chi tiết.
- Có thể chia nhỏ điểm thành phần nhưng không dưới 0,25 điểm và phải thống nhất trong cả tổ chấm. Điểm thống nhất toàn bài là tổng số điểm các bài đã chấm, **không làm tròn.**

.....**Hết**.....

Câu 1 (2,0 điểm)

- Giải phương trình: $x^2 - x - 20 = 0$
- Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - y = -2 \\ \frac{x+6}{4} - \frac{y}{6} = 1 \end{cases}$$

Câu 2 (2,0 điểm)

1) Rút gọn biểu thức

$$A = 1 - \frac{3}{\sqrt{x} + 3} : \left(\frac{x - 2\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} - 6} - \frac{x - 9}{x + 6\sqrt{x} + 9} \right) \text{ với } x \geq 0 \text{ và } x \neq 4.$$

2) Cho hàm số bậc nhất $y = (a - 2)x - 2a + 3$ có đồ thị là đường thẳng (d). Xác định giá trị của a để đường thẳng (d) cắt đường thẳng (d'): $y = 2x + 1$ tại điểm cách trục tung 2 đơn vị.

Câu 3 (2,0 điểm)

a) Một học sinh được giao phải làm 120 bài tập trong thời gian nhất định, chia đều cho các ngày. Sau khi làm được 5 ngày theo đúng kế hoạch, học sinh đó nghỉ một ngày. Để hoàn thành đúng thời gian đã định, mỗi ngày còn lại học sinh đó phải làm tăng thêm 3 bài tập so với kế hoạch ban đầu. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày học sinh đó làm bao nhiêu bài tập.

b) Tìm m để phương trình bậc hai $4x^2 - 17x + m - 1 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt thoả mãn $\sqrt{x_1} - 2\sqrt{x_2} = 1$

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng theo thứ tự đó. Vẽ đường tròn tâm O đường kính BC. Kẻ tiếp tuyến AM với đường tròn. Gọi H là hình chiếu của M trên AC. Tia MH cắt đường tròn tại điểm thứ hai là N.

a) Chứng minh: OA là phân giác góc MON và AN là tiếp tuyến của (O).

b) Lấy điểm E thuộc cung nhỏ MN sao cho $EM < EN$. Đường thẳng AE cắt đường tròn tại điểm F (F không trùng với E). Gọi I là trung điểm EF, K là giao điểm của EF với MN.

Chứng minh: $AK \cdot AI = AE \cdot AF$

c) Đường thẳng qua E song song với AN cắt MN tại P, FP cắt AN tại Q. Chứng minh Q là trung điểm của AN.

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho x, y, z là độ dài ba cạnh của một tam giác.

Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $S = \sqrt{\frac{x}{2y+2z-x}} + \sqrt{\frac{y}{2z+2x-y}} + \sqrt{\frac{z}{2x+2y-z}}$.

..... Hết

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ TOÁN - NGÀY 18/5/2023

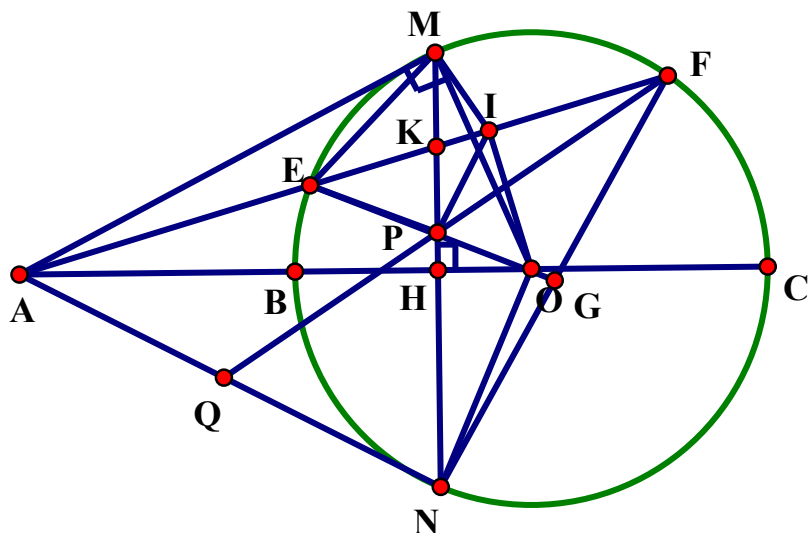
Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa

Câu	Đáp án	Điểm
1 (2,0 điểm)	<i>a) (1 điểm)</i>	
	$x^2 - x - 20 = 0$ $\Delta = (-1)^2 - 4.1.(-20) = 81 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{81} = 9$	0,5
	$\Rightarrow x_1 = \frac{1+9}{2} = 5; x_2 = \frac{1-9}{2} = -4$	0,25
	Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 5; x_2 = -4$	0,25
	<i>b) (1 điểm)</i>	
	$\begin{cases} 2x - y = -2 \\ \frac{x+6}{4} - \frac{y}{6} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -2 \\ 3(x+6) - 2y = 12 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -2 \\ 3x - 2y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = -4 \\ 3x - 2y = -6 \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 3x - 2y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases}$	0,25	
Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 6)$		0,25
2 (2,0 điểm)	<i>a) (1 điểm)</i>	
	$A = 1 - \frac{3}{\sqrt{x} + 3} : \left(\frac{x - 2\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} - 6} - \frac{x - 9}{x + 6\sqrt{x} + 9} \right)$	0,25
	$= 1 - \frac{3}{\sqrt{x} + 3} : \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 2)} - \frac{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} + 3)^2} \right)$	0,25
	$= 1 - \frac{3}{\sqrt{x} + 3} : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} - \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 3} \right)$	0,25
	$= 1 - \frac{3}{\sqrt{x} + 3} : \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3}$	0,25
	$= 1 - \frac{3}{\sqrt{x} + 3} : \frac{3}{\sqrt{x} + 3}$	0,25
$= 1 - 1 = 0$	0,25	
Vậy $A = 0$, với $x > 0$ và $x \neq 4$		0,25
<i>b) (1 điểm)</i>		

	<p>Xét (d): $y = (a - 2)x - a + 3$</p> <p>(d'): $y = 2x + 1$</p> <p>ĐK (d) là hàm số bậc nhất thì $a - 2 \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 2$</p> <p>ĐK để (d) cắt (d') thì $a - 2 \neq 2 \Leftrightarrow a \neq 4$</p>	0,25
	<p>d cắt đường thẳng d': $y = 2x + 1$ tại điểm cách trục tung 2 đơn vị.</p> <p>$\Leftrightarrow x = 2$ hoặc $x = -2$</p> <p>TH 1: $x = 2$, thay vào công thức của (d') có: $y = 2.2 + 1 = 5$</p> <p>Thay $x = 2; y = 5$ vào công thức của (d) có:</p> <p>$(a - 2). 2 - a + 3 = 5 \Leftrightarrow 2a - 4 - a + 3 = 5$</p> <p>$\Leftrightarrow a - 1 = 5 \Leftrightarrow a = 6$ (t/m)</p>	0,25
	<p>TH 2: $x = -2$, thay vào công thức của (d') có: $y = 2.(-2) + 1 = -3$</p> <p>Thay $x = -2; y = -3$ vào công thức của d có:</p> <p>$(a - 2). (-2) - a + 3 = -3$</p> <p>$\Leftrightarrow -2a + 4 - a + 3 = -3$</p> <p>$\Leftrightarrow -3a = -10 \Leftrightarrow a = -10/3$ (/tm)</p>	0,25
	Vậy $a = 6, a = -10/3$ là các giá trị cần tìm.	0,25
3 (2,0 điểm)	<i>a) (1 điểm)</i>	
	<p>Gọi số bài tập mỗi ngày học sinh đó dự định làm là x (bài)</p> <p>($x \in \mathbb{N}^*$)</p> <p>Thời gian dự định làm hết 120 bài tập là: $\frac{120}{x}$ (ngày)</p> <p>Sau 5 ngày đầu tiên đã làm hết số bài là: $5x$ (bài)</p> <p>Số bài còn lại là: $120 - 5x$ (bài)</p> <p>Mỗi ngày còn lại làm số bài là: $x + 3$ (bài)</p> <p>Thời gian làm số bài còn lại là: $\frac{120 - 5x}{x + 3}$ (ngày)</p>	0,25
	<p>Vì học sinh đó hoàn thành bài theo đúng kế hoạch đặt ra nên có pt:</p> $5 + 1 + \frac{120 - 5x}{x + 3} = \frac{120}{x}$	0,25
	$\Leftrightarrow 6x(x + 3) + (120 - 5x)x = 120(x + 3)$ $\Leftrightarrow 6x^2 + 18x + 120x - 5x^2 - 120x - 360 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + 18x - 360 = 0$ <p>Giải pt ta được $x = -30$(loại) hoặc $x = 12$(t/m).</p>	0,25
	Vậy theo kế hoạch mỗi ngày học sinh đó làm 12 bài tập	0,25
	<i>b) (1 điểm)</i>	

	<p>Phương trình bậc hai $4x^2 - 17x + m - 1 = 0$ có :</p> $\Delta = (-17)^2 - 4.4.(m - 1) = 305 - 16m$ <p>*) Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0$</p> $\Rightarrow 305 - 16m > 0 \Leftrightarrow -16m > -305 \Leftrightarrow m < \frac{305}{16}$ <p>Áp dụng hệ thức Vi – et có : $x_1 + x_2 = \frac{17}{4}$ (1) ; $x_1 \cdot x_2 = \frac{m-1}{4}$ (2)</p> <p>*) Để hai nghiệm dương thì $m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$</p>	0,25
	<p>Theo bài ra : $\sqrt{x_1} - 2\sqrt{x_2} = 1$ (3)</p> <p>Đặt $\sqrt{x_1} = a$; $\sqrt{x_2} = b$. ĐK : $a > 0, b > 0 \Rightarrow x_1 = a^2$; $x_2 = b^2$</p> <p>Thay vào (3) có : $a - 2b = 1 \Leftrightarrow a = 2b + 1$</p> <p>Thay vào (1) có : $(2b + 1)^2 + b^2 = \frac{17}{4}$</p>	0,25
	$\Leftrightarrow 4b^2 + 4b + 1 + b^2 = \frac{17}{4}$ $\Leftrightarrow 5b^2 + 4b + 1 = \frac{17}{4}$ $\Leftrightarrow 20b^2 + 16b + 4 = 17$ $\Leftrightarrow 20b^2 + 16b - 13 = 0$ <p>Giải phương trình có $b = \frac{1}{2}$ (t/m) hoặc $b = \frac{-13}{10}$ (loại)</p> $a = 2b + 1 = 2$	0,25
	<p>Với $a = 2$ có : $\sqrt{x_1} = 2 \Leftrightarrow x_1 = 4$</p> <p>$b = \frac{1}{2}$ có : $\sqrt{x_2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_2 = \frac{1}{4}$</p> <p>Thay x_1; x_2 vào điều kiện (2) có : $4 \cdot \frac{1}{4} = \frac{m-1}{4}$</p> $\Leftrightarrow m - 1 = 4 \Leftrightarrow m = 5 \text{ (t/m)}$ <p>Vậy $m = 5$ là giá trị cần tìm.</p>	0,25
	a) (1,0 điểm)	

4 (3,0 điểm)		0,25
	Có $OM = ON = R \Rightarrow \triangle OMN$ cân tại O Mà $OA \perp MN$ tại H(gt) \Rightarrow OA đồng thời là phân giác góc MON	0,25
	Xét $\triangle MOA$ và $\triangle NOA$ có: $OM = ON = R$; $\widehat{MOA} = \widehat{NOA}$ (cmt); OA là cạnh chung $\Rightarrow \triangle MOA = \triangle NOA$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{OMA} = \widehat{ONA}$ (hai góc tương ứng) Có $\widehat{OMA} = 90^\circ$ (gt) $\Rightarrow \widehat{ONA} = 90^\circ \Rightarrow AN \perp ON$ tại $N \in (O)$ $\Rightarrow AN$ là tiếp tuyến của (O)	0,25
	<i>b) (1,0 điểm)</i>	
	Có I là trung điểm EF $\Rightarrow OI \perp EF$ (quan hệ đường kính và dây) Có $\widehat{OIA} = 90^\circ$ (cmt) Xét $\triangle AKH$ và $\triangle AOI$ có \widehat{HAK} chung; $\widehat{AHK} = \widehat{AIO} = 90^\circ$ $\Rightarrow \triangle AKH \sim \triangle AOI$ (g.g) $\Rightarrow AK \cdot AI = AH \cdot AO$ (1)	0,25
	$\triangle AMO$ vuông tại M có MH là đường cao $\Rightarrow AH \cdot AO = AM^2$ (hệ thức lượng) (2)	0,25
	C/m $\triangle AME \sim \triangle AFM$ vì \widehat{MAE} chung; $\widehat{AME} = \widehat{AFM}$ (cùng chắn \widehat{ME}) $AM^2 = AE \cdot AF$ (3)	0,25
	Từ (1), (2) và (3) ta có: $AK \cdot AI = AE \cdot AF$	0,25
	<i>c) (1,0 điểm)</i>	
		0,25



Gọi G là giao điểm của EP và NF

+) Có $EP \parallel AN \Rightarrow \widehat{FEP} = \widehat{FAN}$ (đồng vị) mà $\widehat{FAN} = \widehat{IMN}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung NI của đường tròn đường kính AO)

$\Rightarrow \widehat{IEP} = \widehat{IMP}$ Mà 2 đỉnh E và M là 2 đỉnh liên tiếp.

\Rightarrow Tứ giác MEPI nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{EMP} = \widehat{EIP}$ (cùng nhìn cạnh EP)

Có: $\widehat{EMP} = \widehat{EFN}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung EN)

$\Rightarrow \widehat{EIP} = \widehat{EFN}$ suy ra $IP \parallel FN$ hay $IP \parallel FG$,

Có I là trung điểm EF \Rightarrow P là trung điểm EG $\Rightarrow PE = PG$ (3)

Ta có $EG \parallel AN$ (gt) $\Rightarrow \frac{EP}{AQ} = \frac{FP}{FQ} = \frac{PG}{QN}$ (Ta lét) (4)

Từ (3) và (4) ta có $AQ = QN$

Suy ra Q là trung điểm của AN.

Vì x, y, z là độ dài ba cạnh của một tam giác

$\Rightarrow x, y, z > 0$ và $2y + 2z - x > 0$; $2z + 2x - y > 0$; $2x + 2y - z > 0$

Ta có: $S = \sqrt{\frac{x}{2y + 2z - x}} + \sqrt{\frac{y}{2z + 2x - y}} + \sqrt{\frac{z}{2x + 2y - z}}$

$= \sqrt{\frac{3x^2}{3x(2y + 2z - x)}} + \sqrt{\frac{3y^2}{3y(2z + 2x - y)}} + \sqrt{\frac{3z^2}{3z(2x + 2y - z)}}$

$= \sqrt{3} \left(\frac{x}{\sqrt{3x(2y + 2z - x)}} + \frac{y}{\sqrt{3y(2z + 2x - y)}} + \frac{z}{\sqrt{3z(2x + 2y - z)}} \right)$

**5
(1,0
điểm)**

0,25

0,25

0,25

0,25

0,25

	<p>Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có</p> $\sqrt{3x(2y + 2z - x)} \leq x + y + z$ $\sqrt{3y(2z + 2x - y)} \leq x + y + z; \sqrt{3z(2x + 2y - z)} \leq x + y + z$ <p>Suy ra $S \geq \sqrt{3} \left(\frac{x + y + z}{x + y + z} \right) = \sqrt{3}$.</p>	0,25
	<p>Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} 2y + 2z - x = 3x \\ 2z + 2x - y = 3y \\ 2x + 2y - z = 3z \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z$</p> <p>Vậy $\text{Min}S = \sqrt{3}$ khi đó tam giác đã cho là tam giác đều.</p>	0,25

ĐỀ CHÍNH THỨC

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)

Trong các câu sau, mỗi câu chỉ có một lựa chọn đúng. Em hãy ghi vào bài làm chữ cái in hoa đứng trước lựa chọn đúng (Ví dụ: Câu 1 nếu chọn A là đúng thì viết 1.A).

Câu 1. Biểu thức $P = \frac{2023}{x-1}$ nhận giá trị dương khi và chỉ

- A. $x < 1$ B. $x > 1$. C. $x \leq 2023$. D. $x = 1$.

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = mx - 4$ (m là tham số) cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 2. Giá trị của m bằng

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH và $HB = 3HC$, biết $AC = 2\sqrt{3}cm$. Độ dài cạnh AB là

- A. $6cm$. B. $4\sqrt{3}cm$. C. $2\sqrt{6}cm$. D. $4cm$.

Câu 4. Cho hình vuông $ABCD$ có $AC = 4\sqrt{2}$. Khi đó bán kính đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ bằng

- A. $2\sqrt{2}$. B. 2. C. $\sqrt{2}$. D. 4.

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 5 (1,5 điểm).

a) Giải phương trình $2x^2 - 3x + 1 = 0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2023x + y = 2024 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-10}{x-4}$ (với $x \geq 0$ và $x \neq 4$). Tìm x để $A = 2$.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = x - m + 1$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ

x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{2}{x_1^2} + \frac{5}{x_1 x_2} = \frac{4}{x_2^2} \left(\frac{1}{x_1^2} - 1 \right)$.

Câu 8 (1,0 điểm). Một bác nông dân dự định trồng 250 cây giống gồm cây táo và cây ổi. Nhưng trên thực tế do cải tiến kỹ thuật bác nông dân trồng thêm được 22 cây nữa nên số cây táo được trồng tăng 8%, số cây ổi được trồng tăng 10% so với dự định ban đầu. Hỏi ban đầu bác nông dân dự định trồng bao nhiêu cây táo, bao nhiêu cây ổi?

Câu 9 (3,0 điểm). Cho đường tròn $(O; R)$. Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn, kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến (O) (A, B là các tiếp điểm). Qua A , kẻ đường thẳng song song với MO cắt đường tròn tại E , đường thẳng ME cắt đường tròn tại F , đường thẳng AF cắt MO tại N .

a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $MN^2 = NF \cdot NA$.

c) Gọi H là giao điểm giữa MO và AB . Chứng minh $MN = NH$ và $\frac{HB^2}{HF^2} - \frac{EF}{MF} = 1$.

Câu 10 (0,5 điểm). Giải phương trình $x = \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$.

HẾT

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh..... Số báo danh.....

HDC gồm 04 trang

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM: Mỗi câu đúng được 0,5 điểm

Câu	1	2	3	4
Đáp án	B	C	A	B

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải. Nếu thí sinh có cách giải khác và đúng thì giám khảo cho điểm theo thang điểm của hướng dẫn chấm.

- Trong một bài, thí sinh giải đúng đến đâu cho điểm đến đó.

- Bài 9 nếu không vẽ hình thì không cho điểm, nếu vẽ hình sai phần nào thì không cho điểm ứng với phần vẽ hình sai đó.

- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

Câu 5 (1,5 điểm).

a) Giải phương trình $2x^2 - 3x + 1 = 0$.

Nội dung	Điểm
	0,75
Ta có $\Delta = (-3)^2 - 4.2.1 = 1$	0,25
Phương trình có hai nghiệm: $x_1 = \frac{3+1}{2.2} = 1; x_2 = \frac{3-1}{2.2} = \frac{1}{2}$.	0,5

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2023x + y = 2024 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$.

Nội dung	Điểm
	0,75
Hệ phương trình $\begin{cases} 4046x + 2y = 4048 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} 4046x + 2y = 4048 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} 4045x = 4045 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ KL: Hệ có nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$.	0,25

Câu 6 (1,0 điểm). Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-10}{x-4}$ (với $x \geq 0$ và $x \neq 4$). Tìm x để $A = 2$.

Nội dung	Điểm
	1,0
Ta có $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-10}{x-4} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x+3\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+2}$	0,25
$A = 2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+2} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x}+5 = 2\sqrt{x}+4 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1$	0,25
Vậy để $A = 2$ thì $x = 1$.	0,25

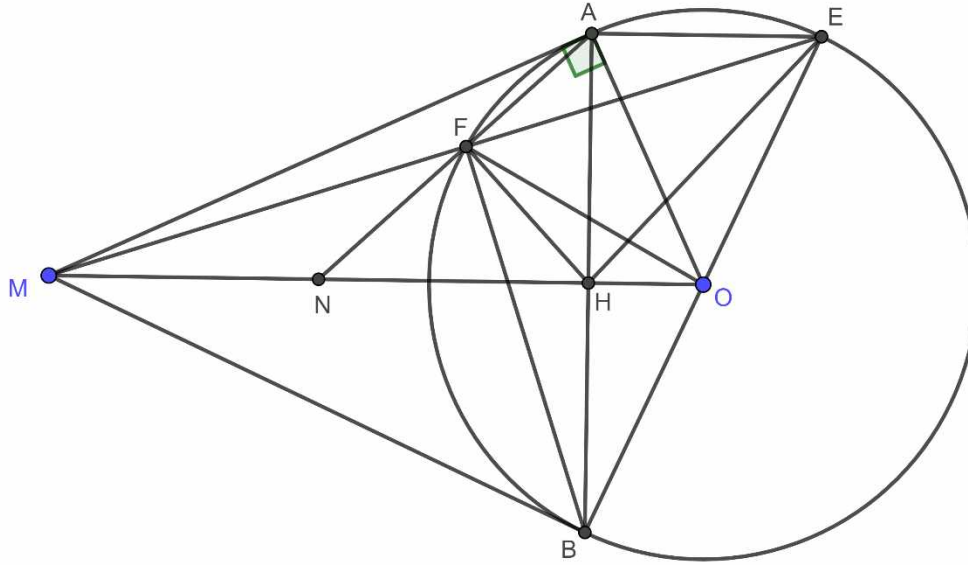
Câu 7 (1,0 điểm). Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = x - m + 1$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{2}{x_1^2} + \frac{5}{x_1 x_2} = \frac{4}{x_2^2} \left(\frac{1}{x_1^2} - 1 \right)$.

Nội dung	Điểm 1,0
Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là: $x^2 = x - m + 1 \Leftrightarrow x^2 - x + m - 1 = 0$ (1) d cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = (-1)^2 - 4.(m - 1) > 0 \Leftrightarrow 5 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{4}$.	0,25
Ta có x_1, x_2 là hoành độ giao điểm của (P) và d nên x_1, x_2 là nghiệm của (1) Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$	0,25
Ta có: $\frac{2}{x_1^2} + \frac{5}{x_1 x_2} = \frac{4}{x_2^2} \left(\frac{1}{x_1^2} - 1 \right) \Leftrightarrow \frac{2x_2^2 + 5x_1 x_2}{x_1^2 x_2^2} = \frac{4 - 4x_1^2}{x_1^2 x_2^2} \Leftrightarrow 2x_2^2 + 5x_1 x_2 + 4x_1^2 - 4 = 0$ (2)	0,25
Mặt khác $x_1 + x_2 = 1 \Rightarrow x_1 = 1 - x_2$ thế vào (2) ta được: $2x_2^2 + 5(1 - x_2)x_2 + 4(1 - x_2)^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x_2^2 - 3x_2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 0(l) \\ x_2 = 3 \end{cases}$ Với $x_2 = 3 \Rightarrow x_1 = -2$ suy ra $m - 1 = -6 \Leftrightarrow m = -5$ (thỏa mãn) Vậy $m = -5$.	0,25

Câu 8 (1,0 điểm). Một bác nông dân dự định trồng 250 cây giống gồm cây táo và cây ổi. Nhưng trên thực tế do cải tiến kỹ thuật bác trồng thêm được 22 cây nữa nên số cây táo được trồng tăng 8%, số cây ổi được trồng tăng 10% so với dự định ban đầu. Hỏi ban đầu bác nông dân dự định trồng bao nhiêu cây táo, bao nhiêu cây ổi?

Nội dung	Điểm 1,0
Gọi số cây táo bác nông dân dự định trồng ban đầu là x ($x \in \mathbb{N}^*$) số cây ổi bác nông dân dự định trồng ban đầu là y ($y \in \mathbb{N}^*$) Vì tổng số cây dự định trồng ban đầu là 250 cây nên ta pt: $x + y = 250$ (1)	0,25
Nhưng trên thực tế trồng thêm được 22 cây và số cây táo được trồng thêm tăng 8% và số cây ổi được trồng thêm tăng 10% so với dự định ban đầu nên ta có pt: $8\%x + 10\%y = 22 \Leftrightarrow 4x + 5y = 1100$ (2)	0,25
Từ (1) và (2) ta có hệ pt: $\begin{cases} x + y = 250 \\ 4x + 5y = 1100 \end{cases}$ Giải hệ pt ta được: $x = 150, y = 100$	0,25
Vậy ban đầu bác nông dân dự định trồng 150 cây táo và 100 cây ổi.	0,25

Câu 9 (3,0 điểm). Cho đường tròn $(O; R)$. Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn, kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến (O) (A, B là các tiếp điểm). Qua A , kẻ đường thẳng song song với MO cắt đường tròn tại E , đường thẳng ME cắt đường tròn tại F , đường thẳng AF cắt MO tại N .



a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp đường tròn.

Nội dung	Điểm
Theo giả thiết, ta có $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$	0,5
Vậy A, B cùng thuộc đường tròn đường kính MO , hay tứ giác $MAOB$ nội tiếp.	0,5

b) Chứng minh $MN^2 = NF \cdot NA$.

Nội dung	Điểm
Xét hai tam giác MNF và ANM có: \widehat{MNF} chung (1)	0,25
Mặt khác: $\widehat{NMF} = \widehat{AEF}$ (so le trong), mà $\widehat{AEF} = \widehat{MAF} = \frac{1}{2}sd \widehat{AF}$	0,25
Suy ra $\widehat{NMF} = \widehat{MAF}$ (2)	
Từ (1) và (2) ta có: $\Delta MNF \sim \Delta ANM$ (g.g) suy ra $\frac{MN}{AN} = \frac{NF}{NM}$ hay $MN^2 = NF \cdot NA$ (*) (đpcm)	0,25

c) Gọi H là giao điểm giữa MO và AB . Chứng minh $MN = NH$ và $\frac{HB^2}{HF^2} - \frac{EF}{MF} = 1$.

Nội dung	Điểm
Ta có: $MO \perp AB$, $AE \parallel MO$ suy ra $\widehat{EAB} = 90^\circ \Rightarrow BE$ là đường kính của $(O) \Rightarrow \widehat{BFE} = 90^\circ$	0,25
Xét tứ giác $MFHB$ có $\widehat{MFH} = \widehat{MHB} = 90^\circ$ nên tứ giác $MFHB$ nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \widehat{HMB} = \widehat{HFB}$	
Mặt khác $\Delta MNF \sim \Delta ANM \Rightarrow \widehat{NFM} = \widehat{NMA}$ suy ra $\widehat{NFM} = \widehat{NMA} = \widehat{HMB} = \widehat{HFB}$	0,25
Do đó $\widehat{HFB} + \widehat{BFN} = \widehat{NFM} + \widehat{BFN} = 90^\circ$ nên $HF \perp AN$	
Xét tam giác AHN vuông tại A có: $NF \cdot NA = NH^2$ (**)	0,25

Từ (*) và (**) ta có: $NH^2 = MN^2$ hay $MN = NH$	
Ta có: $HF^2 = FA.FN$ và $\frac{EF}{MF} = \frac{FA}{FN}$ (Định lý Thales).	0,25
Suy ra $\frac{HB^2}{HF^2} - \frac{EF}{MF} = \frac{HB^2}{FA.FN} - \frac{FA}{FN} = \frac{HB^2 - AF^2}{FA.FN} = \frac{HA^2 - AF^2}{FA.FN} = \frac{HF^2}{HF^2} = 1$ (đpcm)	0,25

Câu 10 (0,5 điểm). Giải phương trình $x = \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$.

Nội dung	Điểm
<p>Điều kiện: $x \geq 1$.</p> <p>Ta có: $\sqrt{x - \frac{1}{x}} = \sqrt{1 \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right)} \leq \frac{1 + \left(x - \frac{1}{x}\right)}{2}$ và $\sqrt{1 - \frac{1}{x}} = \sqrt{\frac{1}{x}(x-1)} \leq \frac{\frac{1}{x} + (x-1)}{2}$</p> <p>Suy ra $VP = \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}} \leq x = VT$</p>	0,25
<p>Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} 1 = x - \frac{1}{x} \\ \frac{1}{x} = x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$</p> <p>Kết hợp với điều kiện, nghiệm của phương trình là $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.</p>	0,25

-----Hết-----

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH TIỀN GIANG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang, gồm 06 bài)

KỶ THI TUYỂN SINH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2023-2024

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Ngày thi: 05/6/2023

Bài 1: (2,5 điểm)

1. Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{27} - \frac{3}{\sqrt{3}} - \sqrt{3}$.

2. Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 + 3x - 10 = 0$;

b) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$;

c) $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ x - y = 6 \end{cases}$

Bài 2: (2,0 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + 3$.

1. Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

2. Bằng phép tính, tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (d) .

Bài 3: (1,5 điểm)

1. Gọi x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 + x - 10 = 0$. Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2$

2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + (m+1)x + \frac{1}{4}m^2 + 1 = 0$ có

hai nghiệm phân biệt.

Bài 4: (1,0 điểm)

Một khu vườn hình chữ nhật có diện tích bằng $150m^2$. Hỏi khu vườn có chiều dài và chiều rộng bằng bao nhiêu mét, biết rằng chiều dài lớn hơn chiều rộng 5m?

Bài 5: (2,0 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB . Trên nửa đường tròn đó lấy điểm C (C khác A và B), kẻ CH vuông góc với AB tại H . Gọi K là điểm nằm giữa C và H , tia AK cắt đường tròn tại điểm thứ hai là D .

1. Chứng minh $BHKD$ là một tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh tam giác ACK đồng dạng với tam giác ADC và chứng minh

$$AK \cdot AD = AC^2.$$

Bài 6: (1,0 điểm)

Một hình trụ có bán kính đáy bằng 4cm, chiều cao bằng 12cm. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ đã cho.

HẾT

Thí sinh được sử dụng các loại máy tính bỏ túi không có chức năng soạn thảo văn bản, không có thể nhớ.

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không được giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Môn thi: Toán

Ngày thi: 05/6/2023

Trang 1/1

Câu 1 (2,5 điểm)

Cách giải:

1. **Tính giá trị của biểu thức** $A = \sqrt{27} - \frac{3}{\sqrt{3}} - \sqrt{3}$

$$A = \sqrt{27} - \frac{3}{\sqrt{3}} - \sqrt{3}$$

$$A = \sqrt{3^2 \cdot 3} - \frac{(\sqrt{3})^2}{\sqrt{3}} - \sqrt{3}$$

$$A = 3\sqrt{3} - \sqrt{3} - \sqrt{3}$$

$$A = (3 - 1 - 1)\sqrt{3}$$

$$A = \sqrt{3}$$

Vậy $A = \sqrt{3}$.

2. **Giải các phương trình và hệ phương trình sau:**

a) $x^2 + 3x - 10 = 0$

Ta có: $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 49 > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-3 + \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = 2 \\ x_2 = \frac{-3 - \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = -5 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{2; -5\}$.

b) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$.

Đặt $t = x^2 \geq 0$, phương trình trở thành $t^2 - 8t - 9 = 0$.

Ta có $a - b + c = 1 - (-8) + (-9) = 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\begin{cases} t_1 = -1 \text{ (Ktm)} \\ t_2 = -\frac{c}{a} = 9 \text{ (tm)} \end{cases}$

Với $t = 9 \Rightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{\pm 3\}$.

c) $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ x - y = 6 \end{cases}$

$$\begin{cases} 3x + y = 2 \\ x - y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 8 \\ y = x - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -4 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; -4)$.

Câu 2 (2,0 điểm)

Cách giải:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + 3$.

a) Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

* Vẽ đường thẳng (d) :

Với $x = 0$ thì $y = 2 \cdot 0 + 3 = 3$

Với $x = 1$ thì $y = 2 \cdot 1 + 3 = 5$

\Rightarrow Đồ thị hàm số $y = 2x + 3$ là đường thẳng đi qua $M(0; 3)$ và $N(1; 5)$

* Vẽ parabol (P) :

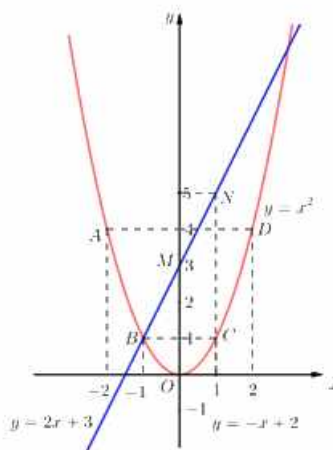
Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

\Rightarrow Đồ thị hàm số là đường cong parabol đi qua các điểm $O(0; 0); A(-2; 4); B(-1; 1); C(1; 1); D(2; 4)$

Hệ số $a = 1 > 0$ nên parabol có bề cong hướng lên. Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.

