

Tính toán với Vector trong CASIO fx-580VNX

Diễn đàn toán Casio¹

Tóm tắt

Ở bộ tài liệu này chúng tôi đưa ra những hướng dẫn cụ thể từ dễ tới khó về phương thức Vector trong máy tính Casio fx580VNX. Từ đó giúp các học sinh giải quyết những bài toán về hình học Oxyz và những bài toán về phương pháp tọa độ trong không gian một cách dễ dàng và nhanh chóng hơn.

Từ khoá

Vector - Hình học không gian - Hình học giải tích Oxyz - CASIO fx-580VNX - Hình học



¹ Chuyên trang chia sẻ tài liệu, kinh nghiệm ứng dụng giải toán trên máy tính cầm tay bao gồm: Giải toán SGK; Tuyển sinh 10; Luyện thi THPT QG và HSG MTCT.

*Website: <http://diendanmaytinhcamtay.vn>

*Facebook: <https://www.facebook.com/DienDanToanCasio/>

*Youtube: <https://www.youtube.com/channel/UCS8C4tPbCJDQWI7-DpoMwZg>

Mục lục



1	Sơ lược về phương thức Vector trên máy tính Casio fx580VNX	1
2	Tính toán cơ bản trên phương thức Vector 2	
3	Các bài toán với ba vectơ-tích Vector kép	4
3.1	Tính toán Vector thông thường	4
3.2	Tích Vector kép	4
4	Các bài toán với bốn Vector	7
4.1	Đường thẳng đi qua A và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2	7
4.2	Góc tạo bởi hai mặt phẳng	7
5	Sử dụng Vector đơn vị	8
5.1	Về tính năng Unit Vector (Vector đơn vị)	8
5.2	Ứng dụng Vector đơn vị để giải quyết một số bài toán hình học tọa độ	9
6	Sử dụng góc giữa 2 Vector	11
6.1	Về tính năng Angle	11
6.2	Ứng dụng góc giữa 2 Vector để giải quyết một số bài toán hình học tọa độ	11
7	Tính toán tổng hợp với  	13
8	Sử dụng phương thức Vector để tính toán một số bài toán trong đề thi đại học	15

9 Giải quyết một số bài toán trong đề thi tham khảo 2019 bằng phương thức Vector 17

Giới thiệu

Ở bộ tài liệu này chúng tôi đưa ra những hướng dẫn cụ thể từ dễ tới khó về phương thức Vector trong máy tính Casio fx580VNX. Từ đó giúp các học sinh giải quyết những bài toán về hình học Oxyz và những bài toán về phương pháp tọa độ trong không gian một cách dễ dàng và nhanh chóng hơn.

1. Sơ lược về phương thức Vector trên máy tính Casio fx580VNX

Phương thức Vector là phương thức được dùng để tính toán Vector 2 và 3 chiều. Để truy cập vào phương thức Vector chúng ta bấm  

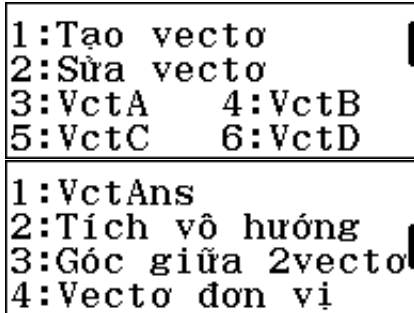
```
Tạo vecto
1:VctA   2:VctB
3:VctC   4:VctD
```

Với các dòng máy tính Casio fx-570VN PLUS chúng ta đã biết chúng có thể xử lý tối đa 3 Vector đồng thời. Còn ưu thế của dòng máy tính này đó

là Casio fx-580VNX có thể xử lý bốn Vector đồng thời.

Lưu ý 1.1. Việc nhập và gọi các Vector: $VctA$, $VctB$, $VctC$, $VctD$ khác hoàn toàn với máy tính Casio FX 570VN Plus. Nếu các bạn gặp khó khăn trong việc nhập các Vector thì có thể truy cập [Diễn đàn toán Casio để xem thêm](#).¹

Khi đã nhập xong các Vector ta bấm **AC** **OPTN**



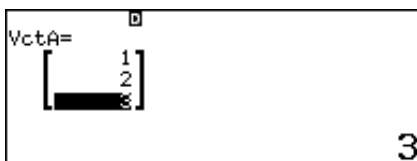
Từ đây ta có thể tính toán trên các Vector, gọi lại kết quả của phép tính Vector thông qua $VctAns$, hoặc thực hiện phép tính tích vô hướng thông qua “Dot Product (Tích vô hướng)” như đối với các máy tính thế hệ trước. Ngoài ra CASIO fx-580VNX bổ sung hai tính năng mới đó là tính góc tạo bởi hai Vector và Vector đơn vị.