Ta vẽ được đồ thị hàm số $y = x^2$ như sau:



b) Bằng phép tính, tìm tọa độ các giao điểm (d) và (P) .

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) ta có:

$$x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

Ta có: $a - b + c = 1 - (-2) + (-3) = 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{c}{a} = 3 \end{cases}$.

Với $x = -1$ thì $y = (-1)^2 = 1$

Với $x = 3$ thì $y = 3^2 = 9$

Vậy (P) cắt (d) tại 2 điểm có tọa độ là: $(-1; 1)$ và $(3; 9)$.

Bài 3: (1,5 điểm)

1. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 + x - 10 = 0$. Không giải phương trình, tính giá trị của biểu

thức $A = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2$

Do x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 + x - 10 = 0$ nên áp dụng hệ thức Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1x_2 = -10 \end{cases}$

Ta có $A = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2$

$$= x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 5x_1x_2$$

$$= (x_1 + x_2)^2 - 5x_1x_2$$

$$= (-1)^2 - 5(-10)$$

$$= 51$$

Vậy $A = 51$.

2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + (m+1)x + \frac{1}{4}m^2 + 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

Ta có $\Delta = (m+1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{4}m^2 + 1\right) = m^2 + 2m + 1 - m^2 - 4 = 2m - 3$

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow 2m - 3 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{3}{2}$

Vậy $m > \frac{3}{2}$ thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Bài 4: (1,0 điểm)

Một khu vườn hình chữ nhật có diện tích bằng $150m^2$. Hỏi khu vườn có chiều dài và chiều rộng bằng bao nhiêu mét, biết rằng chiều dài lớn hơn chiều rộng 5m?

Gọi chiều dài hình chữ nhật là x ($x > 5$, mét)

Do chiều dài lớn hơn chiều rộng 5m nên chiều rộng hình chữ nhật là $x - 5$ (m)

Diện tích hình chữ nhật là $x(x - 5)$ (m^2)

Do diện tích khu vườn bằng $150m^2$ nên ta có phương trình

$$x(x-5) = 150$$

$$x^2 - 5x - 150 = 0$$

Ta có $\Delta = (-5)^2 - 4.1.(-150) = 625 > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-(-5) + \sqrt{625}}{2} = 15 \text{ (tm)} \\ x_2 = \frac{-(-5) - \sqrt{625}}{2} = -10 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Vậy chiều dài hình chữ nhật là 15m, chiều rộng hình chữ nhật là 10m.

Câu 6 (1,0 điểm)

Cách giải:

Một hình trụ có bán kính đáy bằng 4cm, chiều cao bằng 12cm. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ đã cho.

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.4.12 = 96\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

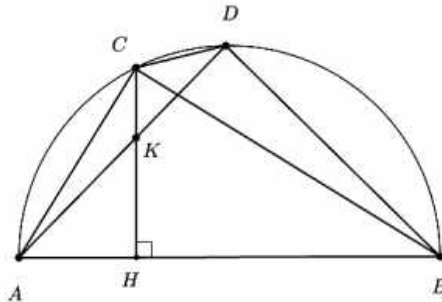
Thể tích của hình trụ là: $V = \pi r^2 h = \pi.4^2.12 = 192\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là $96\pi \text{ cm}^2$, thể tích hình trụ là: $192\pi \text{ cm}^3$.

Bài 5. (2,0 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB . Trên nửa đường tròn đó lấy điểm C (C khác A và B), kẻ CH vuông góc với AB tại H . Gọi K là điểm nằm giữa C và H , tia AK cắt đường tròn tại điểm thứ hai là D .

Cách giải:



1. Chứng minh $BHKD$ là một tứ giác nội tiếp.

Do $CH \perp AB$ (gt) $\Rightarrow \angle KHB = 90^\circ$

Ta có $\angle ADB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \angle KHB + \angle KDB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà hai góc này ở vị trí đối diện nên tứ giác $BHKD$ nội tiếp (dnhb) (đpcm)

2. Chứng minh tam giác ACK đồng dạng với tam giác ADC và chứng minh $AK \cdot AD = AC^2$.

Ta có $\angle ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \angle ACH + \angle HCB = 90^\circ$

Mà $\angle HCB + \angle HBC = 90^\circ$ (do $\triangle CHB$ vuông tại H)

$\Rightarrow \angle ACH = \angle ABC$ (cùng phụ $\angle HCB$)

Mà $\angle ABC = \angle ADC$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

$\Rightarrow \angle ACH = \angle CDA$ hay $\angle ACK = \angle CDA$

Xét $\triangle ACK$ và $\triangle ADC$ có:

$\angle ACK = \angle CDA$

$\angle CAD$ chung

$\Rightarrow \triangle ACK \sim \triangle ADC$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{AK}{AC} \Leftrightarrow AC^2 = AD \cdot AK$ (đpcm)

Thí sinh làm các câu sau:

Câu 1 (3,0 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức $A = \sqrt{20} - 2\sqrt{80} + 3\sqrt{45}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$.

c) Giải phương trình $x^4 - x^2 - 12 = 0$.

Câu 2 (2,0 điểm)

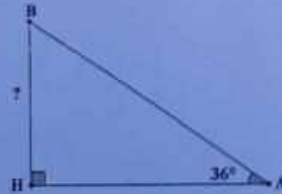
Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -x + 2$.

a) Vẽ đồ thị hai hàm số (P) và (d) .

b) Bằng phép toán, tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) .

Câu 3 (1,0 điểm)

Thang cuốn ở siêu thị giúp khách hàng di chuyển từ tầng này sang tầng khác tiện lợi. Biết rằng thang cuốn được thiết kế có độ nghiêng so với mặt phẳng ngang là 36° ($\widehat{BAH} = 36^\circ$) và có vận tốc là $0,5\text{m/s}$. Một khách hàng đã di chuyển bằng thang cuốn từ tầng một lên tầng hai theo hướng AB hết 12 giây. Tính chiều cao (BH) của thang cuốn? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



Câu 4 (3,0 điểm)

Từ điểm M nằm bên ngoài đường tròn tâm O , vẽ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn (A, B là tiếp điểm).

a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp đường tròn.

b) Vẽ đường kính AC của (O) , gọi D là giao điểm của MC và (O) , biết D khác C . Chứng minh $MA^2 = MD \cdot MC$.

c) Hai đoạn thẳng AB và MO cắt nhau tại H , kẻ đường kính BE của (O) . Chứng minh ba điểm E, H, D thẳng hàng.

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 + 3x + m + 1 = 0$ (m là tham số).

a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = (x_1 - x_2)^2 + 7m + 5x_1x_2.$$

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Câu 1.

a)

Ta có:

$$A = \sqrt{20} - 2\sqrt{80} + 3\sqrt{45}$$

$$A = \sqrt{2^2 \cdot 5} - 2\sqrt{4^2 \cdot 5} + 3\sqrt{3^2 \cdot 5}$$

$$A = 2\sqrt{5} - 2 \cdot 4\sqrt{5} + 3 \cdot 3\sqrt{5}$$

$$A = 2\sqrt{5} - 8\sqrt{5} + 9\sqrt{5}$$

$$A = (2 - 8 + 9)\sqrt{5}$$

$$A = 3\sqrt{5}$$

Vậy $A = 3\sqrt{5}$.

b)

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ x - 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 8 \\ 2y = x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 3)$.

c)

Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$), phương trình trở thành $t^2 - t - 6 = 0$.

$$\text{Ta có } \Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25 > 0 \text{ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt } \begin{cases} t_1 = \frac{1 + \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = 3 \text{ (tm)} \\ t_2 = \frac{1 - \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = -2 \text{ (tm)} \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 3 \Rightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{\pm\sqrt{3}\}$.

Câu 2.

a)

* Vẽ đồ thị hàm số $(d): y = -x + 2$

Lấy $x = 0 \Rightarrow y = 2$

$y = 0 \Rightarrow x = 2$

\Rightarrow Đồ thị hàm số $(d): y = -x + 2$ là đường thẳng đi qua hai điểm $(2; 0)$ và $(0; 2)$.

* Vẽ đồ thị hàm số $(P): y = x^2$

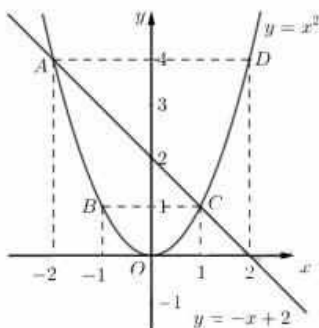
Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

\Rightarrow Đồ thị hàm số là đường cong parabol đi qua các điểm $O(0; 0); A(-2; 4); B(-1; 1); C(1; 1); D(2; 4)$

Hệ số $a = 1 > 0$ nên parabol có bề cong hướng lên. Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.

Ta vẽ được đồ thị hàm số $y = x^2$ như sau:



b) Bằng phép toán, tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) .

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) ta có:

$$\begin{aligned}x^2 &= -x + 2 \\ \Leftrightarrow x^2 + x - 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + 2x - x - 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow x(x+2) - (x+2) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-1)(x+2) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+2=0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}\end{aligned}$$

Với $x = 1$ ta có: $y = 1^2 = 1$

Với $x = -2$ ta có: $y = (-2)^2 = 4$

Vậy (P) cắt (d) tại $(-2; 4)$ và $(1; 1)$.

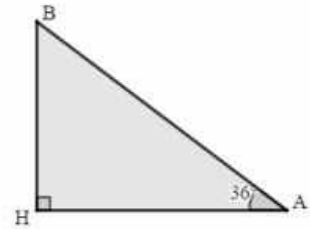
Câu 3.

Chiều dài thang máy là: $12.0,5 = 6(m)$

Trong $\triangle AHB$ vuông tại H ta có $\sin HAB = \frac{HB}{AB}$

Chiều cao HB của thang cuốn là: $HB = \sin HAB \cdot AB = \sin 36^\circ \cdot 6 \approx 3,5(m)$

Vậy chiều cao thang cuốn là 3,5m.



Câu 4.

a)

Do $a = 1 \neq 0$ nên phương trình (1) là phương trình bậc 2

Ta có $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1(m+1) = 9 - 4m - 4 = 5 - 4m$

Để phương trình có 2 nghiệm thì $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 5 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{5}{4}$

Vậy $m \leq \frac{5}{4}$ thì phương trình (1) có 2 nghiệm.

b)

Theo a, với $m \leq \frac{5}{4}$ thì phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2

Áp dụng hệ thức Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -3 \\ x_1 \cdot x_2 = m + 1 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } P &= (x_1 - x_2)^2 + 7m + 5x_1x_2 \\ &= x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 + 7m + 5x_1x_2 \\ &= x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 + 7m + x_1x_2 \\ &= (x_1 + x_2)^2 + x_1x_2 + 7m \\ &= (-3)^2 + m + 1 + 7m \\ &= 8m + 10 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P = 8m + 10$$

Với $m \leq \frac{5}{4} \Rightarrow 8m \leq 10 \Rightarrow 8m + 10 \leq 20 \Leftrightarrow P \leq 20$

Vậy GTLN của $P = 20$ khi $m = \frac{5}{4}$.

ĐỀ CHÍNH THỨC

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Mã đề: 102

Câu 1: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m-5)x + 3$ đồng biến trên \mathbb{R} .

- A. $m > 5$. B. $m > 0$. C. $m < 5$. D. $m < 0$.

Câu 2: Cho hình nón có thể tích $V = 10 \text{ cm}^3$ và chiều cao $h = 3 \text{ cm}$. Diện tích đáy của hình nón bằng

- A. $\frac{10}{3} \text{ cm}^2$. B. 10 cm . C. $\frac{10}{3} \text{ cm}$. D. 10 cm^2 .

Câu 3: Cho hình trụ có chiều cao $h = 5 \text{ cm}$, bán kính đáy $r = 3 \text{ cm}$. Diện tích xung quanh hình trụ bằng

- A. $45\pi \text{ cm}^2$. B. $30\pi \text{ cm}^2$. C. $30\pi \text{ cm}^2$. D. $15\pi \text{ cm}^2$.

Câu 4: Biểu thức $\sqrt{x-2023}$ xác định khi và chỉ khi

- A. $x \geq -2023$. B. $x \geq 2023$. C. $x \leq 2023$. D. $x \leq -2023$.

Câu 5: Hệ phương trình nào dưới đây là hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $\begin{cases} x-2y+z=3 \\ 3x+y=2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x^2-2y=3 \\ 3x+y=2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x-2y=3 \\ 3x+y=2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x^2-2y=-3 \\ 3x+y^2=2 \end{cases}$

Câu 6: Cho hai đường tròn $(O; 12 \text{ cm})$ và $(O'; 16 \text{ cm})$. Biết $OO' = 3 \text{ cm}$, vị trí tương đối của hai đường tròn là

- A. đựng nhau. B. ngoài nhau. C. tiếp xúc nhau. D. cắt nhau.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây là hàm số bậc nhất?

- A. $y = 2022x^2 - 2023$. B. $y = 2022\sqrt{x} - 2023$.
C. $y = \frac{2022}{x} - 2023$. D. $y = 2022x - 2023$.

Câu 8: Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^2$?

- A. $A(2; 8)$. B. $B(2; 4)$. C. $C(2; 1)$. D. $D(8; 2)$.

Câu 9: Tích các nghiệm của phương trình $x^2 - 3x - 1 = 0$ bằng

- A. -1 . B. 3 . C. -3 . D. 1 .

Câu 10: Phương trình nào dưới đây là phương trình bậc hai một ẩn?

- A. $2\sqrt{x+1} - 3x = 0$ B. $x^2 - 3x = 0$. C. $x^2 - x + \sqrt{2} = 0$. D. $2x + 1 = 0$.

Câu 11: Biết đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $(-1; 3)$, giá trị của a bằng

- A. 3 . B. -3 . C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 12: $\sqrt[3]{8}$ bằng

- A. 4 . B. 24 . C. 2 . D. -2 .

Câu 13: Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp. Biết $\widehat{A} = 120^\circ, \widehat{B} = 80^\circ$; khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\widehat{C} = 100^\circ, \widehat{D} = 60^\circ$. B. $\widehat{C} = 60^\circ, \widehat{D} = 80^\circ$.
C. $\widehat{C} = 60^\circ, \widehat{D} = 100^\circ$. D. $\widehat{C} = 100^\circ, \widehat{D} = 120^\circ$.

Câu 14: Phương trình $x^2 - 4x - 5 = 0$ có tập nghiệm là

- A. $\{1\}$. B. $\{-1\}$. C. $\{1; -5\}$. D. $\{-1; 5\}$.

Câu 15: Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=3 \\ 3x+y=4 \end{cases}$ là

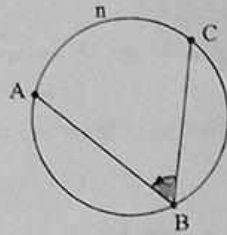
A. $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=-1 \\ y=5 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

Câu 16: Cho đường tròn như hình vẽ.



Biết $\widehat{AnC} = 110^\circ$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\widehat{ABC} = 50^\circ$.

B. $\widehat{ABC} = 55^\circ$.

C. $\widehat{ABC} = 60^\circ$.

D. $\widehat{ABC} = 45^\circ$.

Câu 17: Công thức tính thể tích hình cầu bán kính R là

A. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

B. $V = \frac{4}{3}R^3$.

C. $V = 4\pi R^3$.

D. $V = 4R^3$.

Câu 18: Cho tam giác ABC vuông tại A , M là trung điểm cạnh BC . Biết $AB=6, AC=8$; độ dài trung tuyến AM bằng

A. 6.

B. 5.

C. 7.

D. 4.

Câu 19: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên \mathbb{R} ?

A. $y = 2x - 3$.

B. $y = -2x + 3$.

C. $y = -4 + 3x$.

D. $y = 3x - 1$.

Câu 20: Căn bậc hai số học của 49 bằng

A. -7.

B. ± 7 .

C. 49^2 .

D. 7.

Câu 21: Với $a > 2$, biểu thức $a + \sqrt{(a-2)^2}$ bằng

A. -2.

B. $2a - 2$.

C. $2 - 2a$.

D. 2.

Câu 22: Đồ thị hàm số $y = -2x + 3$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

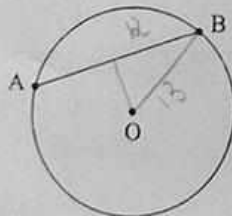
A. $-\frac{3}{2}$.

B. $-\frac{2}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 23: Cho đường tròn $(O; 13 \text{ cm})$ và dây $AB = 24 \text{ cm}$.



Khoảng cách từ tâm O đến dây AB bằng

A. 6 cm.

B. 3 cm.

C. 4 cm.

D. 5 cm.

Câu 24: Với $a > 0$, rút gọn biểu thức $\sqrt{5a} \cdot \sqrt{20a} - 4a$ ta được

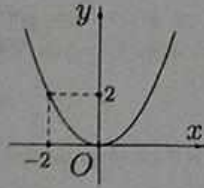
A. $21a$.

B. $6a$.

C. a .

D. $9a$.

Câu 25: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ ?



- A. $y = -2x^2$. B. $y = \frac{1}{2}x^2$. C. $y = -\frac{1}{2}x^2$. D. $y = 2x^2$.

Câu 26: Tìm a để hai hệ phương trình $\begin{cases} 3x+2y=5 \\ 3x-y=2 \end{cases}$ và $\begin{cases} x-5y=-4 \\ 3x+ay=4 \end{cases}$ tương đương.

- A. $a=1$. B. $a=3$. C. $a=-3$. D. $a=-2$.

Câu 27: Phương trình $x^2 + (m+1)x - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$. Giá trị của m bằng

- A. 2. B. 4. C. -2. D. -4.

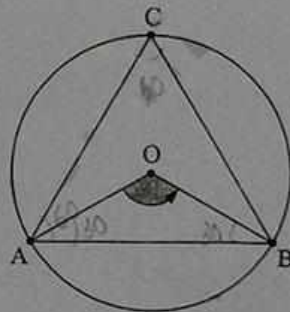
Câu 28: Cho tam giác ABC vuông tại A . Khẳng định nào dưới đây đúng ?

- A. $\cos \widehat{ABC} = \frac{BC}{AB}$. B. $\cos \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$. C. $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$. D. $\cos \widehat{ABC} = \frac{BC}{AC}$.

Câu 29: Cho tam giác ABC vuông tại A . Biết $AB = 5, BC = 7$; độ dài cạnh AC bằng

- A. $2\sqrt{6}$. B. 24. C. 12. D. $\sqrt{74}$.

Câu 30: Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O) .



Khẳng định nào dưới đây đúng ?

- A. $\widehat{AOB} = 120^\circ$. B. $\widehat{AOB} = 115^\circ$. C. $\widehat{AOB} = 125^\circ$. D. $\widehat{AOB} = 110^\circ$.

Câu 31: Tìm a, b biết hệ phương trình $\begin{cases} ax-5y=-4 \\ 6x+by=20 \end{cases}$ có nghiệm $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$.

- A. $a=2, b=1$. B. $a=-2, b=1$. C. $a=-2, b=-1$. D. $a=2, b=-1$.

Câu 32: Biết biểu thức $A = -x - 5y + 2\sqrt{x+3y} + 4\sqrt{y-2} + 5$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=a, y=b$; tổng $a+b$ bằng

- A. 10. B. 13. C. -5. D. 5.

Câu 33: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình

$$(x^2 - x)^2 + (m-3)(x^2 - x) + m - 4 = 0$$

có đúng hai nghiệm phân biệt ?

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 5.

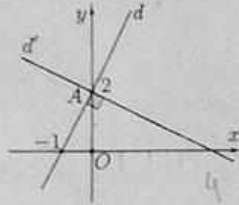
Câu 34: Cho tam giác ABC vuông tại A ; BI là đường phân giác trong của góc \widehat{B} , M là chân đường vuông góc kẻ từ I xuống BC . Biết $AB = 4\text{ cm}$, $AC = 3\text{ cm}$; diện tích tam giác IMC bằng

- A. $\frac{2}{3}\text{ cm}^2$. B. $\frac{3}{2}\text{ cm}^2$. C. $\frac{1}{2}\text{ cm}^2$. D. 1 cm^2 .

Câu 35: Tính tổng S tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 4x - m^2 + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1 + x_2 = 5$.

- A. $S = 2$. B. $S = 1$. C. $S = -1$. D. $S = 0$.

Câu 36: Cho đường thẳng $y = ax + b$ (d) như hình vẽ. Đường thẳng $y = cx + d$ (d') cắt và vuông góc với đường thẳng d tại A .



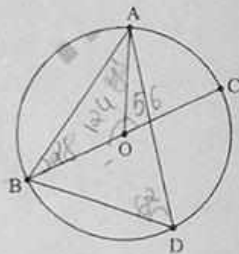
Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\begin{cases} c = -\frac{1}{2} \\ d = 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} c = -1 \\ d = 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} c = -2 \\ d = 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} c = \frac{1}{2} \\ d = 2 \end{cases}$.

Câu 37: Tìm tất cả giá trị của tham số m để đường thẳng $y = x - 2m$ cắt Parabol $y = x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

- A. $0 < m < \frac{1}{8}$. B. $m > 0$. C. $m > \frac{1}{18}$. D. $0 \leq m < \frac{1}{8}$.

Câu 38: Cho đường tròn tâm O đường kính BC và $\widehat{BDA} = 62^\circ$ như hình vẽ.



Tổng $\widehat{ABO} + \widehat{AOC}$ bằng

- A. 86° . B. 82° . C. 80° . D. 84° .

Câu 39: Từ điểm A ở bên ngoài đường tròn (O ; R), kẻ hai tiếp tuyến AM, AN tới (O) (M, N là tiếp điểm). Đoạn thẳng AO cắt đường tròn (O) tại I . Biết $2\widehat{AMI} - \widehat{MNO} = 32^\circ$, số đo góc \widehat{MAI} bằng

- A. 30° . B. 29° . C. 31° . D. 28° .

Câu 40: Số tiền mua 1 kg dưa hấu và 1 kg thanh long là 45 nghìn đồng. Số tiền mua 3 kg dưa hấu và 2 kg thanh long là 110 nghìn đồng. Hỏi 1 kg dưa hấu có giá bao nhiêu?

- A. 15 nghìn đồng. B. 30 nghìn đồng. C. 20 nghìn đồng. D. 25 nghìn đồng.

—HẾT—

Ghi chú: Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

1.A	2.D	3.C	4.B	5.C	6.A	7.D	8.A	9.A	10.C
11.A	12.C	13.C	14.D	15.C	16.B	17.A	18.B	19.B	20.D
21.B	22.D	23.D	24.B	25.B	26.A	27.D	28.C	29.A	30.A
31.A	32.C	33.B	34.B	35.D	36.A	37.A	38.D	39.B	40.C

Câu I. (2,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $A = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{27} + 7\sqrt{7+4\sqrt{3}}$.

2. Cho biểu thức $P = \frac{1}{2\sqrt{x}-4} - \frac{1}{2\sqrt{x}+4} + \frac{\sqrt{x}}{x-4}$ (với $x \geq 0, x \neq 4$).

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tìm tất cả các số nguyên x để P đạt giá trị nguyên.

Câu II. (1,5 điểm)

1. Giải phương trình $x^2 + 2x - 15 = 0$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(4-2y) = 7+y-2xy \\ 2x-14 = 2(y-3) \end{cases}$.

Câu III. (1,5 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P) có phương trình $y = x^2$, đường thẳng (d) có phương trình $y = 2x + m^2 - 4m + 9$ (với m là tham số) và đường thẳng (Δ) có phương trình $y = (a-3)x + 4$ (với a là tham số).

1. Tìm a để đường thẳng (d) và đường thẳng (Δ) vuông góc với nhau.

2. Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B với mọi m . Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ (với $x_1 < x_2$), tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho $|x_1 - 2023| - |x_2 + 2023| = y_1 + y_2 - 48$.

Câu IV. (4,0 điểm) Cho đường tròn (O) . Từ điểm M bên ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm). Lấy điểm C trên cung nhỏ AB (C không nằm chính giữa cung AB , C khác A và B). Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của C trên các đường thẳng AB, AM, BM .

1. Chứng minh tứ giác $AECD$ nội tiếp đường tròn.

2. Chứng minh rằng $\widehat{CDE} = \widehat{CFD}$.

3. Gọi I là giao điểm của AC và ED , K là giao điểm của CB và DF . Chứng minh $CD \perp IK$.

4. Đường tròn ngoại tiếp hai tam giác CIE và CKF cắt nhau tại điểm thứ hai N (N khác C). Chứng minh đường thẳng NC đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB .

Câu V. (1,0 điểm) Cho a, b, c là các số không âm thỏa mãn $a + b + c = 1011$. Chứng minh:

$$\sqrt{2022a + \frac{(b-c)^2}{2}} + \sqrt{2022b + \frac{(c-a)^2}{2}} + \sqrt{2022c + \frac{(a-b)^2}{2}} \leq 2022\sqrt{2}.$$

--- HẾT ---

Thí sinh được sử dụng máy tính bỏ túi không có chức năng soạn thảo văn bản và không có thẻ nhớ.

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Cán bộ coi thi số 1.....Cán bộ coi thi số 2.....

ĐỀ CHÍNH THỨC

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN (ĐỀ CHUNG)

Ghi chú:

- Điểm toàn bài không làm tròn.
- Các cách giải khác mà đúng cho điểm tương đương.

Nội dung	Điểm
Câu I (2,0 điểm).	
1. (1,0 điểm) Rút gọn biểu thức $A = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{27} + 7\sqrt{7+4\sqrt{3}}$.	
$A = 2\sqrt{3} - 9\sqrt{3} + 7\sqrt{(2+\sqrt{3})^2}$	0,5
$A = 2\sqrt{3} - 9\sqrt{3} + 7(2+\sqrt{3})$	0,25
$A = 14$	0,25
2. (1,0 điểm) Cho biểu thức $P = \frac{1}{2\sqrt{x}-4} - \frac{1}{2\sqrt{x}+4} + \frac{\sqrt{x}}{x-4}$ (với $x \geq 0, x \neq 4$).	
a) (0,5 điểm) Rút gọn biểu thức P .	
$P = \frac{8}{4x-16} + \frac{\sqrt{x}}{x-4}$	0,25
$P = \frac{\sqrt{x}+2}{x-4} = \frac{1}{\sqrt{x}-2}$	0,25
b) (0,5 điểm) Tìm tất cả các số nguyên x để P đạt giá trị nguyên.	
P đạt giá trị nguyên $\Leftrightarrow \sqrt{x}-2 = \pm 1$	0,25
$\sqrt{x}-2 = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9$ (thỏa mãn điều kiện $x \geq 0, x \neq 4$).	0,25
$\sqrt{x}-2 = -1 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1$ (thỏa mãn điều kiện $x \geq 0, x \neq 4$).	
Câu II (1,5 điểm).	
1. (0,75 điểm) Giải phương trình $x^2 + 2x - 15 = 0$.	
$\Delta' = 1 + 15 = 16 > 0$	0,25
Phương trình có hai nghiệm phân biệt	
$x_1 = -1 + \sqrt{16} = 3$	0,25
$x_2 = -1 - \sqrt{16} = -5$	0,25
2. (0,75 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(4-2y) = 7+y-2xy \\ 2x-14 = 2(y-3) \end{cases}$.	
$\begin{cases} x(4-2y) = 7+y-2xy \\ 2x-14 = 2(y-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-y = 7 \\ 2x-2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-y = 7 \\ x-y = 4 \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 3 \\ x-y = 4 \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$	0,25
Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (1; -3)$	

Câu III. (1,5 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P) có phương trình $y = x^2$, đường thẳng (d) có phương trình $y = 2x + m^2 - 4m + 9$ (với m là tham số) và đường thẳng (Δ) có phương trình $y = (a - 3)x + 4$ (với a là tham số).

1. (0,5 điểm) Tìm a để đường thẳng (d) và đường thẳng (Δ) vuông góc với nhau.

$$(d) \perp (\Delta) \Leftrightarrow 2 \cdot (a - 3) = -1$$

0,25

$$\Leftrightarrow a = \frac{5}{2}.$$

0,25

2. (1,0 điểm) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B với mọi m .

Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ (với $x_1 < x_2$), tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho

$$|x_1 - 2023| - |x_2 + 2023| = y_1 + y_2 - 48.$$

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và (P)

$$x^2 = 2x + m^2 - 4m + 9 \Leftrightarrow x^2 - 2x - m^2 + 4m - 9 = 0(1)$$

0,25

$$\Delta' = m^2 - 4m + 10 = (m - 2)^2 + 6 > 0 \forall m$$

0,25

Vậy đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B với mọi m

$a.c = -m^2 + 4m - 9 = -(m - 2)^2 - 5 < 0 \forall m \Rightarrow$ Phương trình (1) luôn có hai nghiệm trái dấu $x_1 < 0 < x_2$

0,25

$$\begin{cases} x_1 - 2023 < 0 \\ x_2 + 2023 > 0 \end{cases} \Rightarrow |x_1 - 2023| - |x_2 + 2023| = -(x_1 + x_2)$$

$$|x_1 - 2023| - |x_2 + 2023| = y_1 + y_2 - 48 \Leftrightarrow -(x_1 + x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 48$$

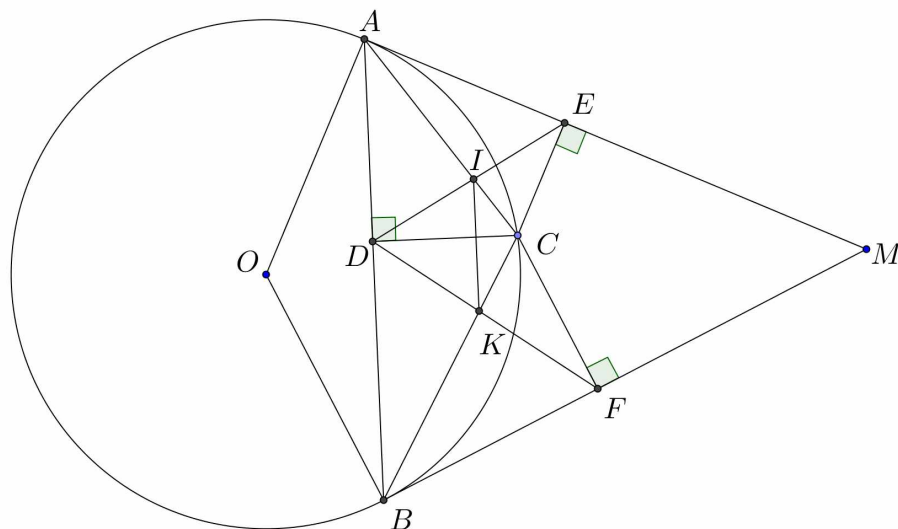
$$\Leftrightarrow -(x_1 + x_2) = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 - 48 \Leftrightarrow -2 = 2^2 - 2(-m^2 + 4m - 9) - 48$$

0,25

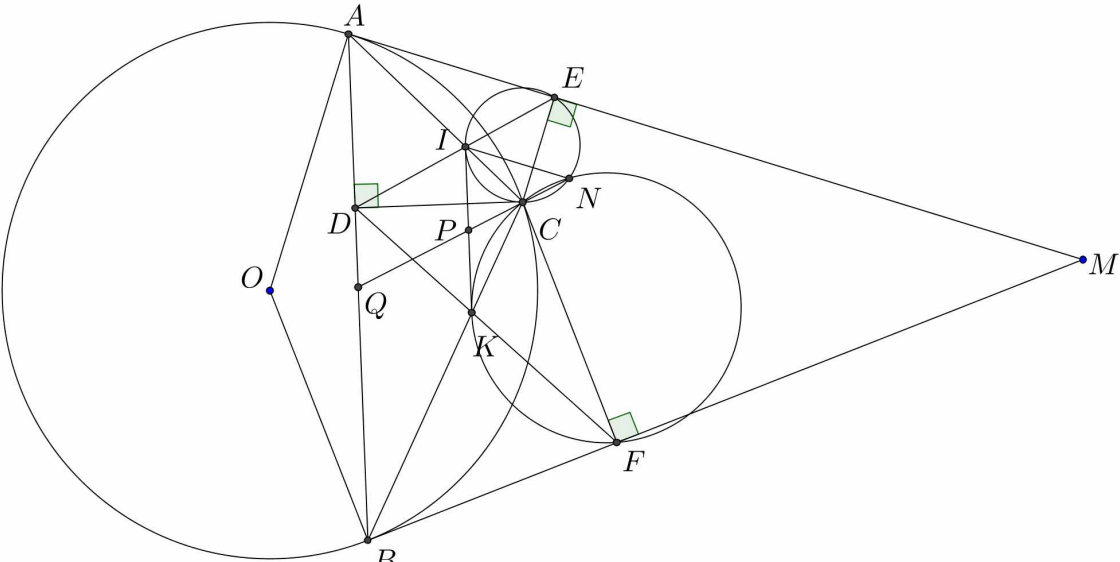
$$\Leftrightarrow m^2 - 4m - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 6 \\ m = -2 \end{cases}.$$

Câu IV. (4,0 điểm) Cho đường tròn (O) . Từ điểm M bên ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến

MA, MB với đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm). Lấy điểm C bất kì trên cung nhỏ AB (C khác A và B). Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của C trên các AB, AM, BM .



1. (1,0 điểm) Chứng minh tứ giác $AECD$ nội tiếp đường tròn.

$DC \perp AD \Rightarrow \widehat{ADC} = 90^\circ$	0,25
$AE \perp EC \Rightarrow \widehat{AEC} = 90^\circ$	0,25
$\widehat{ADC} + \widehat{AEC} = 180^\circ$	0,25
\Rightarrow Tứ giác $AECD$ nội tiếp đường tròn.	0,25
2. (1,0 điểm) Chứng minh rằng $\widehat{CDE} = \widehat{CFD}$.	
Tứ giác $AECD$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{CDE} = \widehat{CAE}$.	0,25
$\widehat{CDB} + \widehat{CFB} = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $CDBF$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{CFD} = \widehat{CBD}$.	0,25
Mà $\widehat{CBD} = \widehat{CAE}$ (Cùng chắn cung AC)	0,25
$\Rightarrow \widehat{CDE} = \widehat{CFD}$.	0,25
3. (1,0 điểm) Gọi I là giao điểm của AC và ED , K là giao điểm của CB và DF . Chứng minh $CD \perp IK$.	
Tứ giác $CDBF$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{CFD} = \widehat{CBD}$. $\widehat{CDE} = \widehat{CFD}$ (Chứng minh trên) $\Rightarrow \widehat{CDE} = \widehat{CBD}$ hay $\widehat{CDI} = \widehat{CBA}$ (1)	0,25
Tứ giác $CDBF$ nội tiếp $\widehat{CDF} = \widehat{CBF}$ Mà $\widehat{CBF} = \widehat{CAB}$ (Cùng chắn cung BC) $\Rightarrow \widehat{CDK} = \widehat{CAB}$ (2)	
Từ (1), (2) $\Rightarrow \widehat{ICK} + \widehat{IDK} = \widehat{ICK} + \widehat{IDC} + \widehat{CDK} = \widehat{ACB} + \widehat{CBA} + \widehat{CAB} = 180^\circ$ \Rightarrow Tứ giác $CIDK$ nội tiếp	0,25
Suy ra $\widehat{CIK} = \widehat{CDK}$ Mà $\widehat{CDK} = \widehat{CAB}$ (Chứng minh trên) $\Rightarrow \widehat{CIK} = \widehat{CAB}$ $\Rightarrow IK \parallel AB$	0,25
Mà $CD \perp AB \Rightarrow CD \perp IK$.	0,25
4. (1,0 điểm) Đường tròn ngoại tiếp hai tam giác CIE và CKF cắt nhau tại điểm thứ hai là N . Chứng minh đường thẳng NC đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB .	
 <p>Gọi NC cắt IK, AB lần lượt tại P, Q $\widehat{CIK} = \widehat{CAB}$ (Chứng minh trên). Tứ giác $AECD$ nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \widehat{CAD} = \widehat{CED}$ hay $\widehat{CAB} = \widehat{CEI}$</p>	

$\Rightarrow \widehat{CEI} = \widehat{CIK}$ $\Rightarrow IK$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác CIE Chứng minh tương tự: IK là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác CKF	0,25
Xét hai tam giác PIC, PNI có \widehat{IPN} chung, $\widehat{PIC} = \widehat{PNI}$ (cùng chắn cung IC) $\Rightarrow \Delta PIC \sim \Delta PNI$	0,25
$\Rightarrow \frac{PI}{PN} = \frac{PC}{PI} \Rightarrow PI^2 = PC \cdot PN$ Chứng minh tương tự: $PK^2 = PC \cdot PN$ Vậy $PI = PK$	0,25
$IK \parallel AB \Rightarrow \frac{IP}{AQ} = \frac{CP}{CQ} = \frac{PK}{QB}$ Mà $PI = PK \Rightarrow AQ = QB$ Hay Q là trung điểm của AB	0,25
Câu V. (1,0 điểm) Cho a, b, c là các số không âm thỏa mãn $a + b + c = 1011$. Chứng minh rằng:	
$\sqrt{2022a + \frac{(b-c)^2}{2}} + \sqrt{2022b + \frac{(c-a)^2}{2}} + \sqrt{2022c + \frac{(a-b)^2}{2}} \leq 2022\sqrt{2}$	
Ta có: $\sqrt{2022a + \frac{(b-c)^2}{2}} = \sqrt{2022a + \frac{(b+c)^2}{2} - 2bc} \leq \sqrt{2022a + \frac{(b+c)^2}{2}} \quad (\text{vì } bc \geq 0)$ $\Rightarrow \sqrt{2022a + \frac{(b-c)^2}{2}} \leq \sqrt{2022a + \frac{(1011-a)^2}{2}}$	0,25
$\Rightarrow \sqrt{2022a + \frac{(b-c)^2}{2}} \leq \sqrt{\frac{(1011+a)^2}{2}}$ $\Rightarrow \sqrt{2022a + \frac{(b-c)^2}{2}} \leq \frac{1011+a}{\sqrt{2}} \quad \text{đấu} = \text{xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} bc = 0 \\ a + b + c = 1011 \end{cases}$	0,25
Tương tự: $\sqrt{2022b + \frac{(c-a)^2}{2}} \leq \frac{1011+b}{\sqrt{2}}$ $\sqrt{2022c + \frac{(c-b)^2}{2}} \leq \frac{1011+c}{\sqrt{2}}$	0,25
$\sqrt{2022a + \frac{(b-c)^2}{2}} + \sqrt{2022b + \frac{(c-a)^2}{2}} + \sqrt{2022c + \frac{(a-b)^2}{2}} \leq \frac{3 \cdot 1011 + a + b + c}{\sqrt{2}}$ $\Rightarrow \sqrt{2022a + \frac{(b-c)^2}{2}} + \sqrt{2022b + \frac{(c-a)^2}{2}} + \sqrt{2022c + \frac{(a-b)^2}{2}} \leq \frac{4 \cdot 1011}{\sqrt{2}} = 2022\sqrt{2}$ $\text{Đấu} = \text{xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 1011 \\ ab = bc = ca = 0 \end{cases}$ (Khi trong ba số a, b, c có một số bằng 1011 và hai số bằng 0).	0,25

Mã đề 009

Câu	Đ/a	Câu	Đ/a	Câu	Đ/a	Câu	Đ/a	Câu	Đ/a
1	B	11	B	21	A	31	B	41	C
2	C	12	B	22	A	32	C	42	C
3	A	13	D	23	A	33	D	43	A
4	A	14	C	24	D	34	A	44	C
5	B	15	D	25	D	35	C	45	D
6	B	16	B	26	C	36	B	46	B
7	C	17	B	27	D	37	B	47	C
8	A	18	B	28	D	38	B	48	A
9	A	19	B	29	D	39	C	49	D
10	A	20	B	30	A	40	C	50B	

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 04 trang, gồm 50 câu)

Môn thi: **Toán**
Thời gian: **90 phút** (không kể thời gian giao đề)
Khóa thi ngày: **02/6/2023**

Mã đề 009

Họ tên : Số báo danh :

Câu 1: Phân tích đa thức $x^2 + 5x$ thành nhân tử ta được

- A. $x^2(x+5)$. B. $x(x+5)$. C. $x(5-x)$. D. $x(x-5)$.

Câu 2: Tập nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$ là

- A. $\{-1; 2\}$. B. $\{1; -2\}$. C. $\{1; 2\}$. D. $\{-1; -2\}$.

Câu 3: Phương trình nào sau đây là phương trình bậc hai một ẩn?

- A. $x^4 + 2x^2 = 0$. B. $2x + 3 = 0$. C. $x^2 - x - 2 = 0$. D. $x^3 - 3 = 0$.

Câu 4: Trên đường tròn (O) lấy hai điểm A và B sao cho $\widehat{AOB} = 45^\circ$. Số đo cung nhỏ AB là

- A. 90° . B. 45° . C. 15° . D. 25° .

Câu 5: Bội chung nhỏ nhất của 6 và 9 là

- A. 18. B. 9. C. 6. D. 3.

Câu 6: Cho $\triangle ABC$ cân tại B . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $BA = BC$. B. $BA > BC$. C. $BA \neq BC$. D. $BA < BC$.

Câu 7: Giá trị của $\cos 30^\circ$ là

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 8: Đường thẳng $y = x + 2$ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $P(-3; -5)$. B. $Q(2; 3)$. C. $M(3; 5)$. D. $N(-3; 0)$.

Câu 9: Cho đường tròn $(O; 20cm)$. Dây lớn nhất của đường tròn có độ dài là

- A. $15cm$. B. $20cm$. C. $40cm$. D. $400cm$.

Câu 10: Giá trị của biểu thức $\sqrt{4} + 5$ là

- A. 9. B. 11. C. 5. D. 7.

Câu 11: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất?

- A. $y = 2x^2 + 7$. B. $y = 2x^3 + 7$. C. $y = 2x + 7$. D. $y = \frac{1}{x^2} + 7$.

Câu 12: Số đo của góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn bằng

- A. tổng số đo hai cung bị chắn. B. hiệu số đo hai cung bị chắn.
C. nửa hiệu số đo hai cung bị chắn. D. nửa tổng số đo hai cung bị chắn.

Câu 13: Kết quả của phép tính $a^3 \cdot a^4$ là

- A. a^9 . B. a^6 . C. a^5 . D. a^7 .

Câu 14: Hệ số góc a của đường thẳng $y = -2x + 3$ là

- A. $a = \frac{1}{3}$. B. $a = -2$. C. $a = 3$. D. $a = -\frac{1}{2}$.

Câu 15: Một đường thẳng và một đường tròn có số điểm chung nhiều nhất là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 16: Điều kiện xác định của $\sqrt{x+10}$ là

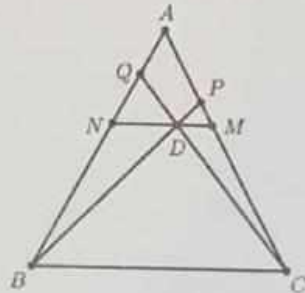
- A. $x < -10$. B. $x \neq -10$. C. $x \geq -10$. D. $x < -20$.

Câu 17: Công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rh$. Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $r = 1$, chiều cao $h = 2$ là

- A. $S_{xq} = 2\pi$ (đvdt). B. $S_{xq} = 8\pi$ (đvdt). C. $S_{xq} = 6\pi$ (đvdt). D. $S_{xq} = 4\pi$ (đvdt).

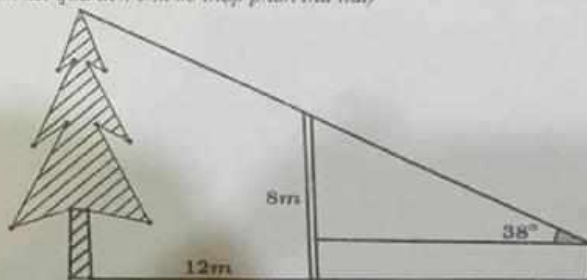
- Câu 18:** Cặp số $(1; -2)$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?
 A. $3x + 2y = 8$. B. $3x + 2y = 7$. C. $3x - 2y = 8$. D. $3x - 2y = 7$.
- Câu 19:** Tứ giác $ABCD$ có số đo $\widehat{A} = 60^\circ$; $\widehat{B} = 100^\circ$; $\widehat{C} = 90^\circ$. Số đo \widehat{D} là
 A. 90° . B. 110° . C. 60° . D. 100° .
- Câu 20:** Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao $AH (H \in BC)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
 A. $AH = \frac{BH}{CH}$. B. $AH = BH \cdot CH$. C. $AC^2 = BC \cdot HC$. D. $AC^2 = BC \cdot BH$.
- Câu 21:** Hàm số nào sau đây thỏa mãn $f(4) = f(-4)$?
 A. $f(x) = -\frac{x}{4} + 2$. B. $f(x) = \frac{x^2}{4}$. C. $f(x) = \frac{x}{4} + 1$. D. $f(x) = \frac{-x+1}{4}$.
- Câu 22:** Cho nửa đường tròn đường kính MN và điểm P thuộc nửa đường tròn sao cho số đo cung MP bằng 130° . Kẻ tiếp tuyến Mt với nửa đường tròn. Số đo góc hợp bởi hai tia Mt và MP là
 A. 65° . B. 130° . C. 260° . D. 90° .
- Câu 23:** Khẳng định nào sau đây đúng?
 A. $\sin 35^\circ = \cos 65^\circ$. B. $\sin 35^\circ = \cot 55^\circ$. C. $\sin 35^\circ = \tan 55^\circ$. D. $\sin 35^\circ = \cos 55^\circ$.
- Câu 24:** Rút gọn biểu thức $A = 3\sqrt{3}a - \sqrt{48}a$ ta được
 A. $A = -2\sqrt{3}a$. B. $A = 2\sqrt{3}a$. C. $A = \sqrt{3}a$. D. $A = -\sqrt{3}a$.
- Câu 25:** Tập hợp $M = \{n \in \mathbb{N}^+ | n: 4; n \leq 36\}$ có số phần tử là
 A. 9 B. 11. C. 10. D. 8.
- Câu 26:** Xác định hàm số $y = ax + b$, biết đồ thị của hàm số đi qua hai điểm $A(-2; -1)$ và $B(1; -7)$.
 A. $y = -2x - 5$. B. $y = -2x + 5$. C. $y = -2x + 3$. D. $y = -2x - 3$.
- Câu 27:** Thể tích hình nón có chiều cao $h = 2\text{cm}$ và bán kính đáy $r = 6\text{cm}$ là
 A. $V = 24\pi\text{cm}^3$. B. $V = 16\pi\text{cm}^3$. C. $V = 8\pi\text{cm}^3$. D. $V = 12\pi\text{cm}^3$.
- Câu 28:** Cho đường tròn $(O; 34\text{cm})$ có OI vuông góc với dây $MN (I \in MN)$ sao cho $OI = 30\text{cm}$ thì độ dài MN là
 A. 16cm . B. 32cm . C. 30cm . D. 34cm .
- Câu 29:** Cho $a < 0$. Kết quả rút gọn biểu thức $P = \frac{\sqrt{a^2}}{2} - \frac{3a}{2}$ là
 A. a . B. $-a$. C. $-2a$. D. $2a$.
- Câu 30:** Cho phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$. Tổng các nghiệm của phương trình là
 A. 2. B. -3. C. 3. D. -2.
- Câu 31:** Biết $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ và $3x - y = -4$. Khi đó giá trị của y là
 A. 4. B. 6. C. -6. D. -4.
- Câu 32:** Cho hình vuông $ABCD$ có diện tích 36cm^2 . Chu vi của đường tròn nội tiếp hình vuông đã cho là
 A. $6\sqrt{2}\pi\text{cm}$. B. $6\pi\text{cm}$. C. $4\pi\text{cm}$. D. $6\sqrt{2}\pi\text{cm}$.
- Câu 33:** Hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + 5y = -1 \end{cases}$ có nghiệm là
 A. $(2; 1)$. B. $(-2; -1)$. C. $(-2; 1)$. D. $(2; -1)$.
- Câu 34:** Giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = (m-3)x^2$ đi qua điểm $P(1; 3)$ là
 A. $m = 4$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = 6$.
- Câu 35:** Tích các nghiệm của phương trình $(x+1)(x^2-4) = 0$ là
 A. -2. B. 2. C. -4. D. 4.

Câu 36: Cho tam giác ABC cân tại A có $AB=5$, $M \in AC$, $N \in AB$ sao cho $MN \parallel BC$ và $\frac{AM}{MC} = \frac{2}{3}$. Điểm D thuộc đoạn MN , đường thẳng BD cắt AC tại P , đường thẳng CD cắt AB tại Q (tham khảo hình vẽ). Khi đó $\frac{1}{BQ} + \frac{1}{CP}$ có giá trị là



- A. $\frac{13}{25}$ B. $\frac{27}{50}$ C. $\frac{11}{20}$ D. $\frac{8}{15}$

Câu 37: Một cái cây ở phía sau bức tường cao $8m$ và cách bức tường $12m$. Một người quan sát đứng trước bức tường ở vị trí chỉ nhìn thấy ngọn cây, khi đó góc nhìn so với phương ngang bằng 38° (hình vẽ). Chiều cao của cây là (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)



- A. $17,38m$ B. $20,38m$ C. $18,38m$ D. $19,38m$

Câu 38: Phương trình $\frac{9}{2+\sqrt{x}-x} - \frac{2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} = 2\sqrt{x}+7$ với $x \geq 0$ và $x \neq 4$ có nghiệm duy nhất

dạng $x = a + b\sqrt{2}$ trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị của biểu thức $2a - b$ là

- A. 14 B. 13 C. 22 D. 5

Câu 39: Một sân trường hình chữ nhật có chu vi là $400m$. Hai lần chiều dài hơn ba lần chiều rộng là $50m$. Diện tích của sân trường là

- A. $2000m^2$ B. $5000m^2$ C. $400m^2$ D. $9100m^2$

Câu 40: Gọi $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \frac{2}{x+y} - \frac{1}{x-y} = 3 \\ \frac{1}{x+y} - \frac{3}{x-y} = 1 \end{cases}$. Giá trị của biểu thức $\frac{2}{5}x_0 + \frac{2}{3}y_0$ là

- A. $-\frac{5}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

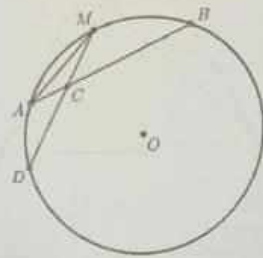
Câu 41: Cho phương trình $x^2 - 2x - m - 5 = 0$. Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm dương phân biệt là

- A. $5 < m < 6$ B. $m > -6$ C. $-6 < m < -5$ D. $m < -5$

Câu 42: Cho tam giác ABC cân tại A , đường cao BH ($H \in AC$). Biết $BH = 5$ và $\widehat{B} = 65^\circ$. Diện tích tam giác ABC là (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)
 A. 16,62 (đvdt). B. 16,42 (đvdt). C. 16,52 (đvdt). D. 16,32 (đvdt).

Câu 43: Với giá trị dương nào của tham số m thì khoảng cách từ gốc toạ độ O đến đường thẳng $d: y = x + m - 1$ bằng $2\sqrt{2}$?
 A. $m = 5$. B. $m = 7$. C. $m = 6$. D. $m = 8$.

Câu 44: Cho đường tròn (O) và dây AB , M là điểm chính giữa của cung nhỏ AB . Lấy điểm C thuộc đoạn AB , đường thẳng MC cắt (O) tại D khác M , biết độ dài $MC = 4\text{cm}$, $MD = 9\text{cm}$ (tham khảo hình vẽ). Độ dài dây MA là



A. 6cm. B. 8cm. C. 13cm. D. 7cm.

Câu 45: Cho hai đường thẳng $d_1: y = \sqrt{3}x + 3\sqrt{3}$, $d_2: y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3}$. Đường thẳng d_1 cắt trục hoành tại A , d_2 cắt trục hoành tại B ; d_1, d_2 cắt nhau tại C . Diện tích tam giác ABC là
 A. $9\sqrt{3}$ (đvdt). B. $6\sqrt{3}$ (đvdt). C. $3\sqrt{3}$ (đvdt). D. $18\sqrt{3}$ (đvdt).

Câu 46: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 4} - x^2 + 4 = 0$ là
 A. -20. B. 20. C. $\sqrt{20}$. D. $-\sqrt{20}$.

Câu 47: Cho đường tròn $(O; 3\text{cm})$. Từ điểm M cách O một khoảng 6cm, kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với (O) (A và B là hai tiếp điểm). Độ dài dây AB là
 A. 5cm. B. $3\sqrt{3}\text{cm}$. C. $\sqrt{3}\text{cm}$. D. $2\sqrt{3}\text{cm}$.

Câu 48: Cho phương trình $(m^2x^2 + 6x + 1)(x - 2023) = 0$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt?
 A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 49: Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = (m - 1)x + 2$. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để (P) và d cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ sao cho $y_1^2 - y_2^2 = 13(x_1^2 - x_2^2)$ là
 A. 2. B. -2. C. -3. D. 3.

Câu 50: Cho đường thẳng $d: y = (m^2 + 2m + 4)x - 1$. Gọi A và B là giao điểm của đường thẳng d với hai trục toạ độ, khi đó diện tích lớn nhất của tam giác OAB là
 A. $\frac{1}{3}$ (đvdt). B. $\frac{1}{2}$ (đvdt). C. $\frac{1}{12}$ (đvdt). D. $\frac{1}{6}$ (đvdt).

Hết
 Thí sinh không sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.
 Cán bộ coi thi thứ nhất: Kí tên:
 Cán bộ coi thi thứ hai: Kí tên:

Câu 1. (3,0 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a. $\frac{2}{\sqrt{2}}x + \sqrt{2}x = 4.$

b. $x^4 - 18x^2 + 81 = 0.$

c. $\begin{cases} x + 3y = -2 \\ 2x - 4y = 16 \end{cases}$

Câu 2. (2,5 điểm)

Cho hai hàm số $y = f(x) = x^2$ và $y = g(x) = 3ax - a^2$ với $a \neq 0$ là tham số.

a. Vẽ đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên hệ trục tọa độ Oxy .

b. Chứng minh rằng đồ thị hai hàm số đã cho luôn có hai giao điểm.

c. Gọi $y_1; y_2$ là tung độ giao điểm của hai đồ thị. Tìm a để $y_1 + y_2 = 28$.

Câu 3. (1,0 điểm)

Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2mx + 2m - 3 = 0$ (m là tham số).

a. Giải phương trình khi $m = 0,5$.

b. Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.

Câu 4. (2,5 điểm)

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp trong đường tròn (O) tâm O đường kính BC , đường thẳng qua O vuông góc với BC cắt AC tại D .

a. Chứng minh rằng tứ giác $ABOD$ nội tiếp.

b. Tiếp tuyến tại điểm A với đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại điểm P , cho $PB = BO = 2\text{cm}$. Tính độ dài đoạn PA và số đo góc \widehat{APC} .

c. Chứng minh rằng $\frac{PB}{PC} = \frac{BA^2}{AC^2}$.

Câu 5. (1,0 điểm)

Cây bạch đàn mỗi năm cao thêm 1m, cây phượng mỗi năm cao thêm 50cm. Lúc mới vào trường học, cây bạch đàn cao 1m và cây phượng cao 3m. Giả sử rằng tốc độ tăng trưởng chiều cao của hai loại cây không đổi qua các năm.

a. Viết hàm số biểu diễn chiều cao mỗi loại cây theo số năm tính từ lúc mới vào trường.

b. Sau bao nhiêu năm so với lúc mới vào trường thì cây bạch đàn sẽ cao hơn cây phượng?



-----Hết-----

Câu 1. (3,0 điểm)

Cách giải:

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $\frac{2}{\sqrt{2}}x + \sqrt{2}x = 4$

Ta có:

$$\frac{2}{\sqrt{2}}x + \sqrt{2}x = 4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}x + \sqrt{2}x = 4$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{2}x = 4$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = \sqrt{2}$.

b) $x^4 - 18x^2 + 18 = 0$

Đặt $t = x^2 \geq 0$, phương trình trở thành:

$$t^2 - 18t + 81 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2 \cdot t \cdot 9 + 9^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t - 9)^2 = 0 \Leftrightarrow t = 9 \text{ (tm)}$$

Với $t = 9 \Rightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{\pm 3\}$.

c) $\begin{cases} x + 3y = -2 \\ 2x - 4y = 16 \end{cases}$

Ta có: $\begin{cases} x + 3y = -2 \\ 2x - 4y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 - 3y \\ 2x - 4y = 16 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 - 3y \\ 2(-2 - 3y) - 4y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 - 3y \\ -4 - 6y - 4y = 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 - 3y \\ -10y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 - 3 \cdot (-2) \\ y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (4; -2)$.

Câu 2

a. Vẽ đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên hệ trục tọa độ Oxy.

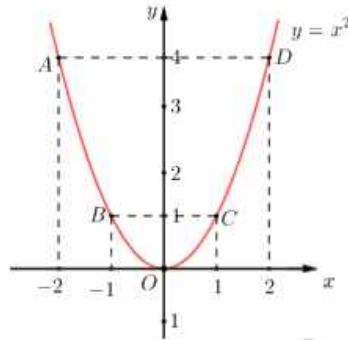
Ta có bảng giá trị giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

=> Đồ thị là Parabol đi qua 5 điểm có tọa độ $(-2;4); (-1;1); (0;0); (1;1); (2;4)$.

Đồ thị hàm số $y = x^2$ có $a = 1 > 0$ nên đồ thị là đường cong parabol có bề lõm hướng lên trên, nhận Oy làm trục đối xứng.

Ta vẽ được đồ thị hàm số như sau:



b. Chứng minh rằng đồ thị hai hàm số đã cho luôn có hai giao điểm.

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình

$$x^2 = 3ax - a^2 \Leftrightarrow x^2 - 3ax + a^2 = 0 \quad (1)$$

Phương trình (1) có $\Delta = (-3a)^2 - 4.1.a^2 = 9a^2 - 4a^2 = 5a^2 > 0, \forall a \neq 0$.

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

Hay đồ thị hai hàm số đã cho luôn có hai giao điểm.

c. Gọi $y_1; y_2$ là tung độ giao điểm của hai đồ thị. Tìm a để $y_1 + y_2 = 28$.

Gọi $x_1; x_2$ là hoành độ giao điểm của hai đồ thị khi đó

$$y_1 + y_2 = 28 \Leftrightarrow 3ax_1 - a^2 + 3ax_2 - a^2 = 28$$

$$\Leftrightarrow 3a(x_1 + x_2) - 2a^2 = 28 \quad (2)$$

Áp dụng định lí Vi-ét ta có $x_1 + x_2 = 3a$ thay vào (2) ta được:

$$(2) \Leftrightarrow 3a.3a - 2a^2 = 28$$

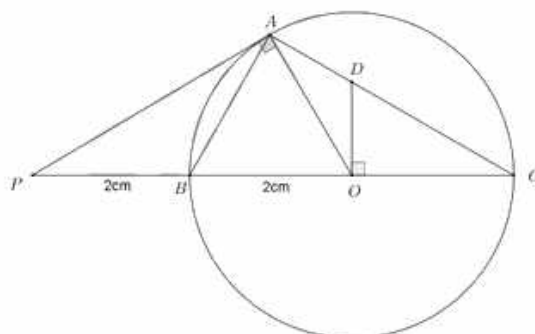
$$\Leftrightarrow 9a^2 - 2a^2 = 28$$

$$\Leftrightarrow 7a^2 = 28$$

$$\Leftrightarrow a^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow a = \pm 2 \text{ (tm)}$$

Vậy với $a = \pm 2$ thì giao điểm của hai đồ thị hàm số có $y_1 + y_2 = 28$.

Câu 3 (1,0 điểm)**Cách giải:**Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2mx + 2m - 3 = 0$ (m là tham số).a. Giải phương trình khi $m = 0,5$.Khi $m = 0,5$ phương trình trở thành $x^2 - 2.0,5x + 2.0,5 - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$.Ta có $a - b + c = 1 - (-1) + (-2) = 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{-c}{a} = 2 \end{cases}$.Vậy khi $m = 0,5$ phương trình có tập nghiệm $S = \{-1; 2\}$.b. Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.Phương trình bậc hai $x^2 - 2mx + 2m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi $ac < 0 \Leftrightarrow 2m - 3 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{3}{2}$.Vậy để phương trình có hai nghiệm trái dấu thì $m < \frac{3}{2}$.**Câu 4 (1,0 điểm)****Cách giải:**Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp trong đường tròn (O) tâm O đường kính BC , đường thẳng qua O vuông góc với BC cắt AC tại D .a. Chứng minh rằng tứ giác $ABOD$ nội tiếp.Ta có $\angle BAC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle BAD = 90^\circ$. $OD \perp BC$ (gt) $\Rightarrow \angle BOD = 90^\circ$.Xét tứ giác $ABOD$ có: $\angle BAD + \angle BOD = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ $\Rightarrow ABOD$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°).b) Tiếp tuyến tại điểm A của đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại điểm P , cho $PB = BO = 2\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng PA và số đo góc $\angle APC$.Vì AP là tiếp tuyến của (O) tại A nên $OA \perp AP \Rightarrow \triangle OAP$ vuông tại A .

Lại có $PB = BO = 2\text{ cm}$ (gt) $\Rightarrow B$ là trung điểm của $OP \Rightarrow AB$ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của

tam giác vuông $OAP \Rightarrow AB = \frac{1}{2}OP = OB = 2\text{ (cm)}$.

Ta có: $OA = OB = 2\text{ (cm)}$ (=R), $OP = OB + PB = 4\text{ (cm)}$.

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông OAP ta có:

$$OA^2 + AP^2 = OP^2$$

$$\Rightarrow 2^2 + AP^2 = 4^2$$

$$\Leftrightarrow 4 + AP^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow AP^2 = 12$$

$$\Leftrightarrow AP = 2\sqrt{3}\text{ (cm)}$$

Vậy $AP = 2\sqrt{3}\text{ (cm)}$.

Xét tam giác vuông OAP ta có: $\sin \angle APO = \frac{OA}{OP} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle APO = 30^\circ$.

Vậy $\angle APC = \angle APO = 30^\circ$.

c) Chứng minh rằng $\frac{PB}{PC} = \frac{BA^2}{AC^2}$.

...

Câu 5.(1 điểm).

Cách giải:

Cây bạch đàn mỗi năm cao thêm 1m, cây phượng mỗi năm cao thêm 50cm. Lúc mới vào trường học, cây bạch đàn cao 1m và cây phượng cao 3m. Giả sử tốc độ tăng trưởng chiều cao của hai loại cây không đổi qua các năm.

a, *Viết hàm số biểu diễn chiều cao mỗi loại cây theo số năm tính từ lúc mới vào trường.*

Gọi x là chiều cao cây bạch đàn sau n năm ($n; x > 1$).

Gọi y là chiều cao cây phượng sau m năm ($m; y > 3$).

+

Chiều cao cây bạch đàn sau 1 năm là: $1+1=2\text{ (m)}$.

Chiều cao cây bạch đàn sau 2 năm là: $1+2.1=3\text{ (m)}$.

Chiều cao cây bạch đàn sau 3 năm là: $1+3.1=4\text{ (m)}$.

...

Chiều cao cây bạch đàn sau n năm là: $1+n.1=n+1\text{ (m)}$.

Vậy hàm số biểu diễn chiều cao cây bạch đàn sau n năm là: $x=n+1$.

+

Chiều cao cây phượng sau 1 năm là: $3+0,5=3,5\text{ (m)}$.

Chiều cao cây phượng sau 2 năm là: $3+2.0,5=4\text{ (m)}$.

Chiều cao cây phượng sau 3 năm là: $3 + 3 \cdot 0,5 = 4,5$ (m).

...

Chiều cao cây phượng sau n năm là: $3 + n \cdot 0,5 = 0,5n + 3$ (m).

Vậy hàm số biểu diễn chiều cao cây phượng sau n năm là: $y = 0,5n + 3$.

b, Sau bao nhiêu năm so với lúc mới vào trường thì cây bạch đàn sẽ cao hơn cây phượng?

Giả sử sau k năm ($k \in \mathbb{N}^*$) cây bạch đàn cao hơn cây phượng

$$\Leftrightarrow k + 1 > 0,5k + 3$$

$$\Leftrightarrow 0,5k > 2$$

$$\Leftrightarrow k > 4$$

Vậy sau 5 năm so với lúc mới vào trường thì cây bạch đàn sẽ cao hơn cây phượng.

Câu 4.c

c) Chứng minh rằng $\frac{PB}{PC} = \frac{BA^2}{AC^2}$.