2. Tính toán cơ bản trên phương thức Vector

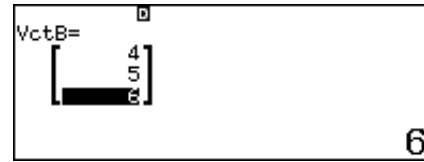
Ở phần này chúng tôi hướng dẫn cách tính toán 1 số phép tính căn bản trên Vector như tổng, hiệu, tích có hướng, tích vô hướng các Vector, đồng thời đưa ra một số ví dụ để bạn đọc có thể thực hành.

Giả sử ta có 2 Vector $\vec{a} = (1; 2; 3)$; $\vec{b} = (4; 5; 6)$, muốn tính tổng, hiệu, tích có hướng, tích vô hướng ta làm theo các bước sau:

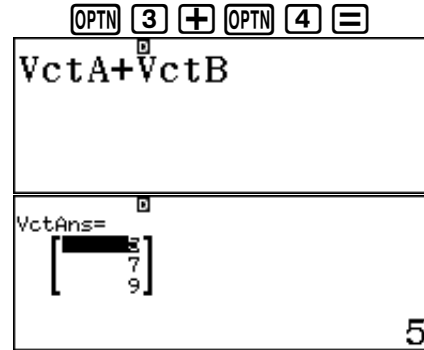
- i. Nhập 2 Vector vào máy tính (nhớ reset máy tính trước khi nhập **SHIFT** **9** **3** **=** **=**):



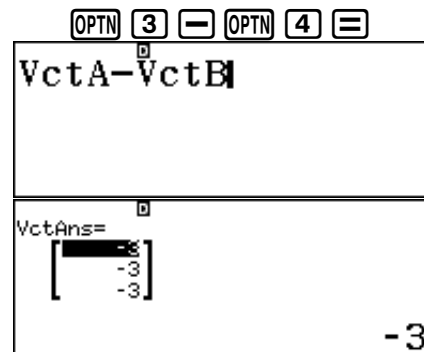
¹<https://www.youtube.com/watch?v=Kd5YZ5I1p5A>



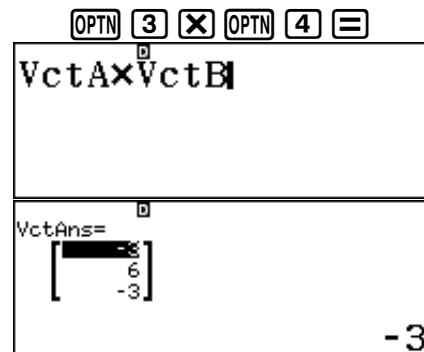
- ii. Để tính tổng 2 Vector: **AC** xóa màn hình,



- iii. Để tính hiệu 2 Vector: **AC** xóa màn hình

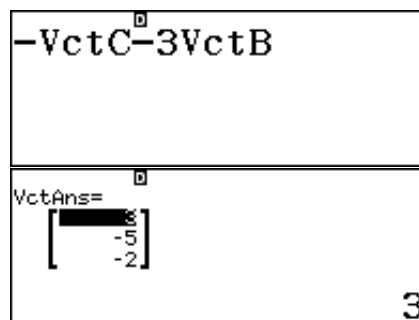
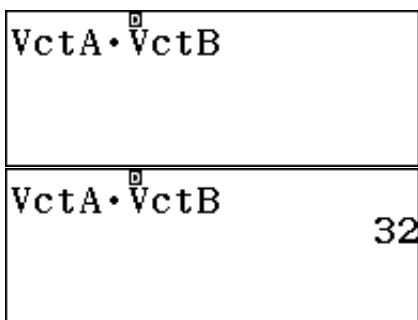


- iv. Tính tích có hướng 2 Vector: **AC** xóa màn hình



- v. Tính tích vô hướng 2 Vector: **AC** xóa màn hình



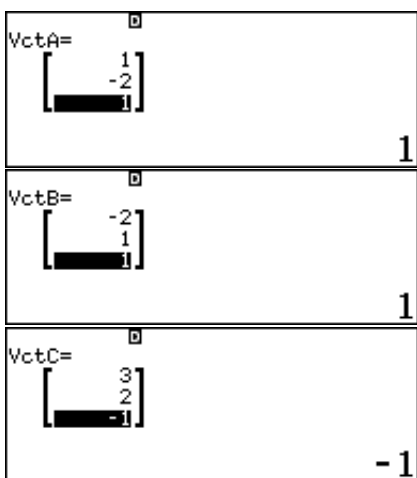


Ví dụ 2.1. Trong hệ tọa độ Oxy cho $\vec{a} = (1; -2; 1)$, $\vec{b} = (-2; 1; 1)$, $\vec{c} = (3; 2; -1)$.