Xét ΔPAB và ΔPCA có:

$\angle APC$ chung

$\angle BAP = \angle APC$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AB)

$\Rightarrow \Delta PAB \sim \Delta PCA$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{PA}{PB} = \frac{PC}{PA} = \frac{AB}{AC} \text{ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{BA^2}{AC^2} = \frac{PA^2}{PB^2} \\ PA^2 = PB \cdot PC \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{BA^2}{AC^2} = \frac{PA^2}{PB^2} = \frac{PB \cdot PC}{PB^2} = \frac{PC}{PB} \text{ (dpcm)}$$

PHẦN 1: TRẮC NGHIỆM

1.C	2.D	3.C	4.A	5.C	6.D	7.D	8.A	9.B	10.A
11.D	12.A	13.C	14.D	15.B	16.B	17.B	18.B	19.C	20.A

PHẦN 2: TỰ LUẬN**Câu 1. (2,5 điểm).**

Cách giải:

$$a) \text{ Giải hệ phương trình } \begin{cases} 3x-2y=9 \\ x-3y=10 \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} \begin{cases} 3x-2y=9 \\ x-3y=10 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2y=9 \\ 3x-9y=30 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2y=9 \\ 7y=-21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2y=9 \\ y=-3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{9+2\cdot(-3)}{3} \\ y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (1; -3)$.

$$b) \text{ Rút gọn biểu thức } Q = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{2}{1-x} \right) \text{ với } x > 0 \text{ và } x \neq 1.$$

Với $x > 0, x \neq 1$ ta có:

$$\begin{aligned} Q &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{2}{1-x} \right) \\ &= \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} + \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} + \frac{2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \right) \\ &= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} : \frac{\sqrt{x}-1+2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}+1} \\ &= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

Vậy với $x > 0, x \neq 1$ thì $Q = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}$.

c) Biết đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $M(2;1)$ và song song với đường thẳng $y = x + 2023$. Tìm các hệ số a và b ?

Vì đường thẳng $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = x + 2023$ nên ta có: $\begin{cases} a = 1 \\ b \neq 2023 \end{cases}$

Khi đó đường thẳng cần tìm là $y = x + b$.

Vì đường thẳng $y = x + b$ đi qua điểm $M(2;1)$ nên ta có phương trình:

$$1 = 2 + b \Leftrightarrow b = -1 \quad (tm)$$

Vậy hệ số $a = 1$ và hệ số $b = -1$.

Câu 2 (1,0 điểm).

Cách giải:

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 4m = 0$ (1), với m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.

Với $m = 2$, phương trình (1) trở thành: $x^2 - 6x + 8 = 0$

Ta có: $\Delta' = 3^2 - 1 \cdot 8 = 9 - 8 = 1 > 0$

Suy ra phương trình có nghiệm phân biệt là: $x_1 = \frac{3 + \sqrt{1}}{1} = 3 + 1 = 4; x_2 = \frac{3 - \sqrt{1}}{1} = 3 - 1 = 2$

Vậy với $m = 2$, phương trình có tập nghiệm là $S = \{4; 2\}$.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1| - |x_2| = -4$.

Xét phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 4m = 0$ (1)

Ta có: $\Delta' = (m+1)^2 - 4m = m^2 + 2m + 1 - 4m = m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

Khi đó theo hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = 4m \end{cases}$

Theo đề bài ta có: $|x_1| - |x_2| = -4 \Leftrightarrow |x_2| - |x_1| = 4$

$$\Rightarrow (|x_2| - |x_1|)^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - 2|x_1 x_2| = 16$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 + 2x_1 x_2 - 2|x_1 x_2| = 16$$

$$\Leftrightarrow 4(m+1)^2 + 8m - 8|m| = 16$$

TH1:

$$\begin{cases} m \geq 0, m \neq 1 \\ 4(m+1)^2 + 8m - 8m = 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0, m \neq 1 \\ (m+1)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0, m \neq 1 \\ \begin{cases} m+1=2 \\ m+1=-2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Leftrightarrow m=3(TM) \\ \begin{cases} m=1 \\ m=-3 \end{cases} (ktm) \end{cases}$$

TH2:

$$\begin{cases} m < 0 \\ 4(m+1)^2 + 8m + 8m = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 4(m+1)^2 + 16m = 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 4m^2 + 24m - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \begin{cases} m = -3 + 2\sqrt{3} \\ m = -3 - 2\sqrt{3} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 + 2\sqrt{3} \\ m = -3 - 2\sqrt{3} \end{cases} (TM)$$

Vậy $m = -3 - 2\sqrt{3}$.

Câu 3: (1 điểm).

Cách giải:

Trong dịp Tết trồng cây đầu năm, ban tổ chức dự kiến trồng 80 cây xanh. Tuy nhiên, đến ngày tổ chức có 4 người không thể tham gia trồng cây nên mỗi người còn lại phải trồng thêm 1 cây để hoàn thành công việc. Biết số cây mỗi người trồng được chia đều bằng nhau. Hỏi lúc đầu ban tổ chức dự kiến có bao nhiêu người tham gia trồng cây?

Gọi x (người) là số người ban tổ chức dự kiến trồng cây ($x > 4, x \in \mathbb{N}$).

Số cây mỗi người phải trồng theo dự kiến là $\frac{80}{x}$ cây.

Số người trồng cây thực tế là: $x - 4$ (người)

Số cây mỗi người phải trồng theo thực tế là: $\frac{80}{x-4}$ (cây).

Vì theo thực tế mỗi người còn lại phải trồng thêm 1 cây so với dự kiến để hoàn thành công việc nên ta có:

$$\frac{80}{x-4} - \frac{80}{x} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{80x}{x(x-4)} - \frac{80(x-4)}{x(x-4)} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{80x - 80(x-4)}{x(x-4)} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{80x - 80x + 320}{x(x-4)} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{320}{x(x-4)} = 1$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow 320 = x(x-4) \\
&\Leftrightarrow x^2 - 4x - 320 = 0 \\
&\Leftrightarrow x^2 - 20x + 16x - 320 = 0 \\
&\Leftrightarrow x(x-20) + 16(x-20) = 0 \\
&\Leftrightarrow (x-20)(x+16) = 0 \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x-20=0 \\ x+16=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=20 \text{ (tm)} \\ x=-16 \text{ (ktm)} \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy lúc đầu ban tổ chức dự kiến có 20 người tham gia trồng cây.

Câu 5.(0,5 điểm).

Cách giải:

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a+b+c=3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A = \sqrt{3a+bc} + \sqrt{3b+ac} + \sqrt{3c+ab}.$$

Ta có:

$$A = \sqrt{3a+bc} + \sqrt{3b+ac} + \sqrt{3c+ab}$$

$$A = \sqrt{(a+b+c)a+bc} + \sqrt{(a+b+c)b+ac} + \sqrt{(a+b+c)c+ab}$$

$$A = \sqrt{(a^2+ab)+(ac+bc)} + \sqrt{(b^2+ab)+(bc+ac)} + \sqrt{(c^2+bc)+(ac+ab)}$$

$$A = \sqrt{a(a+b)+c(a+b)} + \sqrt{b(a+b)+c(a+b)} + \sqrt{c(b+c)+a(b+c)}$$

$$A = \sqrt{(a+b).(a+c)} + \sqrt{(a+b).(b+c)} + \sqrt{(a+c).(b+c)}$$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có:

$$\sqrt{(a+b).(a+c)} \leq \frac{(a+b)+(a+c)}{2}$$

$$\sqrt{(a+b).(b+c)} \leq \frac{(a+b)+(b+c)}{2}$$

$$\sqrt{(a+c).(b+c)} \leq \frac{(a+c)+(b+c)}{2}$$

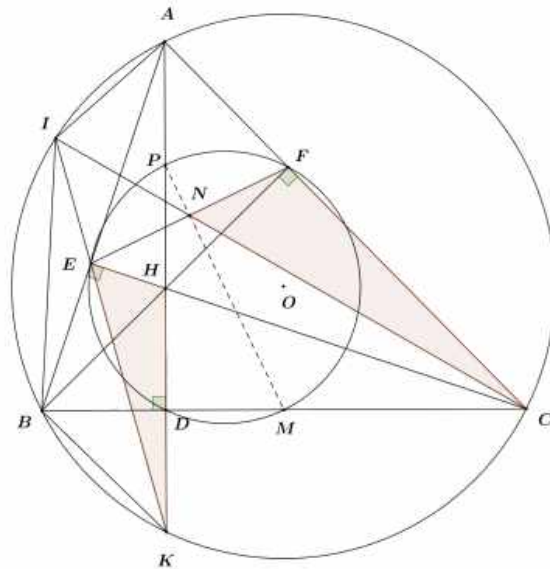
$$\Rightarrow \sqrt{(a+b).(a+c)} + \sqrt{(a+b).(b+c)} + \sqrt{(a+c).(b+c)} \leq \frac{(a+b)+(a+c)}{2} + \frac{(a+b)+(b+c)}{2} + \frac{(a+c)+(b+c)}{2}$$

$$\Leftrightarrow A \leq \frac{4a+4b+4c}{2} = \frac{4(a+b+c)}{2} = \frac{4.3}{2} = 6$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a=b=c=1$.

Vậy giá trị lớn nhất của A bằng 6 khi $a=b=c=1$.

Câu 4



a) Chứng minh tứ giác BEHD nội tiếp một đường tròn.

Do CE, AD, BF là các đường cao nên $\angle BEH = \angle BDH = \angle AFB = 90^\circ$

$$\Rightarrow \angle BEH + \angle BDH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Mà 2 góc này ở vị trí đối diện nên tứ giác BEHD nội tiếp (dnhb) (đpcm)

b) Kéo dài AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K. Kéo dài KE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai I.

Gọi N là giao điểm của CI và EF. Chứng minh $CE^2 = CN.CI$

Xét tứ giác AFHE có $\angle BEH + \angle AFH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà 2 góc này ở vị trí đối diện nên tứ giác AFHE nội tiếp (dnhb)

$$\Rightarrow \angle HEF = \angle HAF \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung HF)}$$

Mà $\angle HAF = \angle KIC$ (góc nội tiếp cùng chắn cung KC)

$$\Rightarrow \angle HEF = \angle KIC (= \angle HAF) \text{ hay } \angle CEN = \angle EIC$$

Xét tam giác CNE và tam giác CEI có $\angle ECI$ chung và $\angle CEN = \angle EIC$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle CEN \sim \triangle CEI (g.g) \Rightarrow \frac{CE}{CI} = \frac{CN}{CE} \text{ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ).}$$

$$\Leftrightarrow CE^2 = CI.CN \text{ (đpcm)}$$

c) Kẻ OM vuông góc với BC tại M. Gọi P là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle AEF$. Chứng minh ba điểm M, N, P thẳng hàng.

Ta có: $PE = PF$ (do P là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF) \Rightarrow P thuộc trung trực của EF.

Tam giác BEC vuông tại E có M là trung điểm của BC $\Rightarrow ME = MB = MC$ (trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh ấy)

Tam giác BFC vuông tại F có M là trung điểm của BC $\Rightarrow MF = MB = MC$ (trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh ấy).

$$\Rightarrow ME = MF = MB = MC.$$

$\Rightarrow M$ thuộc trung trực của EF.

$\Rightarrow PM$ là trung trực của EF (*)

Ta cần chứng minh N thuộc trung trực của EF.

Theo ý b) ta có: $\Delta CNE \sim \Delta CEI \Rightarrow \frac{NE}{IE} = \frac{NC}{CE} \Rightarrow NE = \frac{IE \cdot NC}{CE}$.

Xét tứ giác AEHF có: $\angle AEH + \angle AFH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow AEHF$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°).

$\Rightarrow \angle AHE = \angle AFE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AE)

$$\Rightarrow 180^\circ - \angle AHE = 180^\circ - \angle AFE \Rightarrow \angle KHE = \angle CFN.$$

Xét ΔCFN và ΔKHE có:

$$\angle CFN = \angle KHE \text{ (cmt)}$$

$\angle FCN = \angle HKE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AI).

$$\Rightarrow \Delta CFN \sim \Delta KHE \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{FN}{HE} = \frac{CN}{KE} \Rightarrow FN = \frac{HE \cdot CN}{KE} \text{ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}.$$

Khi đó ta có: $\frac{NE}{FN} = \frac{IE \cdot NC}{CE} \cdot \frac{HE \cdot CN}{KE} = \frac{IE \cdot NC \cdot KE}{CE \cdot HE \cdot CN} = \frac{IE \cdot KE}{CE \cdot HE} \text{ (1)}$.

+) Xét ΔIEA và ΔBEK có:

$$\angle IEA = \angle BEK \text{ (đối đỉnh)}$$

$\angle IAE = \angle BKE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BI)

$$\Rightarrow \Delta IEA \sim \Delta BEK \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{IE}{BE} = \frac{EA}{EK} \Rightarrow IE \cdot EK = EA \cdot BE \text{ (2)}$$

+) Xét ΔAEH và ΔCEB có:

$$\angle EAH = \angle ECB \text{ (cùng phụ với } \angle ABC)$$

$\angle AEH = \angle CEB = 90^\circ$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BI)

$$\Rightarrow \Delta AEH \sim \Delta CEB \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{EH}{EB} \Rightarrow EC \cdot EH = EA \cdot EB \text{ (3)}$$

Thay (2), (3) vào (1) ta có: $\frac{NE}{FN} = \frac{IE \cdot KE}{CE \cdot HE} = \frac{EA \cdot BE}{EA \cdot EB} = 1 \Rightarrow NE = FN$.

$\Rightarrow N$ thuộc trung trực của EF (**)

Từ (*) và () $\Rightarrow M, N, P$ thẳng hàng (đpcm).**

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu 1: Một người thợ điện cần căng dây điện qua khu vực có một cây cau thẳng đứng. Để đảm bảo dây điện không vướng vào cây, người đó sử dụng thước ngắm có góc vuông đo chiều cao của cây như hình bên. Biết khoảng cách từ vị trí gốc cây đến vị trí chân của người thợ là 3,6m và từ vị trí chân đứng thẳng trên mặt đất đến mắt của người ngắm là 1,6m. Với các kích thước trên, người thợ đo được khoảng cách từ điểm cao nhất của cây đến mặt đất theo phương vuông góc là (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)



- A. 16m. B. 4m. C. 0m. D. 9m.

Câu 2: Phương trình $x^2 + 3x - 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Giá trị của biểu thức $A = x_1 + x_2$ là

- A. 4. B. -4. C. 3. D. -3.

Câu 3: Hàm số $y = (2023 - m)x + 2022$ nghịch biến trên \mathbb{R} với giá trị của m thỏa mãn

- A. $m \leq 2023$. B. $m < 2023$. C. $m > 2023$. D. $m \geq 2023$.

Câu 4: Giá tiền điện hàng tháng ở nhà Việt được tính theo 4 mức như sau: mức 1: tính cho 100KW đầu tiên; mức 2: tính cho số KW điện từ 101KW đến 150KW, mỗi KW ở mức 2 đắt hơn 200 đồng so với mức 1; mức 3: tính cho số KW điện từ 151KW đến 200KW, mỗi KW ở mức 3 đắt hơn 200 đồng so với mức 2; mức 4: từ KW thứ 201 tính chung 1 giá, mỗi KW ở mức 4 đắt hơn so với mức 3 là 100 đồng. Ngoài ra, người sử dụng còn phải trả thêm 10% thuế giá trị gia tăng. Biết tháng vừa rồi nhà Việt dùng hết 205KW điện và phải trả 464200 đồng. Số tiền nhà Việt phải trả cho mỗi KW điện ở mức 1 là (kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)

- A. 1900 đồng. B. 2264 đồng. C. 2106 đồng. D. 2100 đồng.

Câu 5: Hệ phương trình $\begin{cases} 3x + ky = 6 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$ vô số nghiệm khi 06

- A. $k = -3$. B. $k = 1$. C. $k = 6$. D. $k = 3$.

Câu 6: Giá trị của biểu thức $\sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{3+2\sqrt{2}}$ là

- A. 2. B. $2\sqrt{2} - 2$. C. -2. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 7: Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = -1 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$ có nghiệm là (x_0, y_0) . Giá trị của biểu thức $2x_0 + y_0$ bằng

- A. -3. B. $x - 1$. C. 3. D. 0.

Câu 8: Điều kiện của x để biểu thức $A = \sqrt{x+2}$ có nghĩa là

- A. $x \geq -2$. B. $x \geq 2$. C. $x \leq 2$. D. $x \leq -2$.

Câu 9: Cho ΔABC vuông tại A có $AB = 3\text{cm}$ và $\hat{B} = 60^\circ$. Độ dài cạnh AC bằng

- A. $6\sqrt{3}\text{cm}$. B. $3\sqrt{3}\text{cm}$. C. $2\sqrt{3}\text{cm}$. D. $\sqrt{3}\text{cm}$.

Câu 10: Cho x không âm và $\sqrt{x} = 3$, giá trị của x là

- A. 9. B. 18. C. 3. D. 81.

Câu 11: Cho đường tròn $(O; 3)$ và điểm M thỏa mãn $OM = 5$. Từ M kẻ cát tuyến MAB với $(O; 3)$ (A và B là các giao điểm). Tích $MA \cdot MB$ bằng

- A. 15. B. 9. C. 25. D. 16.

Câu 12: Với $x \geq 4$, kết quả rút gọn của biểu thức $\sqrt{25x-100}$ là

- A. $5\sqrt{x-4}$. B. $5\sqrt{x-2}$. C. $25\sqrt{x-4}$. D. $-5\sqrt{x-4}$.

Câu 13: Cặp số (x_0, y_0) nào dưới đây là nghiệm của phương trình $2x - y = 2$?

- A. $(-3; 4)$. B. $(3; -4)$. C. $(3; 4)$. D. $(4; 3)$.

Câu 14: Hàm số $y = -5x^2$ nghịch biến khi

- A. $x < 0$. B. $x = 0$. C. $x \in \mathbb{R}$. D. $x > 0$.

Câu 15: Trong hệ tọa độ Oxy , đường thẳng $y = 2x + m$ đi qua điểm $M(2; -1)$ khi tham số m nhận giá trị là

- A. $m = 4$. B. $m = -5$. C. $m = 3$. D. $m = 5$.

Câu 16: Cho đường tròn (C) có tâm O và bán kính $R = 10\text{cm}$, AB là một dây cung của đường tròn (C) ,

gọi H là trung điểm AB . Biết $AB = 16\text{cm}$, độ dài đoạn thẳng OH bằng

- A. 5cm . B. 6cm . C. 3cm . D. 8cm .

Câu 17: Cho ΔABC vuông tại A , có $AB = 24$, $AC = 18$. Chu vi đường tròn ngoại tiếp ΔABC bằng

- A. 15π . B. 30π . C. 60π . D. 225π .

Câu 18: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = x^2$. B. $y = x + 1$. C. $y = -2x^2$. D. $y = -3x + 2$.

Câu 19: Cho ΔABC vuông tại A , có $AB = 12\text{cm}$, $AC = 16\text{cm}$. Độ dài đường cao kẻ từ A của ΔABC là

- A. 15cm . B. $4,8\text{cm}$. C. $9,6\text{cm}$. D. 10cm .

Câu 20: Đường thẳng $d: y = 4x + 1$ và parabol $(P): y = x^2$ có số điểm chung là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 1 (2,5 điểm).

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 2y = 9 \\ x - 3y = 10 \end{cases}$ ✓

b) Rút gọn biểu thức $Q = \left(\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x+1}} - \frac{2}{1-x} \right)$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$. ✓

c) Biết đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $M(2; 1)$ và song song với đường thẳng $y = x + 2023$.

Tìm các hệ số a và b ? ✓

Câu 2 (1,0 điểm). Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 4m = 0$ (1), với m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$. ✓

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1| - |x_2| = -4$.

Câu 3 (1,0 điểm). Trong dịp Tết trồng cây đầu năm, ban tổ chức dự kiến trồng 80 cây xanh. Tuy nhiên, đến ngày tổ chức có 4 người không thể tham gia trồng cây nên mỗi người còn lại phải trồng thêm 1 cây để hoàn thành công việc. Biết số cây mỗi người trồng được chia đều bằng nhau. Hỏi lúc đầu ban tổ chức dự kiến có bao nhiêu người tham gia trồng cây? ✓

Câu 4 (2,0 điểm). Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Các đường cao AD, BF, CE của ΔABC cắt nhau tại H . ✓

a) Chứng minh tứ giác $BEHD$ nội tiếp một đường tròn.

b) Kéo dài AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K . Kéo dài KE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai I .

Gọi N là giao điểm của CI và EF . Chứng minh $CE^2 = CN \cdot CI$.

ò) Kẻ OM vuông góc với BC tại M . Gọi P là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔAEF . Chứng minh ba điểm M, N, P thẳng hàng.

biết
biết
Câu 5 (0,5 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \sqrt{3a+bc} + \sqrt{3b+ac} + \sqrt{3c+ab}$.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Cán bộ coi thi 1 (Họ tên và ký):

Cán bộ coi thi 2 (Họ tên và ký):

Câu 1 (4,0 điểm)**Cách giải:**

a) Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{80} + \sqrt{45}$.

Ta có:

$$A = \sqrt{80} + \sqrt{45}$$

$$A = \sqrt{16 \cdot 5} + \sqrt{9 \cdot 5}$$

$$A = \sqrt{4^2 \cdot 5} + \sqrt{3^2 \cdot 5}$$

$$A = 4\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$$

$$A = 7\sqrt{5}$$

Vậy $A = 7\sqrt{5}$.

b) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{2}{\sqrt{x}+1}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.

Với $x > 0$ và $x \neq 1$ ta có:

$$B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{2}{\sqrt{x}+1}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}+1+3(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} : \frac{2}{\sqrt{x}+1}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}+1+3\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{2}$$

$$B = \frac{4\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{1}{2}$$

$$B = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}$$

Vậy $B = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}$.**Câu 2 (4,0 điểm)****Cách giải:**

a) Tìm hệ số a để đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $M(-1;2)$. Vẽ đồ thị của hàm số $y = ax^2$ với giá trị a vừa tìm được.

Đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $M(-1;2)$ khi và chỉ khi:

$$a \cdot (-1)^2 = 2 \Leftrightarrow a = 2$$

Vậy $a = 2$.

* *Vẽ đồ thị hàm số $y = 2x^2$*

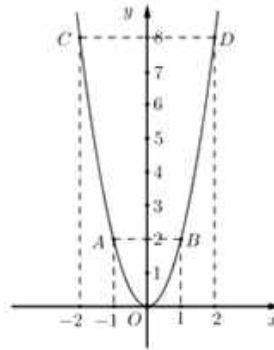
Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

=> Đồ thị hàm số là đường cong parabol đi qua các điểm $O(0;0)$; $A(-1;2)$; $B(1;2)$; $C(-2;8)$; $D(2;8)$.

Hệ số $a = 2 > 0$ nên parabol có bề cong hướng lên. Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.

Ta vẽ được đồ thị hàm số $y = 2x^2$ như sau:



b) *Giải hệ phương trình*
$$\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

Ta có:
$$\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 4 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ y = 3 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là: $(x; y) = (2; -1)$.

Câu 3. (6 điểm) Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2x + m - 2 = 0$ (1), với m là tham số.

Cách giải:

c) *Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $3(x_1^2 + x_2^2) + x_1^2 x_2^2 = 11$.*

Cách giải:

a) *Xác định các hệ số a, b, c của phương trình (1).*

Hệ số $a = 1; b = -2; c = m - 2$.

b) Giải phương trình (1) khi $m = -1$.

Khi $m = -1$ phương trình (1) $\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$.

Ta có $a - b + c = 1 - (-2) + (-3) = 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -\frac{c}{a} = 3 \end{cases}$.

Vậy khi $m = -1$ thì tập nghiệm của phương trình là $S = \{-1; 3\}$.

c) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $3(x_1^2 + x_2^2) + x_1^2 x_2^2 = 11$.

Phương trình (1) có $\Delta' = (-1)^2 - 1(m - 2) = -m + 3$.

Để phương trình có hai nghiệm thì $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow -m + 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 3$

Áp dụng định lý Vi - ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$

Theo bài ra ta có: $3(x_1^2 + x_2^2) + x_1^2 x_2^2 = 11$

$$\Leftrightarrow 3[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2] + x_1^2 x_2^2 = 11 \quad (2)$$

Thay $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$ vào (2) ta có:

$$\Leftrightarrow 3[2^2 - 2(m - 2)] + (m - 2)^2 = 11$$

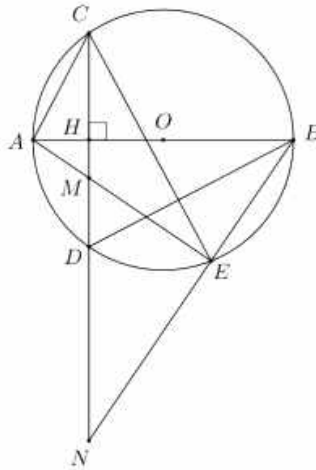
$$\Leftrightarrow 3(8 - 2m) + m^2 - 4m + 4 = 11$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 10m + 17 = 0 \quad (*)$$

Ta có: $\Delta_m' = 5^2 - 17 = 8 > 0$ nên phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $\begin{cases} m = 5 + 2\sqrt{2} \quad (ktm) \\ m = 5 - 2\sqrt{2} \quad (tm) \end{cases}$

Vậy với $m = 5 - 2\sqrt{2}$ phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $3(x_1^2 + x_2^2) + x_1^2 x_2^2 = 11$.

Câu 4



a) Chứng minh tứ giác MEBH nội tiếp

Ta có $\angle AEB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\angle MHB = 90^\circ$ (do $CD \perp AB$ tại H) (gt)

$\Rightarrow \angle MEB + \angle MHB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

Mà 2 góc này ở vị trí đối diện nên tứ giác MEBH nội tiếp (dhnb)

b) Chứng minh $NC \cdot ND = NB \cdot NE$

Xét $\triangle NCE$ và $\triangle NBD$ có:

$\angle BNC$ chung

$\angle NCE = \angle NBD$ (góc nội tiếp cùng chắn cung DE)

$\Rightarrow \triangle NCE \sim \triangle NBD$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{NC}{NB} = \frac{NE}{ND} \Leftrightarrow NC \cdot ND = NE \cdot NB$ (đpcm)

c) Khi $AC = R$, xác định vị trí của điểm M để $2AM + AE$ đạt giá trị nhỏ nhất

Xét tam giác OAC có $OA = OC = AC = R \Rightarrow$ Tam giác OAC đều.

\Rightarrow Đường cao CH đồng thời là đường trung tuyến $\Rightarrow H$ là trung điểm của OA $\Rightarrow AH = \frac{1}{2}OA = \frac{R}{2}$.

Đặt $HM = x$ ($0 < x < R$).

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông AHM ta có: $AM = \sqrt{\frac{R^2}{4} + x^2} \Rightarrow 2AM = \sqrt{R^2 + 4x^2}$.

Xét tam giác AHM và tam giác AEB có:

$\angle BAE$ chung

$\angle AHM = \angle AEB = 90^\circ$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle AHM \sim \triangle AEB$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{HM}{BE} = \frac{AH}{AE} = \frac{AM}{AB}$ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ).

$$\Rightarrow AE = \frac{AH \cdot AB}{AM} = \frac{\frac{R}{2} \cdot 2R}{\sqrt{\frac{R^2}{4} + x^2}} = \frac{2R^2}{\sqrt{R^2 + 4x^2}}$$

$$\Rightarrow 2AM + AE = \sqrt{R^2 + 4x^2} + \frac{2R^2}{\sqrt{R^2 + 4x^2}}$$

Áp dụng BĐT Cô-si ta có:

$$\sqrt{R^2 + 4x^2} + \frac{2R^2}{\sqrt{R^2 + 4x^2}} \geq 2\sqrt{\sqrt{R^2 + 4x^2} \cdot \frac{2R^2}{\sqrt{R^2 + 4x^2}}} = 2\sqrt{2}R$$

Dấu “=” xảy ra

$$\Leftrightarrow \sqrt{R^2 + 4x^2} = \frac{2R^2}{\sqrt{R^2 + 4x^2}}$$

$$\Leftrightarrow R^2 + 4x^2 = 2R^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{R^2}{4} \Leftrightarrow x = \frac{R}{2} \text{ (tm)}$$

$$\Rightarrow HM = \frac{R}{2} \Rightarrow M \text{ là trung điểm của HD.}$$

Vậy để $2AM + AE$ đạt giá trị nhỏ nhất thì M là trung điểm của HD .

Họ và tên thí sinh
Số báo danh
SỐ GÉP
ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 01 trang)

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2023 - 2024

- * Môn thi: TOÁN (Không chuyên)
- * Ngày thi: 31/5/2023
- * Thời gian: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

ĐỀ

Câu 1 (4,0 điểm).

a) Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{80} + \sqrt{45}$.

b) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{3}{\sqrt{x+1}} \right) \cdot \frac{2}{\sqrt{x+1}}$, với $x > 0$ và $x \neq 1$.

Câu 2 (4,0 điểm).

a) Tìm hệ số a để đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $M(-1, 2)$. Vẽ đồ thị của hàm số $y = ax^2$ với giá trị a vừa tìm được.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

Câu 3 (6,0 điểm).

Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2x + m - 2 = 0$ (1), với m là tham số.

a) Xác định các hệ số a, b, c của phương trình (1).

b) Giải phương trình (1) khi $m \neq -1$.

c) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$3(x_1^2 + x_2^2) + x_1^2 x_2^2 = 11$$

Câu 4 (6,0 điểm).

Trên đường tròn tâm O , đường kính $AB = 2R$, lấy hai điểm C, D sao cho CD vuông góc với AB tại H (H thuộc đoạn OA , khác O và A). Gọi M là điểm trên đoạn CD (M khác C và D , $CM > DM$), E là giao điểm của AM với đường tròn (O) (E khác A), N là giao điểm của hai đường thẳng BE và CD .

a) Chứng minh tứ giác $MEBH$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $NC \cdot ND = NB \cdot NE$.

c) Khi $AC = R$, xác định vị trí của điểm M để $2AM + AE$ đạt giá trị nhỏ nhất.

----- HẾT -----

(Đề thi có 01 trang)

PHẦN TỰ LUẬN (6,0 điểm)

Câu 1. (1,0 điểm)

Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x-2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}} - \frac{x}{4-x} \right) : \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ với $x \geq 0; x \neq 4$.

Câu 2. (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (1) (m là tham số).

1. Giải phương trình (1) khi $m = 0$.
2. Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm đối nhau.

Câu 3. (1,0 điểm)

Một phòng họp có 165 ghế ngồi được xếp thành các hàng, mỗi hàng có số ghế bằng nhau. Trong một buổi họp có 208 người đến dự họp, do đó ban tổ chức đã kê thêm 1 hàng ghế và mỗi hàng ghế phải xếp nhiều hơn quy định 2 ghế mới đủ chỗ ngồi. Hỏi lúc đầu phòng họp có bao nhiêu hàng ghế và mỗi hàng có bao nhiêu ghế?

Câu 4. (2,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính BC . Trên đường tròn đã cho lấy điểm A cố định (A khác B và C) và lấy điểm D thay đổi trên cung nhỏ AC (D khác A và C). Kẻ AH vuông góc với BC (H thuộc BC). Hai đường thẳng BD và AH cắt nhau tại I .

1. Chứng minh rằng tứ giác $IHC D$ là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh rằng $AB^2 = BI \cdot BD$.

3. Lấy điểm M trên đoạn thẳng BC sao cho $BM = AB$. Chứng minh rằng tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MID luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi D thay đổi trên cung nhỏ AC .

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho các số thực không âm x, y, z thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 64z \leq 0$.

Chứng minh rằng $\frac{x+y+z}{3} \geq \sqrt{xyz}$.

===== Hết =====

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Họ và tên thí sinh : Số báo danh :

Mã đề 357

PHẦN TRẮC NGHIỆM (4,0 điểm)
(gồm có 32 câu)

Câu 1. Hàm số $y = (m + 5)x - 2$ (với m là tham số) đồng biến trên \mathbb{R} khi và chỉ khi

- A. $m < -5$. B. $m > 7$. C. $m > -5$. D. $m < 7$.

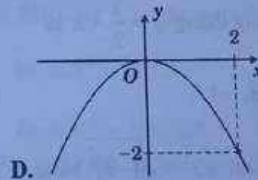
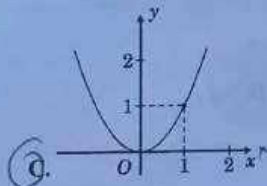
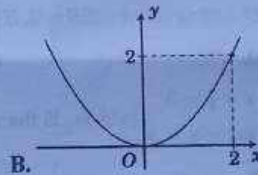
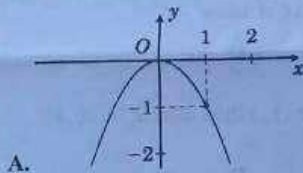
Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao $AH = 6$ cm, $BH = 4$ cm. Độ dài cạnh BC bằng

- A. 9 cm. B. 10 cm. C. $\sqrt{52}$ cm. D. 13 cm.

Câu 3. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 3 \end{cases}$ có nghiệm là

- A. $(-2; -1)$. B. $(2; -1)$. C. $(-2; 1)$. D. $(2; 1)$.

Câu 4. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = x^2$?



Câu 5. Đường thẳng $y = 2x - 3$ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $Q(-1; -1)$. B. $P(1; -1)$. C. $M(1; 1)$. D. $N(-1; 1)$.

Câu 6. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $2x - y = 1$?

- A. $(-1; 3)$. B. $(-2; -2)$. C. $(2; 2)$. D. $(-1; -3)$.

Câu 7. Giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = -x + 1$ và $y = 2x + 4$ là

- A. $P(-1; 2)$. B. $M(1; 0)$. C. $N(-1; 1)$. D. $Q(-3; -4)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = ax^2$ (với $a \neq 0$ là tham số). Điểm $E(1;2)$ thuộc đồ thị hàm số khi

- (A) $a = 2$ B. $a = \frac{1}{4}$ C. $a = -2$ D. $a = \frac{1}{4}$

Câu 9. Thể tích V của một hình nón có diện tích đáy $S = 6\pi \text{ cm}^2$ và chiều cao $h = 3 \text{ cm}$ là

- A. $V = 3\pi \text{ cm}^3$ B. $V = 9\pi \text{ cm}^3$ (C) $V = 18\pi \text{ cm}^3$ D. $V = 6\pi \text{ cm}^3$

Câu 10. Căn bậc hai số học của 25 là

- A. $\sqrt{5}$ B. -5 (C) 5 D. $-5; 5$

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Cho biết $CH = 6 \text{ cm}$ và $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Độ dài đường cao AH bằng

- A. 4 cm B. $4\sqrt{3} \text{ cm}$ (C) $2\sqrt{3} \text{ cm}$ D. 2 cm

Câu 12. Trong các hệ phương trình sau, hệ phương trình nào là hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $\begin{cases} xy + 3x = 1 \\ y - 2x = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x^2 + 3y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x + 2y^2 = -1 \end{cases}$

Câu 13. Biết $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + y = 2 \end{cases}$. Giá trị của biểu thức $x_0^2 - y_0^2$ bằng

- A. 5 (B) 8 C. 10 D. 7

Câu 14. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 3, BC = 6$. Số đo của \widehat{ACB} bằng

- A. 90° B. 45° C. 60° (D) 30°

Câu 15. Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3 \\ mx - y = 3 \end{cases}$ (với m là tham số) có nghiệm $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $x_0 = 2y_0$ khi

- A. $m = 2$ B. $m = 3$ (C) $m = 5$ D. $m = 4$

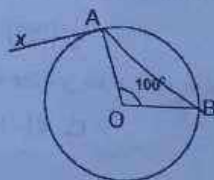
Câu 16. Hệ số góc của đường thẳng $y = \frac{3}{2} - x$ là

- A. $\frac{3}{2}$ (B) -1 C. 2 D. -2

Câu 17. Kết quả của phép tính $\sqrt{3^2} + \sqrt{(-3)^2}$ bằng

- A. 18 B. ± 6 (C) 6 D. 0

Câu 18. Trong hình vẽ dưới đây cho $\widehat{AOB} = 100^\circ$; Ax là tiếp tuyến của (O) tại A .



Số đo \widehat{xAB} bằng

- A. 100° . B. 50° . C. 130° . D. 120° .

Câu 19. Biểu thức $\sqrt{(3-2x)^2}$ bằng

- A. $2x-3$ và $3-2x$. B. $|2x-3|$.
C. $3-2x$. D. $2x-3$.

Câu 20. Khi $x = -2$ biểu thức $M = \frac{\sqrt{7-x}}{\sqrt{x+3}}$ có giá trị bằng

- A. 3 . B. ± 3 . C. $\frac{9}{2}$. D. 9.

Câu 21. Đường thẳng nào dưới đây song song với đường thẳng $y = -2x + 1$?

- A. $y = 2x + 1$. B. $y = 1 - 2x$. C. $y = 6 - 2(x+1)$. D. $y = 2x - 1$.

Câu 22. Hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x+my=1 \end{cases}$ (với m là tham số) vô nghiệm khi

- A. $m \neq 4$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = 4$.

Câu 23. Biểu thức $\sqrt{3-x}$ có điều kiện xác định là

- A. $x < 3$. B. $x \geq 3$. C. $x \neq 3$. D. $x \leq 3$.

Câu 24. Cho hệ phương trình $\begin{cases} ax+3y=4 \\ x+by=-2 \end{cases}$ (với a, b là tham số). Với giá trị nào của a, b thì hệ phương trình đã cho có nghiệm $(-1; 2)$?

- A. $\begin{cases} a=2 \\ b=-\frac{1}{2} \end{cases}$. B. $\begin{cases} a=2 \\ b=\frac{1}{2} \end{cases}$. C. $\begin{cases} a=-2 \\ b=-\frac{1}{2} \end{cases}$. D. $\begin{cases} a=2 \\ b=0 \end{cases}$.

Câu 25. Cho tam giác MNP vuông tại M , đường cao MK . Hệ thức nào sau đây sai?

- A. $\frac{1}{MK^2} = \frac{1}{MN^2} + \frac{1}{MP^2}$. B. $MN^2 = NP \cdot NK$.
 C. $MK \cdot KP = MN \cdot MP$. D. $MK^2 = NK \cdot KP$.

Câu 26. Hộp sữa có dạng hình trụ với đường kính đáy là 12 cm, chiều cao của hộp sữa là 18 cm. Thể tích của hộp sữa bằng

- A. $648\pi \text{ cm}^3$. B. $432\pi \text{ cm}^3$. C. $216\pi \text{ cm}^3$. D. $2592\pi \text{ cm}^3$.

Câu 27. Biết parabol $y = x^2$ cắt đường thẳng $y = -3x + 4$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Giá trị của biểu thức $T = 2x_1 + 3x_2$ bằng

- A. 10. B. 5. C. -10 . D. -5 .

Câu 28. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AC = 6 \text{ cm}$, $\tan B = \frac{3}{4}$. Độ dài cạnh BC bằng

- A. 8 cm. B. 10 cm . C. 9 cm. D. $6\sqrt{3} \text{ cm}$.

Câu 29. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx - y = 3 \\ 3x + my = 4 \end{cases}$ (với m là tham số). Số các giá trị nguyên của m để hệ phương

trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x > 0, y < 0$ là

- A. 3. B. 5. C. 4^g D. 2.

Câu 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đồ thị hàm số $y = mx + 2$ (với $m \neq 0$ là tham số) cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại A, B . Có bao nhiêu giá trị của m để diện tích tam giác OAB bằng 3?

- A. 1^h B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 31. Cho ba đường thẳng đôi một phân biệt $y = x + 2$ (d_1); $y = 2x + 1$ (d_2); $y = (m^2 + 1)x + m$ (d_3) (với m là tham số). Giá trị của m để ba đường thẳng nói trên cùng đi qua một điểm là

- A. $m = -2$. B. $m \in \{-2; 1\}$ ^h. C. $m = 3$. D. $m = 1$.

Câu 32. Hệ phương trình $\begin{cases} \frac{2}{x+2} + \sqrt{y-1} = 3 \\ \frac{1}{x+2} - 3\sqrt{y-1} = -2 \end{cases}$ có nghiệm $(x_0; y_0)$ thì $x_0 + y_0$ bằng

- A. 2. B. -1. C. 1^f D. -2.

----- HẾT -----

TRẮC NGHIỆM

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Mã đề 357

PHẦN TRẮC NGHIỆM (4,0 điểm)

(gồm có 32 câu)

Câu 1. Hàm số $y = (m + 5)x - 2$ (với m là tham số) đồng biến trên \mathbb{R} khi và chỉ khi

- A. $m < -5$. B. $m > 7$. C. $m > -5$. D. $m < 7$.

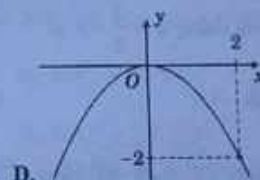
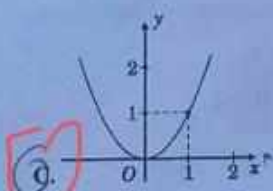
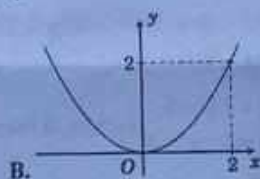
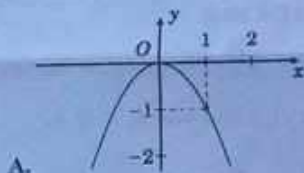
Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao $AH = 6$ cm, $BH = 4$ cm. Độ dài cạnh BC bằng

- A. 9 cm. B. 10 cm. C. $\sqrt{52}$ cm. D. 13 cm.

Câu 3. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 3 \end{cases}$ có nghiệm là

- A. $(-2; -1)$. B. $(2; -1)$. C. $(-2; 1)$. D. $(2; 1)$.

Câu 4. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = x^2$?



Câu 5. Đường thẳng $y = 2x - 3$ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $Q(-1; -1)$. B. $P(1; -1)$. C. $M(1; 1)$. D. $N(-1; 1)$.

Câu 6. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $2x - y = 1$?

- A. $(-1; 3)$. B. $(-2; -2)$. C. $(2; 2)$. D. $(-1; -3)$.

Câu 7. Giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = -x + 1$ và $y = 2x + 4$ là

- A. $P(-1; 2)$. B. $M(1; 0)$. C. $N(-1; 1)$. D. $Q(-3; -4)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = ax^2$ (với $a \neq 0$ là tham số). Điểm $E(1;2)$ thuộc đồ thị hàm số khi

- A. $a = 2$ B. $a = -\frac{1}{4}$ C. $a = -2$ D. $a = \frac{1}{4}$

Câu 9. Thể tích V của một hình nón có diện tích đáy $S = 6\pi \text{ cm}^2$ và chiều cao $h = 3 \text{ cm}$ là

- A. $V = 3\pi \text{ cm}^3$ B. $V = 9\pi \text{ cm}^3$ C. $V = 18\pi \text{ cm}^3$ D. $V = 6\pi \text{ cm}^3$

Câu 10. Căn bậc hai số học của 25 là

- A. $\sqrt{5}$ B. -5 C. 5 D. $-5; 5$

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Cho biết $CH = 6 \text{ cm}$ và $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Độ dài đường cao AH bằng

- A. 4 cm B. $4\sqrt{3} \text{ cm}$ C. $2\sqrt{3} \text{ cm}$ D. 2 cm

Câu 12. Trong các hệ phương trình sau, hệ phương trình nào là hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $\begin{cases} xy + 3x = 1 \\ y - 2x = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x^2 + 3y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x + 2y^2 = -1 \end{cases}$

Câu 13. Biết $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + y = 2 \end{cases}$. Giá trị của biểu thức $x_0^2 - y_0^2$ bằng

- A. 5 B. 8 C. 10 D. 7

Câu 14. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 3, BC = 6$. Số đo của \widehat{ACB} bằng

- A. 90° B. 45° C. 60° D. 30°

Câu 15. Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3 \\ mx - y = 3 \end{cases}$ (với m là tham số) có nghiệm $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $x_0 = 2y_0$ khi

- A. $m = 2$ B. $m = 3$ C. $m = 5$ D. $m = 4$

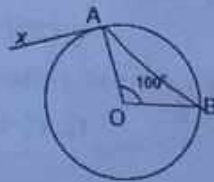
Câu 16. Hệ số góc của đường thẳng $y = \frac{3}{2} - x$ là

- A. $\frac{3}{2}$ B. -1 C. 2 D. -2

Câu 17. Kết quả của phép tính $\sqrt{3^2} + \sqrt{(-3)^2}$ bằng

- A. 18 B. ± 6 C. 6 D. 0

Câu 18. Trong hình vẽ dưới đây cho $\widehat{AOB} = 100^\circ$; Ax là tiếp tuyến của (O) tại A .



Số đo \widehat{xAB} bằng

A. 100° .

B. 50° .

C. 130° .

D. 120° .

Câu 19. Biểu thức $\sqrt{(3-2x)^2}$ bằng

A. $2x-3$ và $3-2x$.

B. $|2x-3|$.

C. $3-2x$.

D. $2x-3$.

Câu 20. Khi $x = -2$ biểu thức $M = \frac{\sqrt{7-x}}{\sqrt{x+3}}$ có giá trị bằng

A. $3^{\frac{1}{2}}$.

B. ± 3 .

C. $\frac{9}{2}$.

D. 9.

Câu 21. Đường thẳng nào dưới đây song song với đường thẳng $y = -2x + 1$?

A. $y = 2x + 1$.

B. $y = 1 - 2x$.

C. $y = 6 - 2(x+1)$.

D. $y = 2x - 1$.

Câu 22. Hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x+my=1 \end{cases}$ (với m là tham số) vô nghiệm khi

A. $m \neq 4$.

B. $m = 1$.

C. $m = 2$.

D. $m = 4$.

Câu 23. Biểu thức $\sqrt{3-x}$ có điều kiện xác định là

A. $x < 3$.

B. $x \geq 3$.

C. $x \neq 3$.

D. $x \leq 3$.

Câu 24. Cho hệ phương trình $\begin{cases} ax+3y=4 \\ x+by=-2 \end{cases}$ (với a, b là tham số). Với giá trị nào của a, b thì hệ phương trình

đã cho có nghiệm $(-1; 2)$?

A. $\begin{cases} a=2 \\ b=-\frac{1}{2} \end{cases}$.

B. $\begin{cases} a=2 \\ b=\frac{1}{2} \end{cases}$.

C. $\begin{cases} a=-2 \\ b=-\frac{1}{2} \end{cases}$.

D. $\begin{cases} a=2 \\ b=0 \end{cases}$.

Câu 25. Cho tam giác MNP vuông tại M , đường cao MK . Hệ thức nào sau đây sai?

A. $\frac{1}{MK^2} = \frac{1}{MN^2} + \frac{1}{MP^2}$.

B. $MN^2 = NP \cdot NK$.

C. $MK \cdot KP = MN \cdot MP$.

D. $MK^2 = NK \cdot KP$.

Câu 26. Hộp sữa có dạng hình trụ với đường kính đáy là 12 cm, chiều cao của hộp sữa là 18 cm. Thể tích của hộp sữa bằng

A. $648\pi \text{ cm}^3$.

B. $432\pi \text{ cm}^3$.

C. $216\pi \text{ cm}^3$.

D. $2592\pi \text{ cm}^3$.

Câu 27. Biết parabol $y = x^2$ cắt đường thẳng $y = -3x + 4$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Giá trị của biểu thức $T = 2x_1 + 3x_2$ bằng

A. 10.

B. 5.

C. -10 .

D. -5 .

Câu 28. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AC = 6 \text{ cm}$, $\tan B = \frac{3}{4}$. Độ dài cạnh BC bằng

A. 8 cm.

B. 10 cm .

C. 9 cm.

D. $6\sqrt{3} \text{ cm}$.

Câu 29. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx - y = 3 \\ 3x + my = 4 \end{cases}$ (với m là tham số). Số các giá trị nguyên của m để hệ phương

trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x > 0, y < 0$ là

- A. 3. B. 5. **C. 4.** D. 2.

Câu 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đồ thị hàm số $y = mx + 2$ (với $m \neq 0$ là tham số) cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại A, B . Có bao nhiêu giá trị của m để diện tích tam giác OAB bằng 3?

- A. 1.** B. 3. **C. 2.** D. 0.

Câu 31. Cho ba đường thẳng đôi một phân biệt $y = x + 2$ (d_1); $y = 2x + 1$ (d_2); $y = (m^2 + 1)x + m$ (d_3) (với m là tham số). Giá trị của m để ba đường thẳng nói trên cùng đi qua một điểm là

- A. $m = -2$. **B. $m \in \{-2; 1\}$.** C. $m = 3$. D. $m = 1$.

Câu 32. Hệ phương trình $\begin{cases} \frac{2}{x+2} + \sqrt{y-1} = 3 \\ \frac{1}{x+2} - 3\sqrt{y-1} = -2 \end{cases}$ có nghiệm $(x_0; y_0)$ thì $x_0 + y_0$ bằng

- A. 2. B. -1. **C. 1.** D. -2.

----- HẾT -----

Đề chính thức

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 06/6/2023

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1: (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 5x+3y=1 \\ x-3y=5 \end{cases}$$

$x=1; y=-\frac{4}{3}$

2. Cho biểu thức:
$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+4}} + \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x-4}} - \frac{4x+32}{x-16}; x \geq 0, x \neq 16.$$

$\frac{8}{\sqrt{x+4}}$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm giá trị lớn nhất của P.

Bài 2: (2,0 điểm)

1. Cho phương trình: $x^2 - (m+3)x + \frac{1}{4}m^2 + 1 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả giá trị của m để

phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn điều kiện $2(x_1 + x_2)^2 - 8x_1x_2 = 34$.

2. Trong hệ tọa độ Oxy, cho các đường thẳng $(d): y = ax + 4$ và $(d_1): y = -3x + 2$.

a) Biết đường thẳng (d) đi qua điểm $A(-1; 5)$. Tìm a.

$a = -9$

b) Tìm tọa độ giao điểm của (d_1) với trục hoành, trục tung. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d_1) .

Bài 3: (1,5 điểm) Trong kì thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT, cả hai trường A và B có tổng số 380 thí sinh dự thi. Sau khi có kết quả, số thí sinh trúng tuyển của cả hai trường là 191 thí sinh. Theo thống kê thì trường A có tỉ lệ trúng tuyển là 55% tổng số thí sinh dự thi của trường A, trường B có tỉ lệ trúng tuyển là 45% tổng số thí sinh dự thi của trường B. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu thí sinh dự thi?

200, 180

Bài 4: (3,5 điểm) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) có $AB < AC$, các đường cao BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H, đường thẳng EF cắt đường thẳng BC tại K.

1. Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp.

$\angle HBC = \angle HFC = \angle HEC$

2. Chứng minh hai tam giác KBF và KEC đồng dạng, từ đó suy ra $KB \cdot KC = KF \cdot KE$.

3) Đường thẳng AK cắt lại đường tròn (O) tại G khác A, chứng minh các điểm A, G, F, E, H cùng thuộc một đường tròn.

4. Gọi I là trung điểm cạnh BC, chứng minh HI vuông góc với AK.

Bài 5: (1,0 điểm) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=2024$. Tìm giá trị lớn nhất của

biểu thức
$$P = \frac{a}{a + \sqrt{2024a + bc}} + \frac{b}{b + \sqrt{2024b + ca}} + \frac{c}{c + \sqrt{2024c + ab}}$$

HẾT

Bài 1. (2,0 điểm)

CÁCH GIẢI:

$$1. \text{ Giải hệ phương trình } \begin{cases} 5x+3y=1 \\ x-3y=5 \end{cases}.$$

$$\begin{cases} 5x+3y=1 \\ x-3y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+3y=1 \\ x=5+3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5(5+3y)+3y=1 \\ x=5+3y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 25+15y+3y=1 \\ x=5+3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 18y=-24 \\ x=5+3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-\frac{4}{3} \\ x=5+3\left(-\frac{4}{3}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-\frac{4}{3} \\ x=1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(1; -\frac{4}{3}\right)$.

$$2. \text{ Cho biểu thức } P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+4}} + \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x-4}} - \frac{4x+32}{x-16}, x \geq 0, x \neq 16.$$

a) Rút gọn biểu thức P.

Với $x \geq 0, x \neq 16$ ta có:

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+4}} + \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x-4}} - \frac{4x+32}{x-16}$$

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+4}} + \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x-4}} - \frac{4x+32}{(\sqrt{x-4})(\sqrt{x+4})}$$

$$P = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x-4}) + 3\sqrt{x}(\sqrt{x+4}) - (4x+32)}{(\sqrt{x-4})(\sqrt{x+4})}$$

$$P = \frac{x-4\sqrt{x}+3x+12\sqrt{x}-4x-32}{(\sqrt{x-4})(\sqrt{x+4})}$$

$$P = \frac{8\sqrt{x}-32}{(\sqrt{x-4})(\sqrt{x+4})}$$

$$P = \frac{8(\sqrt{x}-4)}{(\sqrt{x-4})(\sqrt{x+4})}$$

$$P = \frac{8}{\sqrt{x+4}}$$

Vậy với $x \geq 0, x \neq 16$ thì $P = \frac{8}{\sqrt{x+4}}$.

b) Tìm giá trị lớn nhất của P.

Ta có: $\forall x \geq 0, x \neq 16$ thì $\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 4 \geq 4 \Rightarrow \frac{8}{\sqrt{x} + 4} \leq 2$.

Vậy giá trị lớn nhất của P bằng 2, đạt được tại $x = 0$.

Bài 3. (1,5 điểm)

Trong kì thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT, cả hai trường A và B có tổng số 380 thí sinh dự thi. Sau khi có kết quả, số thí sinh trúng tuyển của cả hai trường là 191 thí sinh. Theo thống kê thì trường A có tỉ lệ trúng tuyển là 55% tổng số thí sinh dự thi của trường A, trường B có tỉ lệ trúng tuyển là 45% tổng số thí sinh dự thi của trường B. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu thí sinh dự thi?

Cách giải:

Gọi số thí sinh dự thi của trường A và trường B lần lượt là x và y ($x, y \in \mathbb{N}^*, x, y < 380$)

Vì số thí sinh dự thi của hai trường là 380 thí sinh nên ta có: $x + y = 380$ (1)

Khi đó:

- Số thí sinh trúng tuyển của trường A là $0,55x$ (thí sinh)

- Số thí sinh trúng tuyển của trường B là $0,45y$ (thí sinh)

Vì số thí sinh trúng tuyển của hai trường là 191 thí sinh nên ta có: $0,55x + 0,45y = 191$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 0,55x + 0,45y = 191 \\ x + y = 380 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,55x + 0,45(380 - x) = 191 \\ y = 380 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,55x + 171 - 0,45x = 191 \\ y = 380 - x \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 0,1x = 20 \\ y = 380 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 180 \end{cases} (TM)$$

Vậy trường A có 200 thí sinh dự thi, trường B có 180 thí sinh dự thi.

Bài 2: (2,0 điểm)

Cách giải:

1. Cho phương trình: $x^2 - (m+3)x + \frac{1}{4}m^2 + 1 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả giá trị của m để phương trình

có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn điều kiện $2(x_1 + x_2)^2 - 8x_1x_2 = 34$.

Xét phương trình $x^2 - (m+3)x + \frac{1}{4}m^2 + 1 = 0$ có

$$\begin{aligned}\Delta &= [-(m+3)]^2 - 4\left(\frac{1}{4}m^2 + 1\right) \\ &= m^2 + 6m + 9 - m^2 - 4 \\ &= 6m + 5\end{aligned}$$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow 6m + 5 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{5}{6}$

$$\text{Áp dụng định lý Vi - ét ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = m + 3 \\ x_1x_2 = \frac{1}{4}m^2 + 1 \end{cases}$$

Khi đó $2(x_1 + x_2)^2 - 8x_1x_2 = 34$ trở thành

$$\begin{aligned}2(m+3)^2 - 8\left(\frac{1}{4}m^2 + 1\right) &= 34 \\ \Leftrightarrow 2(m^2 + 6m + 9) - 2m^2 - 8 &= 34 \\ \Leftrightarrow 12m + 10 &= 34 \\ \Leftrightarrow 12m &= 24 \\ \Leftrightarrow m &= 2 \text{ (tm)}\end{aligned}$$

Vậy $m = 2$.

2. Trong hệ tọa độ Oxy , cho các đường thẳng $(d): y = ax - 4$ và $(d_1): y = -3x + 2$.

a) Biết đường thẳng (d) đi qua điểm $A(-1;5)$. Tìm a .

Thay tọa độ điểm A vào phương trình đường thẳng d ta có:

$$5 = a \cdot (-1) - 4 \Leftrightarrow a = -9.$$

Vậy $a = -9$.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (d_1) với trục hoành, trục tung. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d_1) .

+) Tìm giao điểm của (d_1) với trục hoành:

$$\text{Cho } y=0 \Leftrightarrow 0 = -3x+2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}.$$

Vậy giao điểm của (d_1) với trục hoành là $B\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

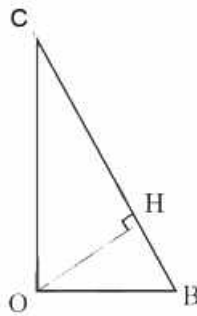
+) Tìm giao điểm của (d_1) với trục tung:

$$\text{Cho } x=0 \Leftrightarrow y = -3 \cdot 0 + 2 \Leftrightarrow y = 2.$$

Vậy giao điểm của (d_1) với trục tung là $C(0; 2)$.

Vậy giao của (d_1) với trục hoành, trục tung lần lượt là $B\left(\frac{2}{3}; 0\right); C(0; 2)$.

Vì B, C thuộc trục Ox và Oy nên OC vuông góc với OB \Rightarrow Tam giác OBC vuông tại O và $OB = \frac{2}{3}, OC = 2$.



Kẻ $OH \perp BC \Rightarrow$ Khoảng cách từ O đến BC bằng OH.

Xét tam giác OCB vuông tại O, đường cao OH ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} + \frac{1}{2^2} = \frac{5}{2} \quad (\text{hệ thức lượng trong tam giác vuông}).$$

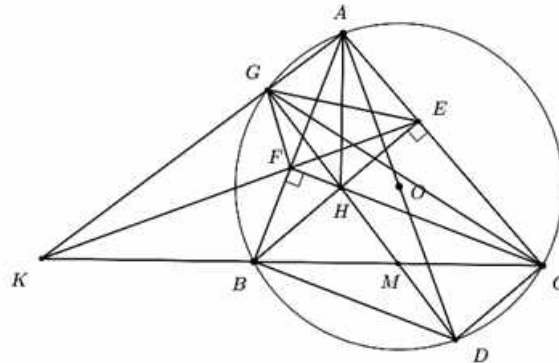
$$\Rightarrow OH = \sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

Vậy khoảng cách từ O đến BC là $OH = \frac{\sqrt{10}}{5}$.

Bài 4: (3,5 điểm)

Cách giải:

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) có $AB < AC$, các đường cao BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H , đường thẳng EF cắt đường thẳng BC tại K .



1. Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp.

Do BE, CF là đường cao của tam giác ABC nên $BE \perp AC, CF \perp AB \Rightarrow \angle BEC = \angle BFC = 90^\circ$

Xét tứ giác $BFEC$ có $\angle BEC = \angle BFC = 90^\circ$

Mà E, F là 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn BC dưới 2 góc bằng nhau nên suy ra $BFEC$ nội tiếp (dnhb) (đpcm)

2. Chứng minh hai tam giác KBF và KEC đồng dạng, từ đó suy ra $KB.KC = KF.KE$.

Do $BFEC$ nội tiếp (cmt) nên $\angle ACB = \angle AFE$ (cùng bù với $\angle BFE$)

Mà $\angle KFB = \angle AFE$ (đối đỉnh) nên $\angle KFB = \angle ABC = \angle KCE (= \angle AFE)$

Xét tam giác KBF và tam giác KEC có

$\angle KFB = \angle KCE$ (chứng minh trên)

$\angle EKC$ chung

$$\Rightarrow \Delta KFB \sim \Delta KCE (g.g) \Rightarrow \frac{KF}{KC} = \frac{KB}{KE} \text{ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ).}$$

$$\Rightarrow KB.KC = KF.KE \text{ (đpcm)}$$

3. Đường thẳng AK cắt lại đường tròn (O) tại G khác A, chứng minh các điểm A, G, F, E, H cùng thuộc một đường tròn.

Xét tứ giác AFHE có $\angle AFH = \angle AEH = 90^\circ$

$$\Rightarrow \angle AFF + \angle AEH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Mà 2 góc này ở vị trí đối diện nên tứ giác AFHE nội tiếp (1)

Xét tam giác KAB và tam giác KCG có

$\angle AKC$ chung

$\angle KAB = \angle KCG$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BG)

$$\Rightarrow \Delta KAB \sim \Delta KCG (g.g) \Rightarrow \frac{KA}{KC} = \frac{KB}{KG} \Rightarrow KG.KA = KB.KC.$$

$$\text{Mà } KB.KC = KF.KE \text{ (cmt)} \Rightarrow KG.KA = KE.KF \Leftrightarrow \frac{KG}{KE} = \frac{KF}{KA}$$

Xét tam giác KGF và tam giác KEA có $\angle AKE$ chung và $\frac{KG}{KE} = \frac{KF}{KA}$ (cmt)

$$\Rightarrow \Delta KGF \sim \Delta KEA (c.g.c) \Rightarrow \angle KGF = \angle KEA \text{ (hai góc tương ứng).}$$

$$\text{Mà } \angle KGF + \angle FGA = 180^\circ \text{ (2 góc kề bù)} \Rightarrow \angle FGA + \angle KEA = 180^\circ.$$

Mà 2 góc này ở vị trí đối diện nên tứ giác AGFE nội tiếp (2)

Từ (1) và (2) suy ra A, G, F, E, H cùng thuộc một đường tròn (đpcm).

4. Gọi I là trung điểm cạnh BC, chứng minh HI vuông góc với AK.

Do A, G, F, E, H cùng thuộc một đường tròn (cmt)

$$\Rightarrow \angle AGH = \angle AFH = 90^\circ \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AH).}$$

$$\Rightarrow HG \perp AG$$

Kẻ đường kính AD của (O) khi đó $\angle AGD = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow DG \perp AG$

$$\Rightarrow G, H, D \text{ thẳng hàng. (3)}$$

Ta có $\angle ABD = 90^\circ$ và $\angle ACD = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow DC \perp AC, DB \perp AB$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} DB \perp AB \\ CH \perp AB (gt) \end{cases} \Rightarrow CH \parallel BD \text{ (từ vuông góc đến song song).}$$

Tương tự BH, CD cùng vuông góc với AC nên $BH \parallel CD$ (từ vuông góc đến song song).

$$\Rightarrow CHBD \text{ là hình bình hành (dnhb).}$$

Mà I là trung điểm của BC nên I là trung điểm của HD (tính chất hình bình hành)

$$\text{Suy ra H, I, D thẳng hàng (4)}$$

Từ (3) và (4) suy ra G, H, I, D thẳng hàng

$$\text{Mà } DG \perp AG \text{ (cmt)} \Rightarrow DG \perp AK \Rightarrow HI \perp AK \text{ (đpcm).}$$

Còn tiếp...

Bài 1 (2,0 điểm).

Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

1) $x^2 + x - 6 = 0$

2) $x - 3\sqrt{x} = 4.$

3) $\begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$

Cách giải:

1) $x^2 + x - 6 = 0$

Ta có: $\Delta = 1^2 - 4.1.(-6) = 25 > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-1 + \sqrt{25}}{2.1} = 2 \\ x_2 = \frac{-1 - \sqrt{25}}{2.1} = -3 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{2; -3\}$.

2) $x - 3\sqrt{x} = 4.$

ĐKXD: $x \geq 0$

Đặt $t = \sqrt{x} \geq 0$, phương trình trở thành $t^2 - 3t = 4 \Leftrightarrow t^2 - 3t - 4 = 0.$

Ta có $a - b + c = 1 - (-3) + (-4) = 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} t_1 = -1 \text{ (ktm)} \\ t_2 = \frac{-c}{a} = 4 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Với $t = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = 4 \Leftrightarrow x = 16 \text{ (tm)}.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{16\}$.

3) $\begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$

Ta có:

$$\begin{aligned} \begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ 2(y - 1) + 3y = 8 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ 2y - 2 + 3y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ 5y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (1;2).

Bài 3 (1,5 điểm).

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + m = 0$ (m là tham số).

Cách giải:

1) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì

$$\Delta' > 0$$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 - (m^2 + m) > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 - m^2 - m > 0$$

$$\Leftrightarrow m + 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow m > -1$$

Vậy $m > -1$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

2) Tìm hệ thức liên hệ giữa x_1 và x_2 mà không phụ thuộc vào tham số m .

Với $m > -1$, áp dụng hệ thức Vi-ét ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1 x_2 = m^2 + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{x_1 + x_2 - 2}{2} \quad (1) \\ x_1 x_2 = m^2 + m \quad (2) \end{cases}$$

Thay (1) vào (2) ta có:

$$x_1 x_2 = \left(\frac{x_1 + x_2 - 2}{2} \right)^2 + \frac{x_1 + x_2 - 2}{2}$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 = \frac{(x_1 + x_2 - 2)^2}{4} + \frac{x_1 + x_2 - 2}{2}$$

$$\Leftrightarrow 4x_1 x_2 = (x_1 + x_2 - 2)^2 + 2(x_1 + x_2 - 2)$$

Vậy hệ thức liên hệ giữa x_1 và x_2 mà không phụ thuộc vào tham số m là

$$4x_1 x_2 = (x_1 + x_2 - 2)^2 + 2(x_1 + x_2 - 2).$$

Bài 4. (1,5 điểm)

Bác Tư đến siêu thị mua một cái quạt máy và một ấm đun siêu tốc với tổng số tiền theo giá niêm yết là 630000 đồng. Tuy nhiên, trong tuần lễ tri ân khách hàng nên siêu thị đã giảm giá quạt máy 15% và giảm giá ấm đun siêu tốc 12% so với giá niêm yết của từng sản phẩm. Nên Bác Tư chỉ phải trả 543000 đồng khi mua 2 sản phẩm trên. Hỏi giá niêm yết (khi chưa giảm giá) của một cái quạt máy và một ấm đun siêu tốc là bao nhiêu?