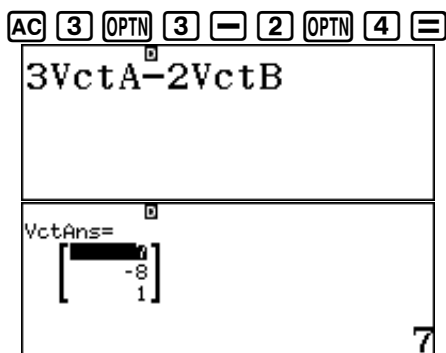
a. Tìm tọa độ các Vector $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$; $\vec{v} = -\vec{c} - 3\vec{b}$; $\vec{w} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$.

b. Tính $[\vec{a}, \vec{b}]$; $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Hướng dẫn. Ta nhập 3 Vector vào máy tính (nhớ reset trước khi nhập)



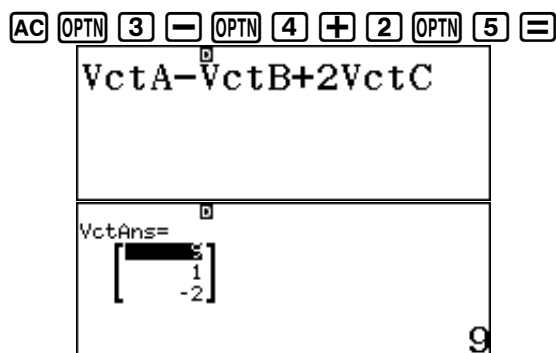
Tính Vector $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$



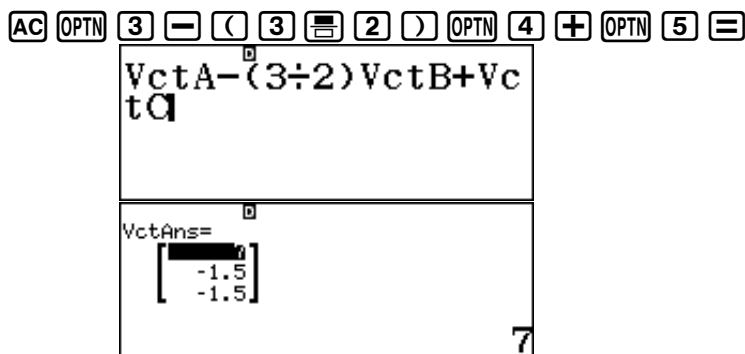
Tính Vector $\vec{v} = -\vec{c} - 3\vec{b}$



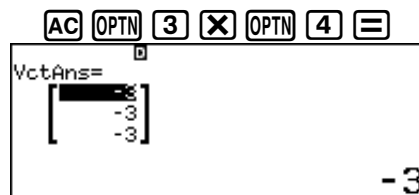
Tính Vector $\vec{w} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$



Tính Vector $\vec{x} = \vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b} + \vec{c}$



Tính tích có hướng $[\vec{a}, \vec{b}]$



Tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$



$$\text{VctA} \cdot \text{VctB} = -3$$

□

3. Các bài toán với ba vectơ-tích Vector kép

3.1 Tính toán Vector thông thường

Câu 3.1. Cho bốn điểm

$$A(1;0;1), B(2;2;2), C(5;2;1), D(4;3;-2)$$

Tìm thể tích tứ diện ABCD:

- A. 6. B. 12. C. 24. D. 4.

Hướng dẫn. Nhập 3 Vector

Thực hiện phép tính: $\frac{1}{6} | [\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} |$

$$1 \downarrow 6 \text{Abs}((\text{VctA} \times \text{VctB}) \cdot \text{VctC}) = 4$$

Do đó ta chọn D. □

Câu 3.2. Trong không gian Oxyz cho ba điểm

$$A(1;0;0), B(0;0;1), C(2;1;1)$$

Diện tích tam giác ABC bằng:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. 2.

Hướng dẫn. Nhập hai Vector

Diện tích: Thực hiện phép tính $\frac{1}{2} | [\vec{AB}, \vec{AC}] |$

$$1 \downarrow 2 \text{Abs}(\text{VctA} \times \text{VctB}) = 1.224744871$$

Kết quả ra có vẻ lẻ, nên ta bấm **MENU** **1** để ra phương thức tính toán rồi thực hiện $\sqrt{\text{Ans}}$ **Ans** x^2 **=**

$$\sqrt{\text{Ans}^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Do đó ta chọn C. □

3.2 Tích Vector kép

Việc dung tích hỗn hợp của ba Vector để tính thể tích khối hộp, khối tứ diện, khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau đã thành vấn đề phổ biến, ở đây chúng tôi giới thiệu tích Vector kép.

Câu 3.3. Trong không gian Oxyz cho hai điểm

$$A(-3;-2;6); B(-2;4;4)$$

Viết phương trình đường cao kẻ từ O của tam giác OAB.

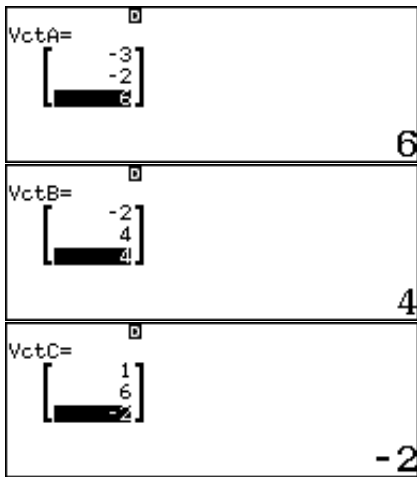
Hướng dẫn. Xét ba Vector

$$\vec{OA} = (-3;-2;6); \vec{OB} = (-2;4;4); \vec{AB} = (1;6;-2)$$

Khi đó tích Vector kép

$$(\vec{OA} \times \vec{OB}) \times \vec{AB}$$

Là Vector chỉ phương của đường cao OH. Thực hiện trên máy tính:



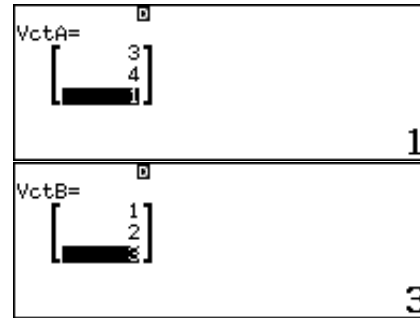
Hướng dẫn . Xét hai Vector

$$\vec{d} = (3;4;1), \vec{n} = (1;2;3)$$

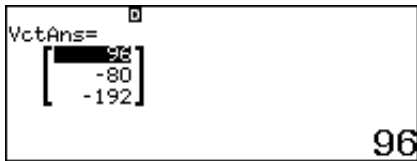
Khi đó tích Vector kép

$$\vec{v} = (\vec{d} \times \vec{n}) \times \vec{n}$$

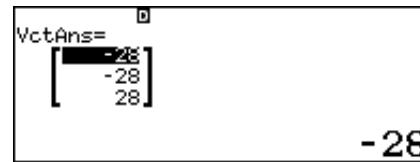
Là Vector chỉ phương của đường thẳng cần tìm. Thực hiện trên máy tính:



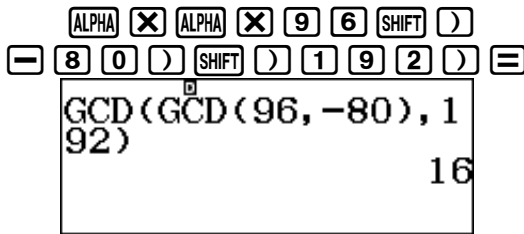
AC xóa màn hình, **OPTN** **3** **X** **OPTN** **4** **X** **OPTN** **5** **=**



AC xóa màn hình, **OPTN** **3** **X** **OPTN** **4** **X** **OPTN** **4** **=**



Sau đó ta giản ước Vector bằng cách sử dụng GCD:

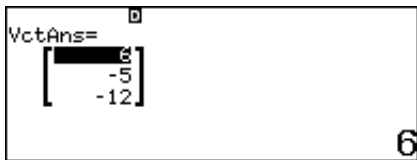


Vậy $\vec{v} = (1;1;-1)$

Giao điểm của đường thẳng $\frac{x-2}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $x+2y+3z+13=0$ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 4x - 3y = 14 \\ y - z = -6 \\ x + 2y + 3z = -13 \end{cases} \quad (2)$$