Cách giải:

Gọi giá niêm yết của 1 cái quạt máy và 1 ấm đun siêu tốc lần lượt là x, y (đồng, $x, y > 0$)

Vì tổng số tiền mua 2 sản phẩm theo giá niêm yết là 630000 đồng nên ta có:

$$x + y = 630000 \quad (1)$$

Tuy nhiên, siêu thị đã giảm giá quạt máy 15% và giảm giá ấm đun siêu tốc 12% so với giá niêm yết của từng sản phẩm.

Do đó:

Số tiền Bác Tư phải trả cho 1 cái quạt máy là: $x.(100\% - 15\%) = 0,85x$ (đồng)

Số tiền Bác Tư phải trả cho 1 ầm siêu tốc là: $y.(100\% - 12\%) = 0,88y$ (đồng)

Do bác Tư phải trả 543000 đồng khi mua 2 sản phẩm nên ta có:

$$0,85x + 0,88y = 543000 \quad (2)$$

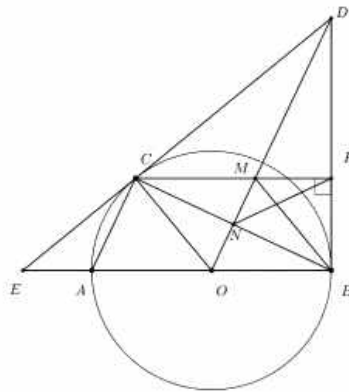
Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 630000 \\ 0,85x + 0,88y = 543000 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0,85x + 0,85y = 535500 \\ 0,85x + 0,88y = 543000 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 630000 - y \\ 0,03y = 7500 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 630000 - y \\ y = 250000 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 380000 \\ y = 250000 \end{cases} \text{ (TM)}$$

Vậy giá niêm yết của 1 cái quạt máy là 380000 đồng, giá niêm yết của 1 ầm siêu tốc là 250000 đồng.

Bài 5 (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính AB và một điểm C tùy ý trên (O) , (C khác A, B và $CA < CB$). Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại D . Dựng CH vuông góc với BD tại H (H nằm trên BD). Đường thẳng DO cắt CH và CB lần lượt tại M và N .



1) Chứng minh: Tứ giác CNHD nội tiếp được trong đường tròn.

Do DC, DB là 2 tiếp tuyến của (O) cắt nhau tại D nên $DC = DB$ (tính chất)

Mà $OC = OB$ (bằng bán kính)

$\Rightarrow OD$ là trung trực của BC (tính chất)

$\Rightarrow OC \perp BC$ tại $N \Rightarrow \angle DNC = 90^\circ$

Xét tứ giác DCNH có $\angle DHC = 90^\circ$ ($CH \perp BD(gt)$) và $\angle DNC = 90^\circ$ (cmt)

Mà H, N là 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn DC dưới 2 góc bằng nhau

$\Rightarrow N, F, D, C$ cùng thuộc một đường tròn (dnhb)

Hay tứ giác CNHD nội tiếp được trong đường tròn (đpcm)

2) Chứng minh: $CM = CO$.

Xét tam giác DBC có DN và CH là đường cao cắt nhau tại M nên M là trực tâm của tam giác DBC

$\Rightarrow CM \perp DC$

Mà $CO \perp DC$ (tiếp tuyến) $\Rightarrow BM \parallel CO$

Lại có $CH \perp BD(gt)$, $OB \perp BD$ (tiếp tuyến) $\Rightarrow CM \parallel OB$

$\Rightarrow OBMC$ là hình bình hành (dnhb)

$\Rightarrow CM = OB$ (tính chất)

Mà $OB = OC$ (cùng bằng bán kính) nên $OC = CM$ (đpcm)

3) Các đường thẳng AB và CD cắt nhau tại E. Chứng minh: $EA.EB = EC^2$.

Xét $\triangle EAC$ và $\triangle ECB$ có:

$\angle CEA$ chung

$\angle ECA = \angle ABC$ (tính chất góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn một cung)

$\Rightarrow \triangle EAC \sim \triangle ECB (g.g) \Rightarrow \frac{EC}{EB} = \frac{EA}{EC} \Leftrightarrow EC^2 = EA.EB$ (đpcm)

4) Khi quay tam giác DNB một vòng quanh cạnh DN ta được một hình nón. Biết $OB = 6\text{ cm}$, $BD = 8\text{ cm}$.

Tính thể tích của hình nón tạo thành.

Do $\triangle OBD$ vuông tại B, đường cao BN nên ta có

$OD^2 = BD^2 + OB^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow OD = 10$ (định lý Pytago)

$BD^2 = DN.OB \Rightarrow DN = \frac{BD^2}{OB} = \frac{8^2}{10} = 6,4$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$\Rightarrow NB^2 = BD^2 - DN^2 = 8^2 - 6,4^2 = 23,04 \Rightarrow BN = 4,8$ (định lý Pytago)

Khi quay tam giác DNB một vòng quanh cạnh DN ta được một hình nón có chiều cao là $DN = 6,4$ và đáy là đường tròn có bán kính là $BN = 4,8$

Suy ra thể tích của hình nón bằng $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot BN^2 \cdot DN = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4,8^2 \cdot 6,4 \approx 154,4156\text{ cm}^3$

Vậy thể tích hình nón khoảng $154,4156\text{ cm}^3$.

Câu 2

Câu 2.

1)

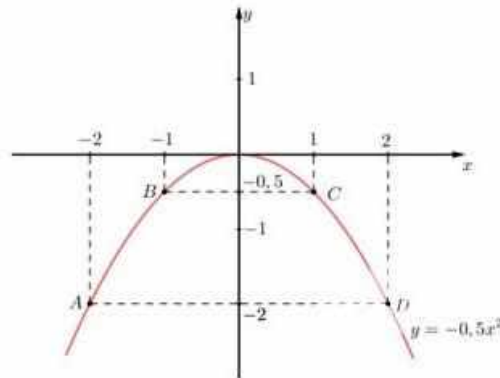
Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = -0,5x^2$	-2	-0,5	0	-0,5	-2

\Rightarrow Đồ thị hàm số là đường cong parabol đi qua các điểm $O(0;0); A(-2;-2); B(-1;-0,5); C(1;-0,5); D(2;-2)$

Hệ số $a = -0,5 < 0$ nên parabol có bề cong hướng xuống. Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.

Ta vẽ được đồ thị hàm số $y = -0,5x^2$ như sau:



2)

Vì (d_1) vuông góc với (d) nên phương trình đường thẳng (d_1) có hệ số góc $a \cdot \frac{-1}{2} = -1 \Leftrightarrow a = 2$

Khi đó (d_1) có dạng $y = 2x + b$

Để (d_1) tiếp xúc (P) thì phương trình hoành độ giao điểm có nghiệm duy nhất, tức là:

$$-0,5x^2 = 2x + b \Leftrightarrow 0,5x^2 + 2x + b = 0 \text{ có nghiệm duy nhất.}$$

$$\text{hay } \Delta' = 1 - 0,5b = 1 - 0,5b = 0 \Leftrightarrow 0,5b = 1 \Leftrightarrow b = 2$$

Với $b = 2$ thì $(d_1): y = 2x + 2$

Vậy phương trình đường thẳng (d_1) là $y = 2x + 2$.

CH1 - 090724

ĐỨC VÀ ĐẠO TẠO

CHÍNH THỨC

**KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2023 - 2024**

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 02/6/2023

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề

Bài 1 (2,0 điểm)

Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

1) $x^2 + x - 6 = 0$

2) $x - 3\sqrt{x} = 4$

3) $\begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$

Bài 2 (1,5 điểm)

Cho Parabol (P): $y = -0,5x^2$ và đường thẳng (d): $y = -0,5x + 2$

1) Vẽ đồ thị của hàm số $y = -0,5x^2$.

2) Viết phương trình đường thẳng (d₁) biết (d₁) vuông góc với (d) và (d₁) tiếp xúc (P).

Bài 3 (1,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + m = 0$. (m là tham số).

1) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

2) Tìm hệ thức liên hệ giữa x_1 và x_2 mà không phụ thuộc vào tham số m .

Bài 4 (1,5 điểm)

Bác Tư đến siêu thị mua một cái quạt máy và một âm đun siêu tốc với tổng số tiền theo giá niêm yết là 630000 đồng. Tuy nhiên, trong tuần lễ tri ân khách hàng nên siêu thị đã giảm giá quạt máy 15% và giảm giá âm đun siêu tốc 12% so với giá niêm yết của từng sản phẩm. Nên Bác Tư chỉ phải trả 543000 đồng khi mua hai sản phẩm trên. Hỏi giá niêm yết (khi chưa giảm giá) của một cái quạt máy và một âm đun siêu tốc là bao nhiêu?

Bài 5 (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính AB và một điểm C tùy ý trên (O) (C khác A, B và $CA < CB$). Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại D. Đựng CH vuông góc với BD tại H (H nằm trên BD). Đường thẳng DO cắt CH và CB lần lượt tại M và N.

1) Chứng minh: tứ giác CNHD nội tiếp được trong đường tròn.

2) Chứng minh: $CM = CO$.

3) Các đường thẳng AB và CD cắt nhau tại E. Chứng minh: $EA \cdot EB = EC^2$.

4) Khi quay tam giác DNB một vòng quanh cạnh DN ta được một hình nón. Biết $OB = 6$ cm, $BD = 8$ cm. Tính thể tích của hình nón tạo thành.

HẾT

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Chữ ký của giám thị 1:

Chữ ký của giám thị 2:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH THUẬN

KỶ THI TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT CÔNG LẬP
NĂM HỌC 2023 - 2024

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề này có 02 trang)

Môn thi: Toán (Lớp 10 chung)

Ngày thi: 06/06/2023

Thời gian: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

ĐỀ:

Bài 1 (2,0 điểm). Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 + 2x - 3 = 0$.
(1; -3)

b) $\begin{cases} -x + 3y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$

Bài 2 (1,5 điểm). Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = (\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{48})\sqrt{3}$.

b) $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{3\sqrt{x}}$, với $x > 0$ và $x \neq 1$.
 $\frac{3x}{x-1}$

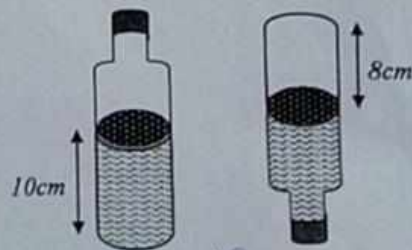
Bài 3 (1,5 điểm). Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P).

a) Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Tìm giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng (d): $y = 2mx - m^2 + 1$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 2024 < x_2$.

Bài 4 (1,0 điểm). Một công ty dự định thuê một số xe lớn cùng loại để chở vừa hết 210 người đi du lịch Mũi Né. Nhưng thực tế, công ty lại thuê toàn bộ xe nhỏ hơn cùng loại. Biết rằng số xe nhỏ phải thuê nhiều hơn số xe lớn là 2 chiếc thì mới chở vừa hết số người trên và mỗi xe nhỏ chở ít hơn mỗi xe lớn là 12 người. Tính số xe nhỏ đã thuê.
 $x-12$

Bài 5 (0,5 điểm). Một cái chai có chứa một lượng nước, phần chứa nước là hình trụ có chiều cao 10cm, khi lật ngược chai lại thì phần không chứa nước cũng là một hình trụ có chiều cao 8cm (như hình vẽ bên). Biết thể tích của chai là $450\pi \text{ cm}^3$. Tính bán kính của đáy chai (giả sử độ dày của thành chai và đáy chai không đáng kể).



$S_{x_1} = 2\pi r h$
 $V = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h =$
18

Bài 6 (3,0 điểm). Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Từ A , vẽ hai tiếp tuyến AB, AC (B, C là hai tiếp điểm).

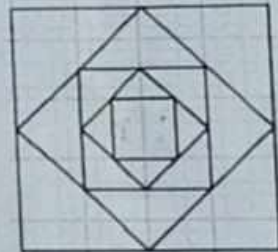
a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp.

b) Vẽ đường kính CE , nối AE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F .

Chứng minh $AB^2 = AE \cdot AF$.

c) Cho OA cắt BC tại H , BF cắt OA tại I . Chứng minh I là trung điểm của AH .

Bài 7 (0,5 điểm). Từ hình vuông đầu tiên, bạn Hùng vẽ hình vuông thứ hai có các đỉnh là trung điểm của các cạnh hình vuông thứ nhất, vẽ tiếp hình vuông thứ ba có các đỉnh là trung điểm của các cạnh hình vuông thứ hai và cứ tiếp tục như vậy (xem hình minh họa bên). Giả sử hình vuông thứ bảy có diện tích bằng $32 \text{ (cm}^2\text{)}$. Tính diện tích hình vuông thứ năm.



-----HẾT-----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Bài 1

a) $x^2 + 2x - 3 = 0$.

Vì $a+b+c=1+2-3=0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt là $x_1=1$ và $x_2=\frac{c}{a}=-3$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{1; -3\}$.

b)
$$\begin{cases} -x+3y=5 \\ x+y=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x+3y=5 \\ x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3-y \\ 4y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x, y) = (1; 2)$.

Bài

2

a) $A = (\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{48})\sqrt{3}$.

$$A = (\sqrt{3^2 \cdot 3} - \sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{4^2 \cdot 3})\sqrt{3}$$

$$A = (3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3})\sqrt{3}$$

$$A = 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$$

$$A = 15.$$

Vậy $A = 15$.

b) $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{3\sqrt{x}}$, với $x > 0$ và $x \neq 1$.

Với $x > 0$ và $x \neq 1$ ta có:

$$B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{3\sqrt{x}}$$

$$B = \left(\frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{3\sqrt{x}}$$

$$B = \frac{x-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} : \frac{\sqrt{x}+1}{3\sqrt{x}}$$

$$B = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} : \frac{\sqrt{x}+1}{3\sqrt{x}}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x}+1}{3\sqrt{x}} = 3$$

Vậy với $x > 0$ và $x \neq 1$ thì $B = 3$.

Bài 3.

a)

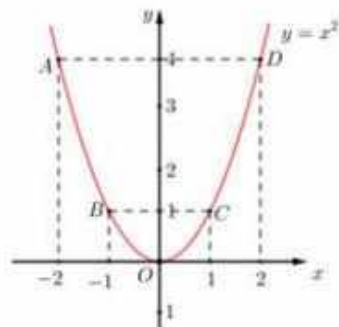
Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

\Rightarrow Đồ thị hàm số là đường cong parabol đi qua các điểm $O(0;0); A(-2;4); B(-1;1); C(1;1); D(2;4)$

Hệ số $a = 1 > 0$ nên parabol có bề cong hướng lên. Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.

Ta vẽ được đồ thị hàm số $y = x^2$ như sau:



b)

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) ta được:

$$x^2 = 2mx - m^2 + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0 \quad (1)$$

Ta có: $\Delta' = m^2 - (m^2 - 1) = 1 > 0 \quad \forall m$

Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

Khi đó theo hệ thức Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$$

Từ giả thiết: $x_1 < 2024 < x_2 \Rightarrow \begin{cases} x_1 - 2024 < 0 \\ x_2 - 2024 > 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow (x_1 - 2024)(x_2 - 2024) < 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 - 2024(x_1 + x_2) + 4096576 < 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 1 - 2024 \cdot 2m + 4096576 < 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4048m + 4096575 < 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2025m - 2023m + 4096575 < 0$$

$$\Leftrightarrow m(m - 2025) - 2023(m - 2025) < 0$$

$$\Leftrightarrow (m - 2025)(m - 2023) < 0$$

$$\text{TH1: } \begin{cases} m - 2025 > 0 \\ m - 2023 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2025 \\ m < 2023 \end{cases} \text{ (vô lý).}$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} m - 2025 < 0 \\ m - 2023 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2025 \\ m > 2023 \end{cases} \Leftrightarrow 2023 < m < 2025.$$

Mà m là số nguyên nên $m = 2024$.

Vậy $m = 2024$.

Bài 4.

Gọi x là số xe nhỏ đã thuê ($x > 2, x \in \mathbb{N}$).

Khi đó số xe lớn phải thuê là $x - 2$ (xe)

Số người trên một xe nhỏ là: $\frac{210}{x}$ (người).

Số người trên một xe lớn là: $\frac{210}{x-2}$ (người)

Vì mỗi xe nhỏ chở ít hơn mỗi xe lớn là 12 người nên ta có phương trình:

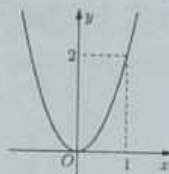
$$\begin{aligned} \frac{210}{x-2} - \frac{210}{x} &= 12 \\ \Leftrightarrow \frac{210x}{x(x-2)} - \frac{210(x-2)}{x(x-2)} &= 12 \\ \Leftrightarrow \frac{210x - 210(x-2)}{x(x-2)} &= 12 \\ \Leftrightarrow \frac{210x - 210x + 420}{x(x-2)} &= 12 \\ \Leftrightarrow \frac{420}{x(x-2)} &= 12 \\ \Leftrightarrow 35 &= x(x-2) \\ \Leftrightarrow x^2 - 2x - 35 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 - 7x + 5x - 35 &= 0 \\ \Leftrightarrow x(x-7) + 5(x-7) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-7)(x+5) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 & (tm) \\ x = -5 & (ktm) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy số xe nhỏ đã thuê là 7 xe.

Đề thi gồm hai phần: Trắc nghiệm và Tự luận.

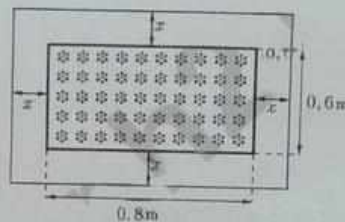
A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (4,0 điểm; gồm 20 câu, từ câu 1 đến câu 20).

Câu 1. Hàm số nào sau đây có đồ thị là hình vẽ bên dưới?



- A. $y = -x + 3$. B. $y = -2x^2$. C. $y = x + 1$. D. $y = 2x^2$.

Câu 2. Bạn Phương đặt một bức tranh hình chữ nhật có chiều rộng 0,6m và chiều dài 0,8m lên một khung hình sao cho phần còn lại của khung hình quanh bức tranh có độ rộng bằng nhau và bằng x (m) (minh họa như hình bên dưới). Biết chu vi của khung hình là 3,6 m.



Giá trị của x bằng

- A. 0,2. B. 0,15. C. 0,15. D. 0,1.

Câu 3. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị của hàm số $y = -7x^2$?

- A. (7;1). B. (-7;-1). C. (1;-7). D. (1;7).

Câu 4. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ là

- A. (-1;-2). B. (2;1). C. (1;2). D. (-2;-1).

Câu 5. Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = 5x^2$. B. $y = -5x^2$. C. $y = 5x - 6$. D. $y = -5x - 6$.

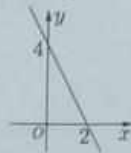
Câu 6. Cho hai số x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 17$ và $x_1 x_2 = 72$. Khi đó, x_1 và x_2 là các nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A. $x^2 - 17x + 72 = 0$. B. $x^2 + 17x + 72 = 0$.
C. $x^2 + 17x - 72 = 0$. D. $x^2 - 17x - 72 = 0$.

Câu 7. Tập nghiệm của phương trình $x^2 - 24x - 25 = 0$ là

- A. $\{-1; 25\}$. B. $\{-25; 1\}$. C. $\{25\}$. D. $\{-1\}$.

Câu 8. Cho hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) có đồ thị là đường thẳng như hình vẽ bên dưới.



Giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành có tọa độ là

- A. (2; 0). B. (0; 2). C. (4; 0). D. (0; 4).

Câu 9. Cho hàm số $y = x + b$ có đồ thị đi qua điểm $A(3; -4)$. Giá trị của b bằng

- A. -1. B. 1. C. -7. D. 7.

Câu 10. Cho đường tròn (O) bán kính $R = 9$ cm và đường thẳng d cắt (O) tại hai điểm phân biệt A, B . Biết khoảng cách từ O đến đường thẳng d bằng 8 cm (minh họa như hình bên dưới).



Độ dài của dây AB bằng

- A. 17 cm. B. $2\sqrt{17}$ cm. C. $\sqrt{17}$ cm. D. 34 cm.

Câu 11. Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy $r = 6$ cm và chiều cao $h = 8$ cm (minh họa như hình bên dưới).



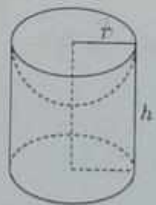
Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 96π cm². B. 60π cm². C. 120π cm². D. 48π cm².

Câu 12. Cho đường tròn (O) bán kính $R = 12$ cm và đường thẳng d tiếp xúc với (O) tại điểm M . Độ dài đoạn thẳng OM bằng

- A. 6 cm. B. 3 cm. C. 24 cm. D. 12 cm.

Câu 13. Bác Sáu có một khối gỗ dạng hình trụ với bán kính đường tròn đáy $r = 3$ cm và chiều cao $h = 8$ cm. Bác Sáu khoét khối gỗ đó một nửa hình cầu có bán kính bằng bán kính đáy của khối gỗ (minh họa như hình bên dưới).



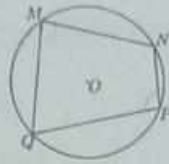
Thể tích của phần khối gỗ còn lại là

- A. 72π cm³. B. 36π cm³. C. 54π cm³. D. 108π cm³.

Câu 14. Đường thẳng nào sau đây song song với đường thẳng $y = 6x + 7$?

- A. $y = 6x - 7$. B. $y = 6x + 7$. C. $y = 7x + 6$. D. $y = 7x - 6$.

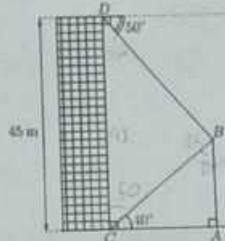
Câu 15. Cho tứ giác $MNPQ$ nội tiếp đường tròn (O) (minh họa như hình bên dưới).



Số đo của $\widehat{M} + \widehat{P}$ bằng

- A. 360° . B. 180° . C. 90° . D. 270° .

Câu 16. Từ chân C của một tòa nhà cao 45 m nhìn lên một góc 40° thấy ngọn B của một cây AB và từ đỉnh D của tòa nhà này nhìn xuống một góc 50° cũng thấy ngọn B của cây đó (minh họa như hình bên dưới).



Chiều cao của cây AB (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) là

- A. 20,4 m. B. 22,2 m. C. 26,4 m. D. 18,6 m.

Câu 17. Hai bạn Phúc và Hồng đến một nhà sách để mua bút và vở. Bạn Phúc mua x cây bút loại I và y cây bút loại II với tổng số tiền là 96 000 đồng. Bạn Hồng mua x quyển vở loại I và y quyển vở loại II với tổng số tiền là 124 000 đồng. Giá bán của một cây bút và một quyển vở được cho bởi bảng sau:

Loại	I	II
Bút	8 000 đồng	9 000 đồng
Vở	12 000 đồng	11 000 đồng

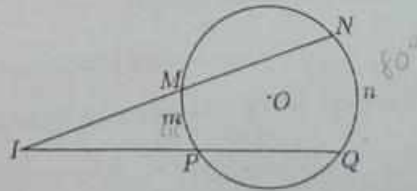
Giá trị của x, y là

- A. $x = 3, y = 8$. B. $x = 4, y = 7$. C. $x = 5, y = 6$. D. $x = 2, y = 9$.

Câu 18. Điều kiện của x để biểu thức $\sqrt{x+8}$ có nghĩa là

- A. $x \leq 8$. B. $x \geq -8$. C. $x \geq 8$. D. $x \leq -8$.

Câu 19. Cho đường tròn (O) có hai dây MN và PQ . Hai đường thẳng MN và PQ cắt nhau tại điểm I (minh họa như hình bên dưới). Biết $\widehat{MmP} = 40^\circ$, $\widehat{NnQ} = 80^\circ$.



Số đo của \widehat{NIQ} bằng

- A. 10° . B. 60° . C. 40° . D. 20° .

Câu 20. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 + 8x - 9 = 0$. Giá trị của $x_1 + x_2$ bằng

- A. 9. B. -9. C. -8. D. 8.

B. PHẦN TỰ LUẬN (6,0 điểm; gồm 4 câu, từ câu 1 đến câu 4)

Câu 1. (1,0 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $3x^2 + 5x - 12 = 0$.

b)
$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$$

Câu 2. (1,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $Q = \frac{\sqrt{6} - 2\sqrt{18}}{\sqrt{6}} - (\sqrt{3} - 1)^2$.

b) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{3}{2}x^2$.

Câu 3. (1,5 điểm)

a) Một phòng giáo dục và đào tạo phát động phong trào "Học sinh quyên góp sách giáo khoa lớp 9" nhằm giúp học sinh lớp 9 có hoàn cảnh khó khăn. Hướng ứng phong trào trên, tổng số học sinh tham gia của Trường Trung học cơ sở A và Trường Trung học cơ sở B là 322. Mỗi học sinh của Trường Trung học cơ sở A quyên góp 6 quyển sách, mỗi học sinh của Trường Trung học cơ sở B quyên góp 5 quyển sách. Tổng số sách quyên góp của Trường Trung học cơ sở A nhiều hơn tổng số sách quyên góp của Trường Trung học cơ sở B là 172 quyển. Hỏi mỗi trường đã quyên góp được bao nhiêu quyển sách giáo khoa?

b) Tìm tất cả giá trị của tham số m sao cho phương trình $x^2 - (2m + 1)x + m^2 + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 = 13$.

Câu 4. (2,5 điểm) Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn tâm O . Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại K . Từ O kẻ OD vuông góc với BC tại D , tia OD cắt đường tròn (O) tại E .

a) Chứng minh tứ giác $KDOA$ nội tiếp.

b) Đường thẳng AE cắt BC tại N . Chứng minh tam giác KNA cân và $KN^2 = KB \cdot KC$.

c) Kẻ tiếp tuyến KM của đường tròn (O) (M là tiếp điểm). Chứng minh tia MN và tia ED cắt nhau tại một điểm thuộc đường tròn (O) .

----- HẾT -----

Ghi chú: Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Chữ ký cán bộ coi thi 1:.....Chữ ký cán bộ coi thi 2:.....

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM

1.D	2.D	3.C	4.B	5.C	6.A	7.A	8.A	9.C	10.B
11.B	12.D	13.C	14.A	15.B	16.D	17.A	18.B	19.D	20.C

B. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. (1,0 điểm)

Cách giải

Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $3x^2 + 5x - 12 = 0$.

Phương trình $3x^2 + 5x - 12 = 0$ có $\Delta = 5^2 - 4.3.(-12) = 25 - (-144) = 169 > 0$.

Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-5 - \sqrt{169}}{2.3} = -3 \\ x_2 = \frac{-5 + \sqrt{169}}{2.3} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \left\{ -3; \frac{4}{3} \right\}$.

b) $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 7 \\ x = 6 - 2y \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(6 - 2y) - y = 7 \\ x = 6 - 2y \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 12 - 4y - y = 7 \\ x = 6 - 2y \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -5y = -5 \\ x = 6 - 2y \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 6 - 2y \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 4 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (4; 1)$.

Câu 2. (1,0 điểm)

Cách giải

a) Rút gọn biểu thức $Q = \frac{\sqrt{6} - 2\sqrt{18}}{\sqrt{6}} - (\sqrt{3} - 1)^2$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\sqrt{6} - 2\sqrt{18}}{\sqrt{6}} - (\sqrt{3} - 1)^2 \\ &= \frac{\sqrt{6} - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6}} - (3 - 2\sqrt{3} + 1) \\ &= \frac{\sqrt{6}(1 - 2\sqrt{3})}{\sqrt{6}} - (4 - 2\sqrt{3}) \\ &= 1 - 2\sqrt{3} - 4 + 2\sqrt{3} \\ &= -3 \end{aligned}$$

Vậy $Q = -3$.

b) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{3}{2}x^2$.

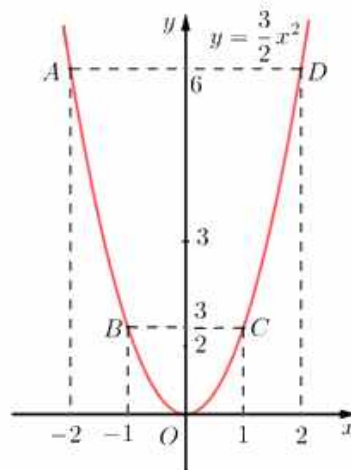
Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{3}{2}x^2$	6	$\frac{3}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	6

\Rightarrow Đồ thị hàm số là đường cong parabol đi qua các điểm $O(0;0)$; $A(-2;6)$; $B(-1;\frac{3}{2})$; $C(1;\frac{3}{2})$; $D(2;6)$

Hệ số $a = \frac{3}{2} > 0$ nên parabol có bề cong hướng xuống. Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.

Ta vẽ được đồ thị hàm số $y = \frac{3}{2}x^2$ như sau:



Câu 3. (1,0 điểm)

Cách giải:

a) Một phòng giáo dục và đào tạo phát động phong trào “Học sinh quyên góp sách giáo khoa lớp 9” nhằm giúp học sinh lớp 9 có hoàn cảnh khó khăn. Hưởng ứng phong trào trên, tổng số học sinh tham gia của Trường Trung học cơ sở A và Trường Trung học cơ sở B là 322. Mỗi học sinh của Trường Trung học cơ sở A quyên góp 6 quyển sách, mỗi học sinh của Trường Trung học cơ sở B quyên góp 5 quyển sách. Tổng số sách quyên góp của Trường Trung học cơ sở A nhiều hơn tổng số sách quyên góp của Trường Trung học cơ sở B là 172 quyển. Hỏi mỗi trường đã quyên góp được bao nhiêu quyển sách giáo khoa?

Gọi số học sinh của trường A là x (học sinh) (ĐK: $x \in \mathbb{N}^*$, $x < 322$).

Suy ra số học sinh của trường B là $322 - x$ (học sinh)

Mỗi học sinh trường A quyên góp 6 quyển sách \Rightarrow Trường A quyên góp được $6x$ (quyển sách).

Mỗi học sinh trường B quyên góp 5 quyển sách \Rightarrow Trường B quyên góp được $5(322 - x)$ (quyển sách)

Vì Tổng số sách quyên góp của Trường Trung học cơ sở A nhiều hơn tổng số sách quyên góp của Trường Trung học cơ sở B là 172 quyển nên ta có phương trình

$$6x - 5(322 - x) = 172$$

$$\Leftrightarrow 6x - 1610 + 5x = 172$$

$$\Leftrightarrow 11x = 172 + 1610$$

$$\Leftrightarrow 11x = 1782$$

$$\Leftrightarrow x = 162 \text{ (m)}$$

Suy ra:

Trường A đã quyên góp được $6.162 = 972$ (quyển sách).

Trường B đã quyên góp được $972 - 172 = 800$ (quyển sách).

Vậy trường A đã quyên góp được 972 quyển sách và trường B đã quyên góp được 800 quyển sách.

b) Tìm tất cả giá trị của tham số m sao cho phương trình $x^2 - (2m+1)x + m^2 + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 = 13$.

Phương trình $x^2 - (2m+1)x + m^2 + 1 = 0$ có

$$\begin{aligned} \Delta &= [-(2m+1)]^2 - 4.1.(m^2 + 1) \\ &= 4m^2 + 4m + 1 - 4m^2 - 4 \\ &= 4m - 3 \end{aligned}$$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow 4m - 3 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{3}{4}$.

Áp dụng định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 1 \\ x_1 x_2 = m^2 + 1 \end{cases}$, khi đó ta có:

$$\begin{aligned} (x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 &= 13 \\ \Leftrightarrow x_1^2 + 2x_1 + 1 + x_2^2 + 2x_2 + 1 &= 13 \\ \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1 + x_2) - 11 &= 0 \\ \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) - 11 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) - 11 &= 0 \quad (1) \end{aligned}$$

Thay $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 1 \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 + 1 \end{cases}$ vào (1) ta có:

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow (2m+1)^2 - 2(m^2+1) + 2(2m+1) - 11 = 0 \\ &\Leftrightarrow 4m^2 + 4m + 1 - 2m^2 - 2 + 4m + 2 - 11 = 0 \\ &\Leftrightarrow 2m^2 + 8m - 10 = 0 \\ &\Leftrightarrow m^2 + 4m - 5 = 0 \end{aligned}$$

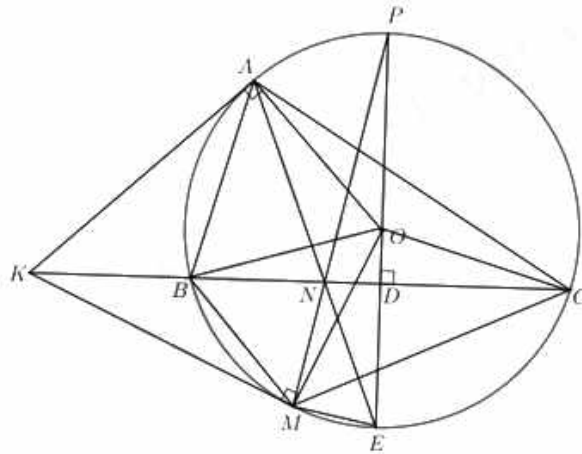
Phương trình bậc hai có $a + b + c = 1 + 4 + (-5) = 0$ nên có 2 nghiệm phân biệt $\begin{cases} m_1 = 1 \text{ (tm)} \\ m_2 = \frac{c}{a} = -5 \text{ (Ktm)} \end{cases}$

Vậy $m = 1$.