Sau đó bấm **OPTN** **1** **÷** **1** **6** **=**

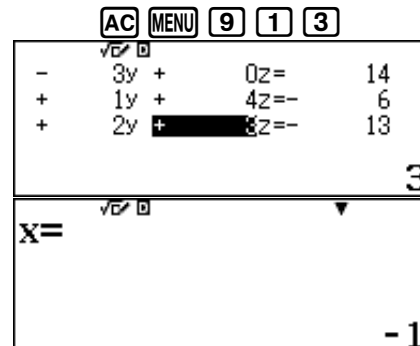


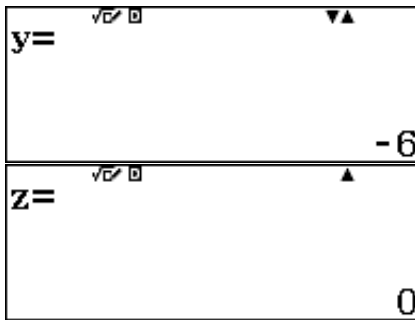
Vậy phương trình đường cao OH của tam giác OAB là

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{-5} = \frac{z}{-12} \quad (1)$$

□

Câu 3.4. Tìm hình chiếu vuông góc của đường thẳng $\frac{x-2}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{1}$ lên mặt phẳng $x+2y+3z+13=0$.





Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y+6}{1} = \frac{z}{-1} \quad (3)$$

□

Câu 3.5. Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng

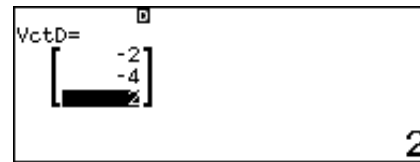
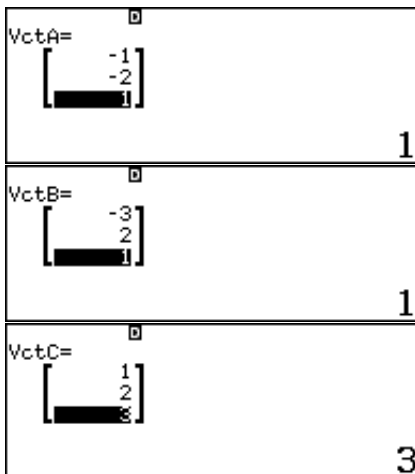
$$d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}; d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$$

Và mặt phẳng (P) : $x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là:

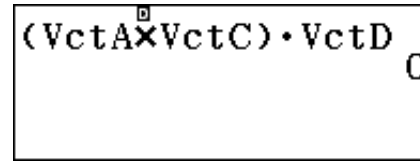
- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$
- B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$
- C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$
- D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$

Hướng dẫn. Ở bài này chúng tôi giải bằng 2 cách cho bạn đọc dễ tiếp cận

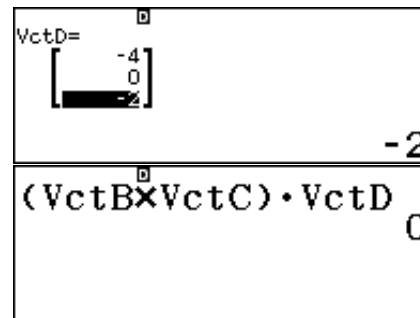
Cách 1. Thử đáp án Nhập bốn Vector sau đây vào máy tính



Thử phương án A:



Suy ra d_1 cắt d_A . Ta sửa lại Vector VctD



Suy ra d_2 cắt d_A . Vậy chọn A.²

Cách 2. Giải bằng phương pháp tự luận

Gọi

$$M(3-t, 3-2t, -2+t); N(5-3u, -1+2u, 2+u) \quad (4)$$

lần lượt là giao điểm của d với d_1 và d_2 .

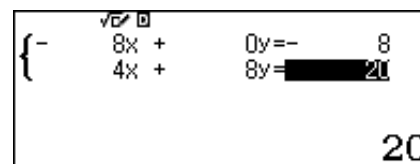
$$\overrightarrow{MN} = (2-3u+t, -4+2u+2t, 4+u-t)$$

Theo đề bài ta có:

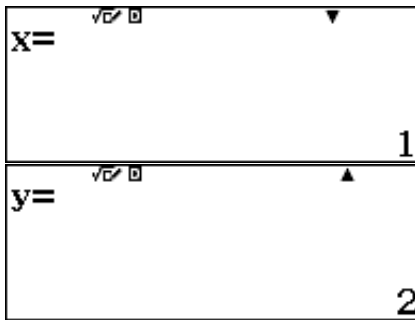
$$\frac{2-3u+t}{1} = \frac{-4+2u+2t}{2} = \frac{4+u-t}{3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4-6u+2t = -4+2u+2t \\ -12+6u+6t = 8+2u-2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8x = -8 \\ 4x+8y = 20 \end{cases}$$