Câu 4. (2,5 điểm)

Cách giải:

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn tâm O . Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại K . Từ O kẻ OD vuông góc với BC tại D , tia OD cắt đường tròn (O) tại E .



a) Chứng minh tứ giác $KDOA$ nội tiếp.

Do $OD \perp BC$ (gt) $\Rightarrow \angle ODK = 90^\circ$ (định nghĩa)

Do KA là tiếp tuyến của (O) (gt) nên $OA \perp KA \Rightarrow \angle OAK = 90^\circ$ (tính chất)

$\Rightarrow \angle ODK + \angle OAK = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà 2 góc này ở vị trí đối diện nên tứ giác $KDOA$ nội tiếp (đhnb) (đpcm)

b) Đường thẳng AE cắt BC tại N . Chứng minh tam giác KNA cân và $KN^2 = KB \cdot KC$.

Ta có $OB = OC$ (cùng bằng bán kính của (O)) nên $\triangle OBC$ cân tại O , đường cao OD

$\Rightarrow OD$ đồng thời là phân giác (tính chất tam giác cân)

$\Rightarrow \angle EOB = \angle EOC \Rightarrow$ số đo cung $BE =$ số đo cung CE (hai góc ở tâm bằng nhau chắn hai cung bằng nhau).

Ta có $\angle ANK = \frac{1}{2}(\text{sđ} AB + \text{sđ} CE) = \frac{1}{2}(\text{sđ} AB + \text{sđ} BE)$ (do $\text{sđ} BE = \text{sđ} CE$) (góc có đỉnh bên trong đường tròn).

$$\Rightarrow \angle ANK = \frac{1}{2} \text{sđc}AE = \angle KAE \text{ (tính chất góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)}$$

$\Rightarrow \triangle AKN$ cân tại K (định nghĩa).

Xét $\triangle KAB$ và $\triangle KCA$ có:

$\angle AKC$ chung

$\angle KAB = \angle KCA$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AB).

$\Rightarrow \triangle KAB \sim \triangle KCA$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{KA}{KC} = \frac{KB}{KA} \text{ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}.$$

$$\Rightarrow KA^2 = KB.KC$$

Mà $\triangle AKN$ cân tại K (cmt) nên $KA = KN$ (tính chất)

$$\Rightarrow KN^2 = KB.KC \text{ (đpcm)}.$$

c) Kẻ tiếp tuyến KM của đường tròn (O) (M là tiếp điểm). Chứng minh tia MN và tia ED cắt nhau tại một điểm thuộc đường tròn (O).

Do KM là tiếp tuyến của (O) nên $KM = KA$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Mà $KA = KN$ (cmt) nên $KA = KM = KN \Rightarrow \triangle KMN$ cân tại K (định nghĩa)

$\Rightarrow \angle KNM = \angle KMN$ (tính chất).

Ta có $\angle BMN = \angle KMN - \angle KMB$ và $\angle NMC = \angle KNM - \angle KCM$ (tính chất góc ngoài tam giác NCM)

Mà $\angle KCM = \angle KMB$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BM)

$\Rightarrow \angle BMN = \angle NMC$

Gọi P là giao điểm của MN với (O) thì $\angle BMP = \angle CMP \Rightarrow \text{cung}PB = \text{cung}PC$.

$\Rightarrow P$ là điểm chính giữa cung lớn BC

Mà $\text{cung}BE = \text{cung}CE$ (cmt) nên E là điểm chính giữa cung nhỏ BC

$\Rightarrow PE$ là trung trực của BC.

Mà $OB = OC$ ($=R$) $\Rightarrow O$ thuộc trung trực của BC.

$\Rightarrow P, E, O, D$ thẳng hàng.

Vậy MN và tia ED cắt nhau tại một điểm P thuộc đường tròn (O).

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm: 01 trang)

Câu 1. (4,0 điểm)

- Thực hiện phép tính: $11 - 2\sqrt{16}$.
- Tìm b để đồ thị hàm số $y = 2x + b$ đi qua điểm $M(1;4)$.
- Giải phương trình: $x^2 - 6x + 5 = 0$.
- Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

Câu 2. (2,0 điểm)

Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi là 180 m. Nếu tăng chiều rộng mảnh vườn lên thêm 20 m và giảm chiều dài đi 20 m thì diện tích mảnh vườn không thay đổi. Tính chiều dài và chiều rộng mảnh vườn.

Câu 3. (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A. Biết $AC = 8\text{cm}$; $BC = 10\text{cm}$.

- Tính độ dài cạnh AB.
- Kẻ đường cao AH. Tính độ dài đoạn thẳng HC.

Câu 4. (2,0 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB, trên đoạn thẳng OB lấy điểm C sao cho C không trùng với O và B. Gọi H là trung điểm của AC, kẻ dây cung DE của đường tròn (O) vuông góc với AC tại H. Gọi K là giao điểm của BD với đường tròn đường kính BC.

- Chứng minh tứ giác DHCK là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh ba điểm E, C, K thẳng hàng.

Câu 5. (1,0 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = 2mx - m^2 + 1$ và parabol (P): $y = x^2$ (m là tham số).

- Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.
- Tìm tất cả giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1 và x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1 x_2} + 1$.

HẾT

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu, Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Câu 1

a)

$$11 - 2\sqrt{16} = 11 - 2 \cdot \sqrt{4^2} = 11 - 2 \cdot 4 = 11 - 8 = 3.$$

b)

$$\begin{aligned} \text{Đề đồ thị hàm số } y = 2x + b \text{ đi qua điểm } M(1;4) &\Leftrightarrow 4 = 2 \cdot 1 + b \\ &\Rightarrow b = 4 - 2 = 2. \end{aligned}$$

Vậy $b = 2$.

c)

$$\text{Ta có: } a + b + c = 1 + (-6) + 5 = 0 \text{ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt } \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{c}{a} = 5 \end{cases}.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{1; 5\}$.

d)

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x + y = 3 \text{ (1)} \\ 2x + y = 5 \text{ (2)} \end{cases}$$

$$\text{Lấy (2) - (1) } \Leftrightarrow 2x - x = 5 - 3 \Rightarrow x = 2.$$

$$\text{Thay } x = 2 \text{ vào phương trình (1) ta được: } 2 + y = 3 \Rightarrow y = 3 - 2 = 1.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(2; 1)$.

Câu 2.

Gọi chiều dài mảnh vườn hình chữ nhật là x (m) (ĐK: $0 < x < 90$).

Nửa chu vi mảnh vườn hình chữ nhật là: $180 : 2 = 90$ (m).

⇒ Chiều rộng mảnh vườn hình chữ nhật là: $90 - x$ (m).

Do đó, diện tích mảnh vườn hình chữ nhật ban đầu là: $x(90 - x)$ (m^2).

Nếu tăng chiều rộng mảnh vườn lên thêm 20m

⇒ Chiều rộng mảnh vườn lúc sau là: $90 - x + 20 = 110 - x$ (m).

Nếu giảm chiều dài đi 20m ⇒ Chiều dài mảnh vườn lúc sau là: $x - 20$ (m).

Do đó, diện tích mảnh vườn lúc sau là: $(110 - x)(x - 20)$ (m^2).

Vì diện tích mảnh vườn không thay đổi nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned}x(90 - x) &= (110 - x)(x - 20) \\ \Leftrightarrow 90x - x^2 &= 110x - 2200 - x^2 + 20x \\ \Leftrightarrow 40x &= 2200 \\ \Rightarrow x &= 55 \text{ (TM)}\end{aligned}$$

Vậy chiều dài mảnh vườn hình chữ nhật là 55m, chiều rộng mảnh vườn hình chữ nhật là $90 - 55 = 35$ m.

Câu

3

a)

a) Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác vuông ABC, ta có:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$\Leftrightarrow AB^2 = BC^2 - AC^2$$

$$\Leftrightarrow AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6 \text{ (cm)}$$

Vậy $AB = 6$ cm.

b)

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC, đường cao AH ta có:

$$AC^2 = HC \cdot BC \Rightarrow 8^2 = HC \cdot 10 \Rightarrow HC = \frac{8^2}{10} = 6,4 \text{ (cm)}.$$

Vậy $HC = 6,4$ cm.

Câu 5

a)

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) ta được:

$$x^2 = 2mx - m^2 + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0 \quad (1)$$

Ta có: $\Delta' = m^2 - (m^2 - 1) = 1 > 0$ nên phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt với mọi m .

Vậy đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt (đpcm).

b)

Theo hệ thức Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$$

Từ giả thiết: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1 x_2} + 1 \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{-2}{x_1 x_2} + 1$

$$\Rightarrow \frac{2m}{m^2 - 1} = \frac{-2}{m^2 - 1} + 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2m}{m^2 - 1} = \frac{-2}{m^2 - 1} + \frac{m^2 - 1}{m^2 - 1}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 \neq 0 \\ 2m = -2 + m^2 - 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 \neq 1 \\ m^2 - 2m - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \pm 1 \\ (m+1)(m-3) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \pm 1 \\ \begin{cases} m = -1 \text{ (ktm)} \\ m = 3 \text{ (tm)} \end{cases} \end{cases}$$

Vậy $m = 3$.

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Câu 1 (2,00 điểm) Không sử dụng máy tính cầm tay

a) Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{25} + \sqrt{16} - \sqrt{4}$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$.

Câu 2 (2,50 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = 6x + 2023$ và parabol $(P): y = x^2$.

a) Vẽ parabol (P) .

b) Chứng minh (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

c) Gọi x_1 và x_2 là hoành độ giao điểm của (P) và (d) . Tính $x_1 + x_2$ và $x_1 \cdot x_2$. Từ đó lập phương trình bậc hai ẩn t có hai nghiệm $t_1 = x_1 + 2x_2$ và $t_2 = x_2 + 2x_1$.

Câu 3 (2,00 điểm)

a) Hướng ứng phong trào "Ngày Chủ nhật xanh" do Tỉnh đoàn phát động, Trường THCS X chọn 15 học sinh chia thành hai tổ tham gia trồng cây. Tổ I trồng được 30 cây, tổ II trồng được 36 cây. Biết rằng mỗi học sinh ở tổ I trồng được nhiều hơn mỗi học sinh ở tổ II là 1 cây. Hỏi mỗi tổ có bao nhiêu học sinh?

b) Gạch xây 3 lỗ (như hình vẽ) được làm bằng đất nung, thường được sử dụng trong các công trình xây dựng có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 220 mm, chiều rộng 105 mm, chiều cao 60 mm. Mỗi lỗ là hình trụ có trục song song với chiều cao viên gạch, đường kính đáy là 14 mm. Tính thể tích phần đất nung của một viên gạch. Biết $V = a \cdot b \cdot c$; $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ lần lượt là công thức tính thể tích hình hộp chữ nhật và hình trụ (trong đó a, b, c là ba kích thước của hình hộp chữ nhật; r là bán kính đường tròn đáy, h là chiều cao hình trụ; lấy $\pi \approx 3,14$).



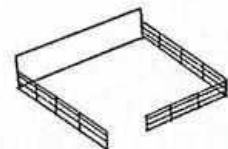
Câu 4 (3,00 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính AB và điểm C thuộc đường tròn sao cho $AC < BC$ (C khác A). Vẽ CH vuông góc với AB ($H \in AB$).

a) Chứng minh $\triangle ABC$ là tam giác vuông. Tính AC , biết $AB = 4$ cm, $AH = 1$ cm.

b) Trên tia đối của tia CA lấy điểm D sao cho $CD = CA$. Vẽ DE vuông góc với AB ($E \in AB$). Chứng minh $BECD$ là tứ giác nội tiếp.

c) Gọi I là giao điểm của DE và BC , K là điểm đối xứng của I qua C , tiếp tuyến của (O) tại C cắt KA tại M . Chứng minh KA là tiếp tuyến của (O) và BM đi qua trung điểm của CH .

Câu 5 (0,50 điểm) Trong quá trình thiết kế công viên thiếu nhi, kĩ sư sử dụng mảnh đất hình chữ nhật có diện tích 600 m^2 để làm bãi đỗ xe. Một cạnh của mảnh đất được xây bằng tường gạch với mỗi mét chiều dài chi phí hết 280000 đồng, ba cạnh còn lại được rào bằng một loại thép với mỗi mét chiều dài chi phí hết 140000 đồng, trong đó có mở cổng rộng 5 m (như hình vẽ). Tìm chu vi của mảnh đất sao cho chi phí làm hàng rào là ít nhất.



Câu 1 (2,00 điểm)**Cách giải:***Không sử dụng máy tính cầm tay*a) Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{25} + \sqrt{16} - \sqrt{4}$.

$$A = \sqrt{25} + \sqrt{16} - \sqrt{4}$$

$$A = \sqrt{5^2} + \sqrt{4^2} - \sqrt{2^2}$$

$$A = 5 + 4 - 2$$

$$A = 7$$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 9 \\ y = 8 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; 5)$.**Câu 5 (0,50 điểm)****Cách giải:**

Trong quá trình thiết kế công viên thiếu nhi, kĩ sư sử dụng mảnh đất hình chữ nhật có diện tích 600 m^2 để làm bãi đỗ xe. Một cạnh của mảnh đất được xây bằng tường gạch với mỗi mét chiều dài chi phí hết 280 000 đồng, ba cạnh còn lại được rào bằng một loại thép với mỗi mét chiều dài chi phí hết 140 000 đồng, trong đó có mở cổng rộng 5m (như hình vẽ). Tìm chu vi của mảnh đất sao cho chi phí làm hàng rào là ít nhất.

Gọi cạnh được xây bằng tường gạch dài x (m) (ĐK: $x > 0$).Gọi cạnh còn lại của mảnh đất hình chữ nhật dài y (m) (ĐK: $y > 0$).Vì diện tích mảnh đất hình chữ nhật là 600 m^2 nên ta có phương trình: $xy = 600 \Rightarrow y = \frac{600}{x}$.Chi phí xây tường gạch là: $280x$ (nghìn đồng).Chiều dài rào để rào 3 cạnh còn lại (trừ 5m cổng) là: $x + 2y - 5$ (m).Chi phí thép để rào 3 cạnh còn lại (trừ 5m cổng) là: $140(x + 2y - 5)$ (nghìn đồng).Tổng chi phí làm hàng rào bằng: $T = 280x + 140(x + 2y - 5) = 420x + 240y - 700$ (nghìn đồng).

Thay $y = \frac{600}{x}$ vào biểu thức T ta được:

$$T = 420x + 240 \cdot \frac{600}{x} - 700$$

$$T = 420x + \frac{144000}{x} - 700 \geq 2\sqrt{420x \cdot \frac{144000}{x}} - 700 \approx 14854 \text{ (nghìn đồng)}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } 420x = \frac{144000}{x} \Leftrightarrow x^2 = \frac{2400}{7} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{2400}{7}} = \frac{20\sqrt{42}}{7} \text{ (m) (tm)}.$$

$$\text{Khi đó } y = \frac{600}{x} = 5\sqrt{42} \text{ (m)}.$$

Do đó để chi phí làm hàng rào đạt giá trị thấp nhất khoảng 14 870 000 đồng thì chu vi mảnh đất khoảng

$$\left(\frac{20\sqrt{42}}{7} + 5\sqrt{42}\right) \cdot 2 = \frac{110\sqrt{42}}{7} \approx 101,84 \text{ (m)}.$$

Câu 2 (2,50 điểm)

Cách giải:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = 6x + 2023$ parabol (P): $y = x^2$.

a) Vẽ parabol (P).

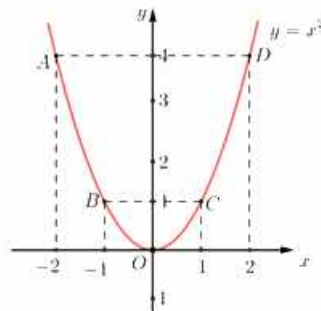
Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

\Rightarrow Đồ thị hàm số là đường cong parabol đi qua các điểm $O(0;0)$; $A(-2;4)$; $B(-1;1)$; $C(1;1)$; $D(2;4)$

Hệ số $a = 1 > 0$ nên parabol có bề cong hướng lên. Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.

Ta vẽ được đồ thị hàm số $y = x^2$ như sau:



b) Chứng minh (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) ta có:

$$\begin{aligned}x^2 &= 6x + 2023 \\ \Leftrightarrow x^2 - 6x - 2023 &= 0 \quad (1)\end{aligned}$$

Vì $\Delta' = 3^2 - (-2023) = 2032 > 0$ nên phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

c) Gọi x_1 và x_2 là hoành độ giao điểm của (P) và (d). Tính $x_1 + x_2$ và $x_1 \cdot x_2$. Từ đó lập phương trình bậc hai ẩn t có hai nghiệm $t_1 = x_1 + 2x_2$ và $t_2 = x_2 + 2x_1$.

Theo hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 \cdot x_2 = -2023 \end{cases}$

Từ giả thiết ta có: $\begin{cases} t_1 = x_1 + 2x_2 \\ t_2 = x_2 + 2x_1 \end{cases}$

$$\Rightarrow t_1 + t_2 = (x_1 + 2x_2) + (x_2 + 2x_1) = 3(x_1 + x_2) = 3 \cdot 6 = 18$$

$$\begin{aligned}t_1 t_2 &= (x_1 + 2x_2) \cdot (x_2 + 2x_1) \\ &= x_1 x_2 + 2x_1^2 + 2x_2^2 + 4x_1 x_2 \\ &= x_1 x_2 + 2(x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 x_2) \\ &= x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2)^2 \\ &= -2023 + 2 \cdot 6^2 \\ &= -1951\end{aligned}$$

Vậy t_1 và t_2 là nghiệm của phương trình $x^2 - 18x - 1951 = 0$.

Câu 3 (2,00 điểm)

Cách giải:

a) Hưởng ứng phong trào "Ngày Chủ nhật xanh" do Tỉnh đoàn phát động, Trường THCS X chọn 15 học sinh chia thành hai tổ tham gia trồng cây. Tổ I trồng được 30 cây, tổ II trồng được 36 cây. Biết rằng mỗi học sinh ở tổ I trồng được nhiều hơn mỗi học sinh ở tổ II là 1 cây. Hỏi mỗi tổ có bao nhiêu học sinh?

Gọi x ($x \in \mathbb{N}^*, x < 15$) là số học sinh của tổ I.

$\Rightarrow 15 - x$ là số học sinh của tổ II.

Số cây mỗi học sinh tổ I trồng được là: $\frac{30}{x}$

Số cây mỗi học sinh tổ II trồng được là: $\frac{36}{15-x}$

Vì mỗi học sinh ở tổ I trồng được nhiều hơn mỗi học sinh ở tổ II là 1 cây nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{30}{x} - \frac{36}{15-x} &= 1 \\ \Leftrightarrow \frac{30(15-x)}{x(15-x)} - \frac{36x}{x(15-x)} &= 1 \\ \Leftrightarrow \frac{450-30x-36x}{x(15-x)} &= 1 \\ \Leftrightarrow \frac{450-66x}{15x-x^2} &= 1 \\ \Rightarrow 450-66x &= 15x-x^2 \\ \Leftrightarrow x^2-81x+450 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2-6x-75x+450 &= 0 \\ \Leftrightarrow x(x-6)-75(x-6) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-6)(x-75) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 & (tm) \\ x=75 & (ktm) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy số học sinh của tổ I là 6 học sinh; số học sinh của tổ II là $15-6=9$ học sinh.

b) Gạch xây 3 lỗ (như hình vẽ) được làm bằng đất nung, thường được sử dụng trong các công trình xây dựng có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 220mm, chiều rộng 105mm, chiều cao 60mm. Mỗi lỗ là hình trụ có trục song song với chiều cao viên gạch, đường kính đáy là 14mm. Tính thể tích phần đất nung của một viên gạch. Biết $V = a.b.c$; $V = \pi.r^2.h$ lần lượt là công thức tính thể tích hình hộp chữ nhật và hình trụ (trong đó a, b, c là ba kích thước của hình hộp chữ nhật; r là bán kính đường tròn đáy, h là chiều cao hình trụ; lấy $\pi \approx 3,14$).

Thể tích của viên gạch khi chưa khoét lỗ là:

$$V_1 = 220.105.60 = 1386000 \text{ (mm}^3\text{)}$$

Bán kính của một lỗ hình trụ trong viên gạch là:

$$14 : 2 = 7 \text{ (mm)}$$

Thể tích của mỗi lỗ hình trụ trong viên gạch là:

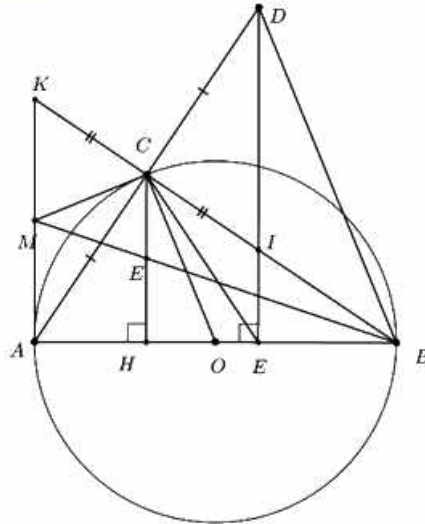
$$V_2 = 3,14.7^2.60 \approx 9231,6 \text{ (mm}^3\text{)}$$

Thể tích phần đất nung của viên gạch là:

$$V = V_1 - 3V_2 = 1386000 - 3.9231,6 = 1358305,2 \text{ (mm}^3\text{)}$$

Vậy thể tích phần đất nung của một viên gạch là $1358305,2 \text{ mm}^3$.

Câu 4



a) Chứng minh $\triangle ABC$ là tam giác vuông. Tính AC, biết $AB = 4 \text{ cm}$, $AH = 1 \text{ cm}$.

Do AB là đường kính nên $\angle CAB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại C, đường cao CH.

$\Rightarrow AC^2 = AH \cdot AB$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$\Rightarrow AC^2 = 1 \cdot 4 = 4$

$\Leftrightarrow AC = 2$

Vậy $AC = 2$.

b) Trên tia đối của tia CA lấy điểm D sao cho $CD = CA$. Vẽ DE vuông góc với AB ($E \in AB$). Chứng minh BECD là tứ giác nội tiếp.

Do $DE \perp AB$ tại E (giả thiết) $\Rightarrow \angle BED = 90^\circ$

Xét tứ giác BECD có $\angle BED = \angle BCD = 90^\circ$.

Mà 2 góc này ở vị trí kề nhau, cùng nhìn BD dưới 2 góc bằng nhau nên CEBD là tứ giác nội tiếp (dnhb) (đpcm)

c) Gọi I là giao điểm của DE và BC, K là điểm đối xứng của I qua C, tiếp tuyến của (O) tại C cắt KA tại M. Chứng minh KA là tiếp tuyến của (O) và BM đi qua trung điểm của CH.

Xét tam giác CKA và tam giác CID có

$CK = CI$ (K đối xứng I qua C)

$CA = CD$ (giả thiết)

$\angle KAC = \angle DCI$ (đối đỉnh)

$\Rightarrow \triangle CKA = \triangle CID$ (c.g.c)

$\Rightarrow \angle CKD = \angle CID$ (2 góc tương ứng)

Mà 2 góc này ở vị trí so le trong nên suy ra $AK \parallel DE$

Mà $DE \perp AB$ (gt) $\Rightarrow KA \perp AB$ tại A thuộc (O)

$\Rightarrow KA$ là tiếp tuyến của (O)

Gọi E là giao điểm của MB và CH.

Ta có $CM = MA$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \triangle CAM$ cân tại M

$\Rightarrow \angle MAC = \angle MCA = \angle KAC$ (tính chất).

Mà $\angle CKA + \angle KAC = 90^\circ$ và $\angle MCA + \angle KCM = 90^\circ$ ($\triangle KCA$ vuông tại C)

$\Rightarrow \angle KCM = \angle CKA \Rightarrow \triangle MKC$ cân tại M $\Rightarrow MK = MC$.

$\Rightarrow MK = MA (= CM)$

Mặt khác: $\frac{CE}{MK} = \frac{BE}{BM} = \frac{HE}{AM}$ (định lý Talet do $CH \parallel AK$)

$\Rightarrow CE = CH$ hay E là trung điểm của CH

Chúng ta chứng tỏ BM đi qua trung điểm E của CH (đpcm).

4. $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}$

4. 5 3 2 3

1 2

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NGHỆ AN

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn thi: TOÁN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1 (2,5 điểm).

a) Tính $A = \sqrt{4} + \sqrt{49} + \sqrt{64}$. $= 12$

b) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{4x}{x-1}$, với $x > 0$ và $x \neq 1$. $= 2\sqrt{x}$

c) Tìm giá trị của b để đường thẳng $y = 2x + b - 1$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1. $b = -1$

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Giải phương trình $x^2 + 3x - 10 = 0$.
 $\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -5 \end{cases}$

b) Cho biết phương trình $x^2 - 5x + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 . Không giải

phương trình, tính giá trị của biểu thức $T = \frac{(x_1+1)(x_2+1)}{x_1^2+5x_2}$. $= \frac{9}{26}$

Câu 3 (2,0 điểm).

a) Một cửa hàng kinh doanh xe đạp nhập về một lô hàng gồm hai loại: loại I có giá 2 triệu đồng/xe và loại II có giá 6 triệu đồng/xe. Biết rằng lô hàng nói trên có 50 xe với tổng số tiền mà cửa hàng phải thanh toán là 160 triệu đồng. Hỏi cửa hàng đã nhập về bao nhiêu xe loại I và bao nhiêu xe loại II?
 $\begin{cases} x = 25 \\ y = 15 \end{cases}$

b) Bạn An bỏ một viên bi đặc không thấm nước vào một lọ thủy tinh chứa nước đang hình trụ có bán kính đường tròn đáy bằng 1,5 cm. Biết rằng khi viên bi chìm hoàn toàn trong nước thì nước trong lọ dâng lên thêm 0,5 cm. Tính thể tích viên bi bạn An đã bỏ vào lọ thủy tinh (cho $\pi = 3,14$; xem độ dày của lọ không đáng kể và nước trong lọ không thất thoát ra ngoài).

Câu 4 (3,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$), các đường cao AD, BE, CF ($D \in BC$, $E \in AC$, $F \in AB$) cắt nhau tại H.

a) Chứng minh AEHF là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng BC, M là giao điểm của tia EF và tia CB. Chứng minh rằng $\widehat{FAD} = \widehat{OFC}$ và $OC^2 = OD \cdot OM$.

c) Chứng minh rằng hai đường thẳng MH và AO vuông góc với nhau.

Câu 5 (0,5 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} (x^2+1)(y^2+1) = 4 \\ x\sqrt{y^2+1} + y\sqrt{x^2+1} = x^2y^2 - 1 \end{cases} (x, y \in \mathbb{R})$.

HẾT

Họ và tên thí sinh

Số báo danh

Câu 1. (2,5 điểm).

Cách giải:

a) Tính $A = \sqrt{4} + \sqrt{49} + \sqrt{64}$

$$A = \sqrt{4} + \sqrt{49} + \sqrt{64}$$

$$A = \sqrt{2^2} + \sqrt{7^2} + \sqrt{8^2}$$

$$A = 2 + 7 + 8$$

$$A = 17$$

Vậy $A = 17$.

b) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{4x}{x-1}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.

Với $x > 0, x \neq 1$ ta có:

$$P = \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{4x}{x-1}$$

$$P = \frac{x-1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{4x}{x-1}$$

$$P = \frac{x-1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{2 \cdot 2(\sqrt{x})^2}{x-1}$$

$$P = 2\sqrt{x}$$

Vậy với $x > 0, x \neq 1$ thì $P = 2\sqrt{x}$.

c) Tìm giá trị của b để đường thẳng $y = 2x + b - 1$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1.

Đường thẳng d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1 \Rightarrow Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0)$.

Thay $x = 1$ và $y = 0$ vào phương trình đường thẳng d ta có:

$$0 = 2 \cdot 1 + b - 1 \Leftrightarrow b + 1 = 0 \Leftrightarrow b = -1.$$

Vậy $b = -1$.

Bài 2. (2,0 điểm)

Cách giải:

a) Giải phương trình $x^2 + 3x - 10 = 0$

Ta có: $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 49 > 0$

Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt là:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-3 + \sqrt{49}}{2} = \frac{-3 + 7}{2} = 2 \\ x_2 = \frac{-3 - \sqrt{49}}{2} = \frac{-3 - 7}{2} = -5 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{2; -5\}$.

b) Cho biết phương trình $x^2 - 5x + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 . Không giải phương trình,

tính giá trị của biểu thức $T = \frac{(x_1 + 1)(x_2 + 1)}{x_1^2 + 5x_2}$

Vi x_1 là nghiệm của phương trình nên $x_1^2 - 5x_1 + 3 = 0 \Leftrightarrow x_1^2 = 5x_1 - 3$.

Theo bài ra, ta có:

$$T = \frac{(x_1 + 1)(x_2 + 1)}{x_1^2 + 5x_2} = \frac{x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1}{5x_1 + 5x_2 - 3} = \frac{x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1}{5(x_1 + x_2) - 3}$$

Theo hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 x_2 = 3 \end{cases}$

Suy ra: $T = \frac{3 + 5 + 1}{5 \cdot 5 - 3} = \frac{9}{22}$.

Vậy $T = \frac{9}{22}$.

Câu 3 (2,0 điểm).

Cách giải:

a) Một cửa hàng kinh doanh xe đạp nhập về một lô hàng gồm hai loại: loại I có giá 2 triệu đồng/xe và loại II có giá 6 triệu đồng/xe. Biết rằng lô hàng nói trên có 50 xe với tổng số tiền mà cửa hàng phải thanh toán là 160 triệu đồng. Hỏi cửa hàng đã nhập về bao nhiêu xe loại I và bao nhiêu xe loại II?

Gọi số xe loại I của hàng nhập về là x ($x \in \mathbb{N}^*$, $x < 50$).

Do lô hàng có tổng 50 xe nên số xe loại II là $50 - x$ (xe)

Tổng số tiền mua xe loại I là $2x$ (triệu đồng)

Tổng số tiền mua xe loại II là $6(50 - x)$ (triệu đồng)

Do tổng số tiền mà cửa hàng phải thanh toán là 160 triệu đồng nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} 2x + 6(50 - x) &= 160 \\ \Leftrightarrow 2x + 300 - 6x &= 160 \\ \Leftrightarrow -4x &= -140 \\ \Leftrightarrow x &= 35 \text{ (TM)} \end{aligned}$$

Vậy cửa hàng đã nhập về 35 xe loại I và $50 - 35 = 15$ xe loại II

b) Bạn An bỏ một viên bi đặc không thấm nước vào một lọ thủy tinh chứa nước dạng hình trụ có bán kính đường tròn đáy bằng 1,5 cm. Biết rằng khi viên bi chìm hoàn toàn trong nước thì nước trong lọ dâng lên

thêm 0,5 cm. Tính thể tích viên bi bạn An đã bỏ vào lọ thủy tinh (cho $\pi = 3,14$; xem độ dày của lọ không đáng kể và nước trong lọ không thất thoát ra ngoài).

Thể tích của phần nước dâng lên trong bình hình trụ là thể tích của viên bi và bằng

$$\pi r^2 \cdot h = 3,14 \cdot 1,5^2 \cdot 0,5 = 3,5325 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Vậy thể tích viên bi là $3,5325 \text{ cm}^3$.

Còn tiếp....