Bấm hệ:



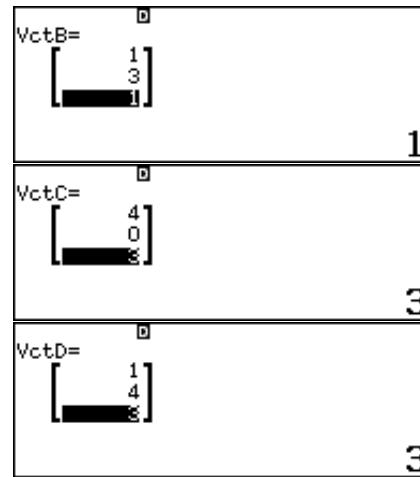
²Nếu phép thử (A) sai thì thử tiếp phương án B.



Với $t = 2$ ta có $M(1; -1; 0)$. Phương trình chính tắc của d là:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3} \quad (5)$$

□



Sau đó tính tích các Vector

4. Các bài toán với bốn Vector

4.1 Đường thẳng đi qua A và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2

Câu 4.1. Trong không gian với hệ trục tọa độ Đề các vuông góc $Oxyz$ cho điểm $A(1; 2; 3)$ và hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{1}; d_2 \begin{cases} x = 4t \\ y = -2 \\ z = 3t \end{cases} \quad (6)$$

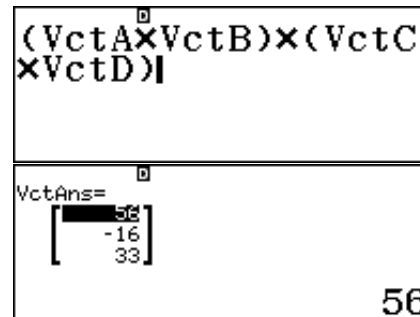
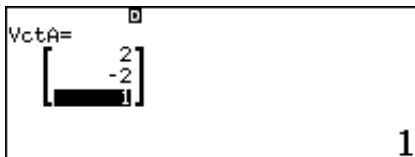
Viết phương trình đường thẳng đi qua A và cắt hai đường thẳng $d_1; d_2$.

Hướng dẫn. Đường thẳng cần tìm là giao tuyến của hai mặt phẳng $mp(A, d_1)$ (với cặp Vector chỉ phương là $\vec{a} = (2; -2; 1); \vec{BA} = (1; 3; 1)$) và (A, d_2) (với cặp Vector chỉ phương là $\vec{b} = (4; 0; 3); \vec{CA} = (1; 4; 3)$).

Vector chỉ phương của đường thẳng cần tìm là

$$(\vec{a} \times \vec{BA}) \times (\vec{b} \times \vec{CA})$$

Ta nhập 4 Vector A, B, C, D



Đáp số: $\frac{x-1}{56} = \frac{y-2}{-16} = \frac{z-3}{33}$

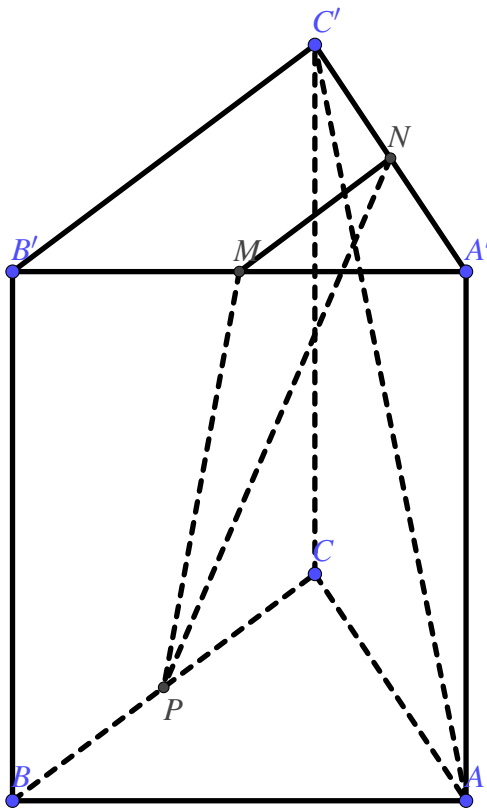
□

4.2 Góc tạo bởi hai mặt phẳng

Câu 4.2. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2\sqrt{3}$ và . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B', A'C'$ và BC (tham khảo hình vẽ). Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng

A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$
B. $\frac{\sqrt{13}}{65}$

C. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$
D. $\frac{18\sqrt{13}}{65}$



Hướng dẫn. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O \equiv P$, trục hoành BC , chiều dương theo chiều Vector \vec{PB} , trục tung PA , chiều dương theo chiều \vec{PA} , trục Pz hướng lên trên. Khi đó:

$$A(0;3;0), B'(\sqrt{3};0;2),$$

$$C'(-\sqrt{3};0;2), M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 2\right)$$

Xét bốn Vector:

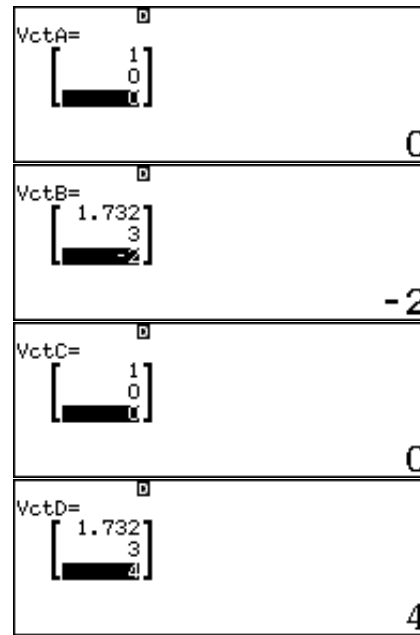
$$\vec{B'C'} = \vec{BC} // \vec{i} = (1;0;0)$$

$$\vec{C'A} = (\sqrt{3};3;-2)$$

$$\vec{MN} // \vec{i} = (1;0;0)$$

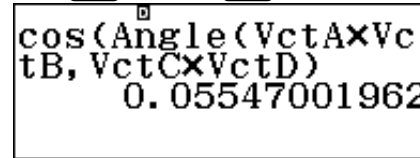
$$\vec{PM} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{3}{2}; 2\right) // \vec{u} = (\sqrt{3};3;4)$$

Bắt đầu nhập 4 Vector



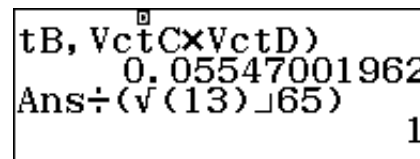
Tính cos của góc tạo bởi hai mặt phẳng

AC cos OPTN ∇ 3 OPTN 3 X OPTN 4 SHIFT)
OPTN 5 X OPTN 6 =



Vì bốn phương án đều là bội của $\frac{\sqrt{13}}{65}$ nên ta chia

M cho $\frac{\sqrt{13}}{65}$



Vậy ta chọn B. □

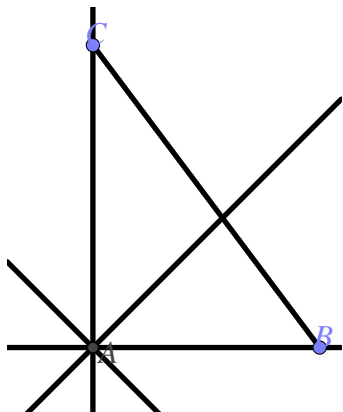
Lưu ý 4.3. Đây cũng là ưu thế của máy tính Casio fx-580VNX xử lý đồng thời 4 Vector.

5. Sử dụng Vector đơn vị

5.1 Về tính năng Unit Vector (Vector đơn vị)

Tính năng Vector đơn vị là Vector cho phép người dùng tính ra kết quả của phép tính $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$ trong một

phím bấm. Điều này có thể giúp ta thao tác Vector trên Casio fx-580VNX nhanh chóng hơn bản Casio fx-570VN plus tiền nhiệm. Chẳng hạn như việc tìm Vector đơn vị, hay tìm Vector đường phân giác của tam giác.



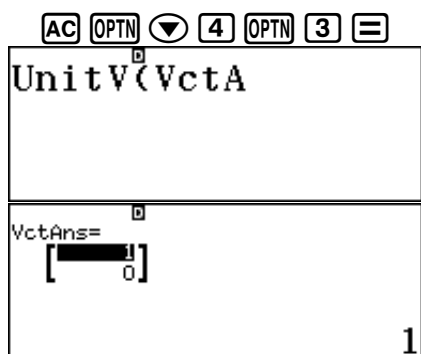
Ví dụ 5.1. Trong không gian Oxy, cho ba điểm

$$A(0;0), B(3;0), C(0;4)$$

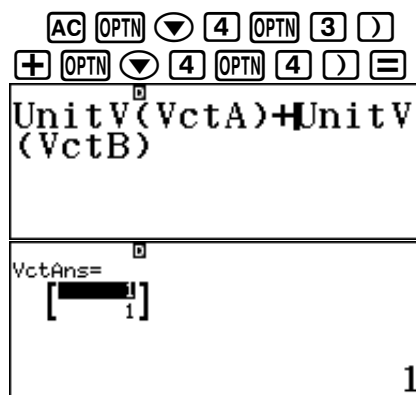
Khi đó, ta có $\vec{AB} = (3;0)$, $\vec{AC} = (0;4)$ Ta nhập 2 Vector vào máy tính