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

1.C	2.B	3.A	4.A	5.B	6.D
7.C	8.B	9.D	10.D	11.A	12.D

PHẦN II: TỰ LUẬN**Câu 1 (1,5 điểm)****Cách giải:**

Cho hai biểu thức $A = \frac{5\sqrt{a}+4}{\sqrt{a}-1}$ và $B = \left(\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{1-\sqrt{a}}\right) \cdot \frac{\sqrt{a}-a}{\sqrt{a}-2}$ với $a > 0, a \neq 1, a \neq 4$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $a = 16$.Với $a = 16$ (thỏa mãn ĐKXD), thay vào biểu thức A ta được:

$$A = \frac{5\sqrt{16}+4}{\sqrt{16}-1} = \frac{5 \cdot 4 + 4}{4-1} = \frac{24}{3} = 8.$$

Vậy khi $a = 16$ thì $A = 8$.**b) Rút gọn biểu thức B.**Với $a > 0, a \neq 1, a \neq 4$ ta có:

$$B = \left(\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{1-\sqrt{a}}\right) \cdot \frac{\sqrt{a}-a}{\sqrt{a}-2}$$

$$B = \frac{1-\sqrt{a}+\sqrt{a}}{\sqrt{a}(1-\sqrt{a})} \cdot \frac{\sqrt{a}(1-\sqrt{a})}{\sqrt{a}-2}$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{a}(1-\sqrt{a})} \cdot \frac{\sqrt{a}(1-\sqrt{a})}{\sqrt{a}-2}$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{a}-2}$$

Vậy với $a > 0, a \neq 1, a \neq 4$ thì $B = \frac{1}{\sqrt{a}-2}$.

c) Tìm các giá trị nguyên của a để $A.B < 0$.

$$\text{Ta có } A.B = \frac{5\sqrt{a}+4}{\sqrt{a}-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{a}-2} = \frac{5\sqrt{a}+4}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}-2)}$$

Vi $5\sqrt{a}+4 > 0 \forall a$ nên $A.B < 0 \Leftrightarrow (\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}-2) < 0$.

$$\text{TH1: } \begin{cases} \sqrt{a}-1 < 0 \\ \sqrt{a}-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a} < 1 \\ \sqrt{a} > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 1 \\ a > 4 \end{cases} \text{ (Vô lý).}$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} \sqrt{a}-1 > 0 \\ \sqrt{a}-2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a} > 1 \\ \sqrt{a} < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ a < 4 \end{cases} \Rightarrow 1 < a < 4.$$

Kết hợp điều kiện $a > 0, a \neq 1, a \neq 4$ ta có $1 < a < 4$.

Mà a là số nguyên nên $a \in \{2; 3\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của a để $A.B < 0$ là $a = 2$ hoặc $a = 3$.

Câu 2 (2,0 điểm)

Cách giải:

a) Cho parabol (P): $y = ax^2$. Tìm giá trị của a để (P) đi qua điểm $M(1;2)$. Với a tìm được, tìm tọa độ các giao điểm của (P) và đường thẳng (d): $y = 3x - 1$

Vì (P) đi qua điểm $M(1;2)$ nên thay $x = 1, y = 2$ ta có: $2 = a.1^2 \Leftrightarrow a = 2$.

Vậy đê (P) đi qua $M(1;2)$ thì $a = 2$.

Với $a = 2 \Rightarrow (P): y = 2x^2$.

Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình: $2x^2 = 3x - 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 1 = 0$.

Ta có $a + b + c = 2 + (-3) + 1 = 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Với $x = 1 \Rightarrow y = 2.1^2 = 2 \Rightarrow A(1;2)$

Với $x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2.\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow B\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Vậy với $a = 2$ thì tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $A(1;2)$ và $B\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

b) Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = 5m + 15 \\ x + y = 3m + 9 \end{cases}$ có nghiệm $(x;y)$. Tìm giá trị của tham số m để biểu thức

$Q = xy - 2x - 1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Ta có:

$$\begin{cases} 3x + y = 5m + 15 \\ x + y = 3m + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 2m + 6 \\ y = 3m + 9 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m + 3 \\ y = 3m + 9 - m - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m + 3 \\ y = 2m + 6 \end{cases}$$

Khi đó ta có:

$$Q = xy - 2x - 1 = (m+3)(2m+6) - 2(m+3) - 1$$

$$\Rightarrow Q = 2(m+3)^2 - 2(m+3) - 1$$

$$\Rightarrow Q = 2 \left[(m+3)^2 - 2(m+3) \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right] - \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow Q = 2 \left[(m+3) - \frac{1}{2} \right]^2 - \frac{3}{2}$$

$$\text{Do } 2 \left[(m+3) - \frac{1}{2} \right]^2 \geq 0 \quad \forall m \Rightarrow 2 \left[(m+3) - \frac{1}{2} \right]^2 - \frac{3}{2} \geq -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow Q \geq -\frac{3}{2}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của Q bằng $-\frac{3}{2}$, đạt được khi $m+3=0 \Leftrightarrow m=-3$.

Còn tiếp....

ĐỀ BÀI

Câu 1. (2.5 điểm)

1. Tính giá trị của biểu thức: $M = \sqrt{81} + 2\sqrt{9} - \sqrt{25}$.

2. Giải phương trình: $x^2 - 7x + 6 = 0$.

3. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 5x - 2y = 8 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

Câu 2. (1.5 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 10}{x - 4}$ (với $x \geq 0; x \neq 4$).

a) Rút gọn biểu thức B .

b) Cho biểu thức $P = A.B$. Tìm các giá trị nguyên của x để $P \leq -1$.

Câu 3. (2.0 điểm)

1. Một ô tô và một xe máy khởi hành cùng một lúc để đi từ A đến B với vận tốc mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB. Biết quãng đường AB dài 240 km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 20 km/h, nên ô tô đến B sớm hơn xe máy 2 giờ. Tính vận tốc mỗi xe.

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -2x + m$ (với m là tham số). Tìm giá trị của tham số m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ thoả mãn: $y_1 + y_2 + 3x_1x_2 = 1$.

Câu 4. (3.0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB . Kẻ Ax là tiếp tuyến của đường tròn tâm O . Trên tia Ax lấy điểm C ($C \neq A$), CB cắt đường tròn tại điểm D . Gọi I là giao điểm của OC và AD . Kẻ AH vuông góc với OC tại điểm H , AH cắt BC tại điểm M .

a) Chứng minh tứ giác $DMHI$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $OH \cdot OC = R^2$ và ΔOHB đồng dạng với ΔOBC .

c) Chứng minh $\frac{MD}{MB} = \frac{HD}{HB}$.

Câu 5. (1.0 điểm)

1. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên a thì biểu thức:

$$A = \frac{a^5}{120} + \frac{a^4}{12} + \frac{7a^3}{24} + \frac{5a^2}{12} + \frac{a}{5}$$
 cũng là một số tự nhiên.

2. Cho $a, b, c > 0$ và $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng: $\frac{a}{b^3 + ab} + \frac{b}{c^3 + bc} + \frac{c}{a^3 + ca} \geq \frac{3}{2}$.

Câu 1. (2.5 điểm)

Cách giải:

1. **Tính giá trị của biểu thức:** $M = \sqrt{81} + 2\sqrt{9} - \sqrt{25}$.

Ta có:

$$\begin{aligned} M &= \sqrt{81} + 2\sqrt{9} - \sqrt{25} \\ &= \sqrt{9^2} + 2\sqrt{3^2} - \sqrt{5^2} \\ &= 9 + 2 \cdot 3 - 5 \\ &= 9 + 6 - 5 \\ &= 15 - 5 = 10 \end{aligned}$$

Vậy $M = 10$.

2. **Giải phương trình:** $x^2 - 7x + 6 = 0$.

Cách 1:

Ta có: $\Delta = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 49 - 24 = 25 > 0$

Suy ra phương trình có 2 nghiệm phân biệt là: $x_1 = \frac{7 + \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{7 + 5}{2} = 6$; $x_2 = \frac{7 - \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{7 - 5}{2} = 1$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{1; 6\}$.

Cách 2:

Ta có $a + b + c = 1 + (-7) + 6 = 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = 6 \end{cases}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{1; 6\}$.

3. **Giải hệ phương trình:** $\begin{cases} 5x - 2y = 8 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$.

$$\begin{cases} 5x - 2y = 8 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 12 \\ 2y = 4 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt là: $(x; y) = (2; 1)$.

Câu 2. (1.5 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2}$ **và** $B = \frac{3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 10}{x - 4}$ **(với** $x \geq 0; x \neq 4$ **).**

Cách giải:

a) **Rút gọn biểu thức B.**

Với $x \geq 0; x \neq 4$ ta có:

$$B = \frac{3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 10}{x - 4}$$

$$B = \frac{3(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{\sqrt{x}+10}{x-4}$$

$$B = \frac{3\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{\sqrt{x}+10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$B = \frac{3\sqrt{x}+6-\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$B = \frac{2\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$B = \frac{2(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$B = \frac{2}{\sqrt{x}+2}$$

Vậy với $x \geq 0; x \neq 4$ thì $B = \frac{2}{\sqrt{x}+2}$.

b) Cho biểu thức $P = A.B$. Tìm các giá trị nguyên của x để $P \leq -1$.

Ta có: $P = A.B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{2}{\sqrt{x}+2} = \frac{2}{\sqrt{x}-2}$ ($x \geq 0, x \neq 4$).

Để $P \leq -1$ thì $\frac{2}{\sqrt{x}-2} \leq -1$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x}-2} + 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2+\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \leq 0$$

Vì $\sqrt{x} \geq 0 \forall x \geq 0, x \neq 4$ nên để $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \leq 0$ thì $\sqrt{x}-2 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 4$.

Kết hợp điều kiện $\Rightarrow 0 \leq x < 4$. Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Vậy để $P \leq -1$ thì $x \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Câu 3. (2.0 điểm)

Cách giải:

1. Một ô tô và một xe máy khởi hành cùng một lúc để đi từ A đến B với vận tốc mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB. Biết quãng đường AB dài 240 km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 20km/h nên ô tô đến B sớm hơn xe máy 2 giờ. Tính vận tốc mỗi xe.

Gọi vận tốc xe máy là x (km/h) (ĐK: $x > 0$).

Vì vận tốc ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 20 km/h nên vận tốc ô tô là $x + 20$ (km/h)

Thời gian xe máy đi hết quãng đường AB là $\frac{240}{x}$ (h)

Thời gian ô tô đi hết quãng đường AB là $\frac{240}{x+20}$ (h)

Do ô tô đến B sớm hơn xe máy 2 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{240}{x} - \frac{240}{x+20} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{240(x+20) - 240x}{x(x+20)} = \frac{2x(x+20)}{x(x+20)}$$

$$\Leftrightarrow 240(x+20) - 240x = 2x(x+20)$$

$$\Leftrightarrow 2400 = 2x^2 + 20x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 20x - 2400 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 1200 = 0$$

Ta có $\Delta' = 5^2 - (-1200) = 1225 > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\begin{cases} x_1 = -5 + \sqrt{1225} = 30 \text{ (tm)} \\ x_2 = -5 - \sqrt{1225} = -40 \text{ (ktm)} \end{cases}$

Vậy vận tốc xe máy là 30 km/h và vận tốc ô tô là 50 km/h.

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = -2x + m$ (với m là tham số). Tìm giá trị của tham số m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ thỏa mãn:

$$y_1 + y_2 + 3x_1x_2 = 1.$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P)

$$x^2 = -2x + m \Leftrightarrow x^2 + 2x - m = 0 \quad (1)$$

Để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt thì phương trình (1) phải có 2 nghiệm phân biệt

$$\Rightarrow \Delta' = 1^2 - 1 \cdot (-m) = m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1.$$

Vậy với $m > -1$ thì (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ với x_1, x_2 là nghiệm của (1) và $y_1 = x_1^2; y_2 = x_2^2$.

Khi đó áp dụng định lý Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1x_2 = -m \end{cases}$.

$$\text{Để } y_1 + y_2 + 3x_1x_2 = 1$$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 + 3x_1x_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (-2)^2 + 3(-m) = 1$$

$$\Leftrightarrow 4 - 3m = 1$$

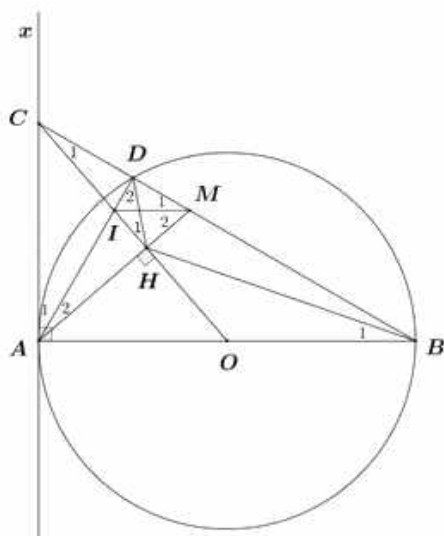
$$\Leftrightarrow m = 1 \text{ (tm)}$$

Vậy $m = 1$.

Câu 4: (3,0 điểm)

Cách giải:

Cho đường tròn $(O;R)$, đường kính AB . Kẻ Ax là tiếp tuyến của đường tròn tâm O . Trên tia Ax lấy điểm C ($C \neq A$), CB cắt đường tròn tại điểm D . Gọi I là giao điểm của OC và AD . Kẻ AH vuông góc với OC tại điểm H , AH cắt BC tại M .



a) Chứng minh tứ giác $DMHI$ nội tiếp đường tròn.

Ta có: $\angle ADB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle IDM = 90^\circ$.

$AH \perp OC$ tại $H \Rightarrow \angle IHM = 90^\circ$.

Xét tứ giác $DMHI$ có: $\angle IDM + \angle IHM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

$\Rightarrow DMHI$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng 180°).

b) Chứng minh $OH \cdot OC = R^2$ và $\triangle OHB$ đồng dạng $\triangle OBC$.

Ta có: $\angle BAC = 90^\circ$ (do Ax là tiếp tuyến của (O)) $\Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A .

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ABC vuông tại H , đường cao AH ta có:

$$OH \cdot OC = OA^2 = R^2 \text{ (đpcm)}$$

$$\text{Mặt khác } OB = R \Rightarrow OH \cdot OC = OB^2 \Rightarrow \frac{OH}{OB} = \frac{OB}{OC}.$$

Xét $\triangle OHB$ và $\triangle OBC$ có:

$\angle BOC$ chung

$$\frac{OH}{OB} = \frac{OB}{OC} \text{ (cmt)}$$

$\Rightarrow \triangle OHB \sim \triangle OBC$ (c.g.c) (đpcm).

c) Chứng minh $\frac{MD}{MB} = \frac{HD}{HB}$.

Vì $DMHI$ là tứ giác nội tiếp (theo câu a) nên $\angle M_1 = \angle H_1$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung DI).

Xét tứ giác AHDC có: $\angle AHC = \angle ADC = 90^\circ$, mà hai đỉnh H, D kề nhau cùng nhìn AC dưới các góc bằng nhau nên AHDC là tứ giác nội tiếp (dnhb).

$\Rightarrow \angle H_1 = \angle A_1$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CD).

Mặt khác: $\angle A_1 = \angle ABD$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AD)

$\Rightarrow \angle M_1 = \angle ABD$.

Mà 2 góc này ở vị trí hai góc đồng vị bằng nhau nên $MI \parallel AB$ (dnhb).

$\Rightarrow \angle M_2 = \angle HAB$ (hai góc so le trong bằng nhau).

Mà $\angle M_2 = \angle D_2$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HI)

$\Rightarrow \angle D_2 = \angle HAB$ (1).

Ta có: $\triangle OHB \sim \triangle OBC$ (cmt) $\Rightarrow \angle B_1 = \angle C_1$ (hai góc tương ứng).

Mà $\angle C_1 = \angle A_2$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung DH)

$\Rightarrow \angle B_1 = \angle A_2$ (2)

Xét $\triangle AHB$ và $\triangle DHA$ có:

$\angle B_1 = \angle A_2$ (theo (2)).

$\angle HAB = \angle D_2$ (theo (1))

$\Rightarrow \triangle AHB \sim \triangle DHA$ (g.g)

$\Rightarrow \angle AHB = \angle AHD$ (2 góc tương ứng)

$\Rightarrow 180^\circ - \angle AHB = 180^\circ - \angle AHD$

$\Rightarrow \angle BHM = \angle DHM$

$\Rightarrow HM$ là phân giác của góc BHD.

Áp dụng tính chất đường phân giác ta có: $\frac{MD}{MB} = \frac{HD}{HB}$ (dpcm).

Câu 5. (1.0 điểm)

Cách giải:

1. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên a thì biểu thức: $A = \frac{a^5}{120} + \frac{a^4}{12} + \frac{7a^3}{24} + \frac{5a^2}{12} + \frac{a}{5}$ cũng là một số tự nhiên.

$$\begin{aligned} A &= \frac{a^5}{120} + \frac{a^4}{12} + \frac{7a^3}{24} + \frac{5a^2}{12} + \frac{a}{5} \\ &= \frac{a}{120} (a^4 + 10a^3 + 35a^2 + 50a + 24) \\ &= \frac{a}{120} (a) \end{aligned}$$

2. Cho $a, b, c > 0$ và $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng: $\frac{a}{b^3 + ab} + \frac{b}{c^3 + bc} + \frac{c}{a^3 + ca} \geq \frac{3}{2}$.

Câu 1 (2,0 điểm)**Cách giải:**1) Giải phương trình $x^2 + 8x + 15 = 0$.Ta có $\Delta' = 4^2 - 1.15 = 1 > 0$ phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-4 + \sqrt{1}}{1} = -3 \\ x_2 = \frac{-4 - \sqrt{1}}{1} = -5 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-5; -3\}$.2) Giải phương trình $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.Đặt $x^2 = t$ ($t \geq 0$) phương trình trở thành $t^2 - 3t - 4 = 0$.Ta có $\Delta = (-3)^2 - 4.1.(-4) = 9 + 16 = 25 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} t_1 = \frac{3 - \sqrt{25}}{2.1} = -1 \quad (ktm) \\ t_2 = \frac{3 + \sqrt{25}}{2.1} = 4 \quad (tm) \end{cases}$$

Trở lại phép đặt ta có: $t = 4 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$ Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{2; -2\}$.3) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$.

Cộng vế với vế ta được:

$$\begin{cases} 3x = 15 \\ x - 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x - 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ -3y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (5; 1)$.**Bài 2. (0,75 điểm)****Cách giải:**Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} - \frac{1}{3}\sqrt{18}$.

Ta có:

$$A = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} - \frac{1}{3}\sqrt{18}$$

$$A = |\sqrt{2}-1| - \frac{1}{3}\sqrt{3^2 \cdot 2}$$

$$A = \sqrt{2}-1 - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \sqrt{2} \quad (\text{do } \sqrt{2}-1 > 0)$$

$$A = \sqrt{2}-1 - \sqrt{2}$$

$$A = -1$$

Vậy $A = -1$.

Bài 4. (1,75 điểm)

1) Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn (không có nước) sau 40 phút thì đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất chảy trong 15 phút rồi khóa lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 20 phút thì lúc này lượng nước trong bể chiếm $\frac{5}{12}$ thể tích của bể nước. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì thời gian để mỗi vòi chảy đầy bể là bao lâu?

Gọi hai vòi chảy riêng đầy bể lần lượt là x, y (phút, $x, y > 40$)

Mỗi giờ vòi thứ nhất chảy một mình được $\frac{1}{x}$ (bể), vòi thứ hai chảy một mình được $\frac{1}{y}$ (bể)

Vì 2 vòi cùng chảy vào bể sau 40 phút thì đầy bể nên ta có:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{40} \quad (1)$$

Vì nếu mở vòi thứ nhất chảy trong 15 phút rồi khóa lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 20 phút thì lúc này lượng nước trong bể chiếm $\frac{5}{12}$ thể tích của bể nước nên ta có:

$$\frac{15}{x} + \frac{20}{y} = \frac{5}{12} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{40} \\ \frac{15}{x} + \frac{20}{y} = \frac{5}{12} \end{cases}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \frac{1}{x} \\ v = \frac{1}{y} \end{cases}, \text{ hệ phương trình trở thành } \begin{cases} u + v = \frac{1}{40} \\ 15u + 20v = \frac{5}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15u + 15v = \frac{3}{8} \\ 15u + 20v = \frac{5}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5v = \frac{1}{24} \\ u = \frac{1}{40} - v \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v = \frac{1}{120} \\ u = \frac{1}{60} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{60} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{120} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 120 \end{cases} \quad (TM).$$

Vậy vòi 1 chảy một mình đầy bể trong 60 phút, vòi 2 chảy một mình đầy bể trong 120 phút.

2) Một hình nón có bán kính đáy $r = 6\text{cm}$, độ dài đường sinh $l = 10\text{cm}$. Tính thể tích của hình nón đó.

Gọi h là đường cao của hình nón.

$$\text{Ta có: } r^2 + h^2 = l^2 \Leftrightarrow 6^2 + h^2 = 10^2 \Leftrightarrow h^2 = 64 \Leftrightarrow h = 8 \text{ (cm)}.$$

$$\text{Thể tích của hình nón là: } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

$$\text{Vậy thể tích của hình nón là: } 96\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Câu 3.

1) *Vẽ đồ thị hàm số $y = -2x^2$.*

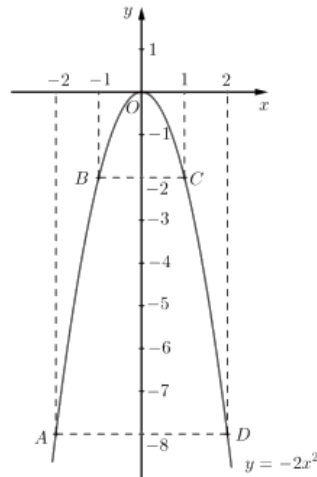
Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = -2x^2$	-8	-2	0	-2	-8

\Rightarrow Đồ thị hàm số là đường cong parabol đi qua các điểm $O(0;0)$; $A(-2;-8)$; $B(-1;-2)$; $C(1;-2)$; $D(2;-8)$

Hệ số $a = -2 < 0$ nên parabol có bề cong hướng xuống. Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.

Ta vẽ được đồ thị hàm số $y = -2x^2$ như sau:



2) *Tìm tham số thực m để đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và đường thẳng $y = x - m$ có điểm chung.*

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và đường thẳng $y = x - m$, ta có:

$$-2x^2 = x - m \Leftrightarrow -2x^2 - x + m = 0$$

Để đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và đường thẳng $y = x - m$ có điểm chung thì phương trình $-2x^2 - x + m = 0$ phải có nghiệm.

$$\Leftrightarrow \Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot m = 1 + 8m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{-1}{8}$$

Vậy $m \geq \frac{-1}{8}$ thì đồ thị hàm số $y = -2x^2$ và đường thẳng $y = x - m$ có điểm chung.

3) Cho phương trình $3x^2 + 5x - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị biểu thức $T = 6x_1 - 7x_1x_2 + 6x_2$.

Vi phương trình có hai nghiệm phân biệt nên theo hệ thức Viet ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{5}{3} \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

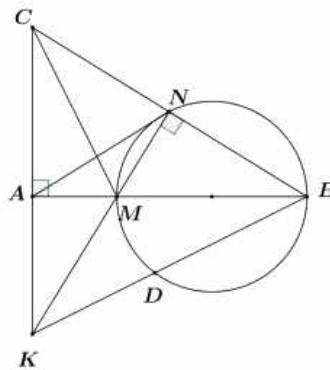
Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} T &= 6x_1 - 7x_1x_2 + 6x_2 \\ &= 6(x_1 + x_2) - 7x_1x_2 \\ &= 6 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) - 7 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \\ &= -\frac{23}{3} \end{aligned}$$

Vậy $T = -\frac{23}{3}$.

Câu 5: Cho tam giác ABC vuông tại A , trên cạnh AB lấy điểm M (M khác A , M khác B). Từ điểm M vẽ đường thẳng MN vuông góc với BC (N thuộc BC), đường thẳng MN cắt đường thẳng AC tại K .

Cách giải:



1) Chứng minh tứ giác $AMNC$ nội tiếp.

Xét tứ giác $AMNC$ có:

$$\angle CAM = 90^\circ \text{ (} \triangle ABC \text{ vuông tại } A \text{)}$$

$$\angle CNM = 90^\circ \text{ (do } MN \perp AC \text{)}$$

$$\Rightarrow \angle CAM + \angle CNM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Suy ra tứ giác $AMNC$ nội tiếp. (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°).

2) Chứng minh $\angle ABK = \angle ACM$.

Vì $AMNC$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle ACM = \angle ANM$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AM) (1)

Xét tứ giác $ANBK$ có: $\angle KAB = \angle KNB = 90^\circ$ (gt)

Mà hai góc này ở vị trí hai góc kề nhau cùng chắn BK .

\Rightarrow ANBK là tứ giác nội tiếp (dnhb)

$\Rightarrow \angle ABK = \angle ANK = \angle ANM$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AK) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle ABK = \angle ACM$ (dpcm).

3) Đoạn thẳng BK cắt đường tròn đường kính BM tại điểm D (D khác B). Gọi I là tâm và r là bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác BKC. Chứng minh $\frac{1}{r} = \frac{1}{KN} + \frac{1}{CD} + \frac{1}{AB}$.

3) Đoạn thẳng BK cắt đường tròn đường kính BM tại điểm D (D khác B). Gọi I là tâm và r là bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác BKC. Chứng minh $\frac{1}{r} = \frac{1}{KN} + \frac{1}{CD} + \frac{1}{AB}$.

Ta có: $\begin{cases} KN \perp BC \\ AB \perp CK \\ KN \cap AB = \{M\} \end{cases} \Rightarrow M$ là trực tâm tam giác BCK.

$\Rightarrow CM$ là đường cao thứ ba của tam giác BCK $\Rightarrow CM \perp BK$.

Mà $\angle MDB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow MD \perp BD \Rightarrow MD \perp BK$

$\Rightarrow C, M, D$ thẳng hàng.

Gọi X, Y, Z lần lượt là hình chiếu vuông góc của I trên BK, BC, CK.

Ta có:

$$\begin{aligned} S_{\Delta BCK} &= S_{\Delta IBK} + S_{\Delta IBC} + S_{\Delta ICK} \\ &= \frac{1}{2}(IX \cdot BK + IY \cdot BC + IZ \cdot CK) \\ &= r \cdot \frac{BK + BC + CK}{2} \end{aligned}$$

Mặt khác:

$$\begin{aligned} S_{\Delta BCK} &= \frac{1}{2} CD \cdot BK = \frac{1}{2} KN \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot CK \\ \Rightarrow BK &= \frac{2S_{\Delta BCK}}{CD}, BC = \frac{2S_{\Delta BCK}}{KN}, CK = \frac{2S_{\Delta BCK}}{AB} \end{aligned}$$

Do đó ta có:

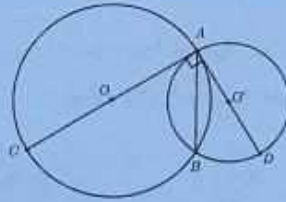
$$\begin{aligned} S_{\Delta BCK} &= r \cdot \frac{\frac{2S_{\Delta BCK}}{CD} + \frac{2S_{\Delta BCK}}{KN} + \frac{2S_{\Delta BCK}}{AB}}{2} \\ \Rightarrow S_{\Delta BCK} &= r \cdot \frac{2S_{\Delta BCK} \left(\frac{1}{CD} + \frac{1}{KN} + \frac{1}{AB} \right)}{2} \\ \Rightarrow 1 &= r \cdot \left(\frac{1}{CD} + \frac{1}{KN} + \frac{1}{AB} \right) \\ \Leftrightarrow \frac{1}{r} &= \frac{1}{CD} + \frac{1}{KN} + \frac{1}{AB} \text{ (dpcm)}. \end{aligned}$$

Thí sinh làm bài (cả phần trắc nghiệm khách quan và tự luận) vào tờ giấy thi

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (3,0 điểm)

- Câu 1. Cho $\sqrt{x} = 6$, giá trị của x bằng
A. 3. B. 12. C. 36. D. 6.
- Câu 2. Hàm số nào dưới đây là hàm số bậc nhất đồng biến trên \mathbb{R} ?
A. $y = -2x + 1$. B. $y = 5x + 2$. C. $y = -\frac{1}{3}x + 2$. D. $y = x^2$.
- Câu 3. Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x - y = 11 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ là
A. $(6; 1)$. B. $(-6; -1)$. C. $(1; 6)$. D. $(6; -1)$.
- Câu 4. Điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = 3x^2$ và có hoành độ bằng 2. Tung độ của điểm M bằng
A. 12. B. 6. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.
- Câu 5. Cho phương trình $x^2 - 2x - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Giá trị của $x_1 + x_2$ bằng
A. 5. B. 2. C. -2. D. -5.
- Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 10$ và $\sin \widehat{ABC} = \frac{3}{5}$. Độ dài cạnh AC bằng
A. 8. B. $\frac{50}{3}$. C. $\frac{25}{2}$. D. 6.
- Câu 7. Giá trị của tham số m để đồ thị của các hàm số $y = 2x + 6$ và $y = 3x + m + 1$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung bằng
A. -10. B. -5. C. 5. D. 1.
- Câu 8. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + 4 = 0$ có nghiệm kép?
A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.
- Câu 9. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH , biết $BH = 16$ và $HC = 9$. Độ dài cạnh AB bằng
A. 16. B. 25. C. 20. D. 12.
- Câu 10. Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ và thỏa mãn $MO = 2R$, kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là hai tiếp điểm). Số đo góc \widehat{AMB} bằng
A. 30° . B. 45° . C. 75° . D. 60° .
- Câu 11. Một tổ công nhân theo kế hoạch phải sản xuất 140 sản phẩm trong thời gian nhất định, mỗi ngày sản xuất số sản phẩm như nhau. Thực tế mỗi ngày tổ công nhân làm thêm được 8 sản phẩm so với kế hoạch nên hoàn thành kế hoạch sớm hơn 2 ngày. Số sản phẩm phải sản xuất mỗi ngày theo kế hoạch của tổ công nhân là
A. 20. B. 14. C. 28. D. 10.

Câu 12. Cho hai đường tròn $(O;4)$ và $(O';3)$ cắt nhau tại hai điểm A, B . Gọi AC, AD lần lượt là các đường kính của (O) và (O') sao cho AC, AD vuông góc với nhau như hình vẽ.



Độ dài BC bằng

A. $\frac{36}{5}$

B. $\frac{16}{5}$

C. 6.

D. $\frac{32}{5}$

PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 1 (1,5 điểm).

Cho hai biểu thức $A = \frac{5\sqrt{a}+4}{\sqrt{a}-1}$ và $B = \left(\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{1-\sqrt{a}}\right) \cdot \frac{\sqrt{a}-a}{\sqrt{a}-2}$, với $a > 0, a \neq 1, a \neq 4$.

- Tính giá trị của biểu thức A khi $a = 16$.
- Rút gọn biểu thức B .
- Tim các giá trị nguyên của a để $AB < 0$.

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Cho parabol $(P): y = ax^2$. Tim giá trị của a để (P) đi qua điểm $M(1;2)$. Với a tìm được, tim tọa độ các giao điểm của (P) và đường thẳng $(d): y = 3x - 1$.

b) Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = 5m + 15 \\ x + y = 3m + 9 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$. Tim giá trị của tham số m để biểu thức $Q = xy - 2x - 1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3 (3,0 điểm). Cho đường tròn $(O; R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Lấy điểm M trên cung nhỏ AC (M khác A và C). Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của AB với MC và MD .

- Chứng minh rằng tứ giác $OMPD$ nội tiếp.
- Gọi I, J lần lượt là giao điểm của MB với CA và CD . Chứng minh rằng $BJ \cdot BM = 2R^2$.
- Chứng minh rằng tam giác AQI vuông cân.
- Xác định vị trí điểm M để tam giác MQJ có diện tích lớn nhất.

Câu 4 (0,5 điểm). Giải phương trình: $8x^2 - 13x + 11 = \frac{2}{x} + \left(1 + \frac{3}{x}\right)\sqrt{3x^2 - 2}$.

.....Hết.....

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề thi môn: Toán (Chung)
Thời gian làm bài thi: 120 phút
Ngày thi: 06/06/2023

Câu 1 (2,5 điểm):

a) Giải phương trình $x^2 - 5x + 4 = 0$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

c) Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{20} - 3\sqrt{45} + \frac{\sqrt{55}}{\sqrt{11}}$.

Câu 2 (2,0 điểm):

Cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3x - m$ (với m là tham số).

a) Vẽ parabol (P) .

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $5(x_1 + x_2) = 1 - (x_1 x_2)^2$.

Câu 3 (1,5 điểm):

a) Ông A có một mảnh đất hình chữ nhật, chiều dài hơn chiều rộng 15m. Ông A quyết định bán đi một phần mảnh đất đó. Mảnh đất còn lại sau khi bán vẫn là hình chữ nhật, nhưng so với lúc đầu thì chiều rộng đã giảm 5m, chiều dài không đổi và diện tích là $300m^2$. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất lúc đầu.

b) Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 2x + 4} + (x - 1)(x + 3) + 1 = 0$.

Câu 4 (3,5 điểm):

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) ($AB < AC$). Các đường cao BD, CE cắt nhau tại H .

a) Chứng minh tứ giác $ADHE$ nội tiếp.

b) Đường thẳng ED cắt tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) tại K và cắt đường tròn (O) tại M, N (M nằm giữa D và K). So sánh \widehat{KNC} với \widehat{KCM} và chứng minh $KC^2 = KM \cdot KN$.

c) Kẻ đường kính AQ của đường tròn (O) cắt MN tại P . Chứng minh $QM = QN$.

d) Gọi F, I lần lượt là giao điểm của hai tia AH, HQ với BC . Chứng minh $\frac{S_{HDE}}{S_{ABC}} > \frac{DE^2}{3BC^2}$.

Câu 5 (0,5 điểm):

Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $a + b^3 = 29$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a^2 + b^4 - 19$.

HẾT