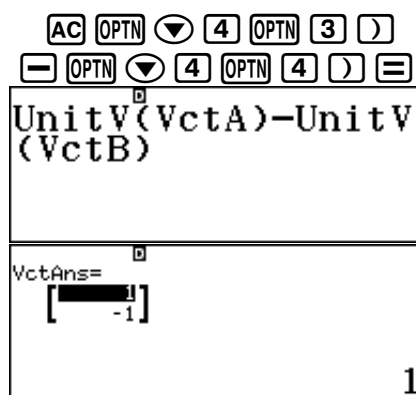
i. Muốn tìm Vector đơn vị của \vec{AB} ta nhấn



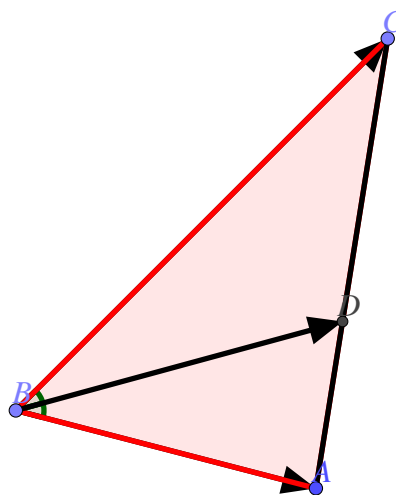
ii. Muốn tìm Vector chỉ phương đường phân giác trong góc A của tam giác ABC ta nhấn



iii. Muốn tìm Vector chỉ phương đường phân giác ngoài góc A của tam giác ABC ta nhấn



5.2 Ứng dụng Vector đơn vị để giải quyết một số bài toán hình học tọa độ

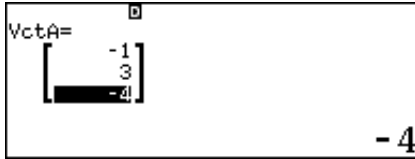


Câu 5.2. Trong không gian Oxyz cho ba điểm

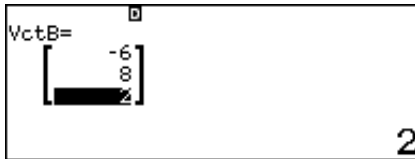
$$A(1;2;-1); B(2;-1;3); C(-4;7;5)$$

Viết phương trình đường phân giác trong góc B của tam giác ABC.

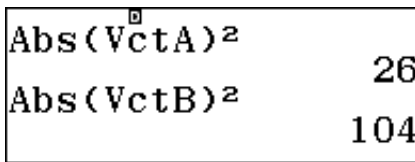
Hướng dẫn. Nhập Vector $\vec{BA} = (-1; 3; -4)$



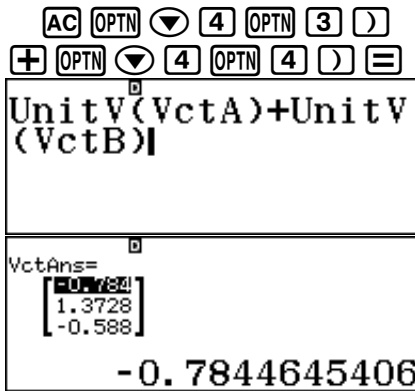
Nhập Vector $\vec{BC} = (-6; 8; 2)$



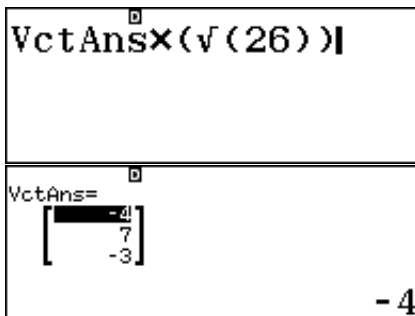
Ướm thử độ dài mỗi Vector:



Vector chỉ phương của đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là:



Sau đó ta làm tròn Vector



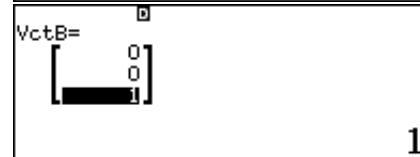
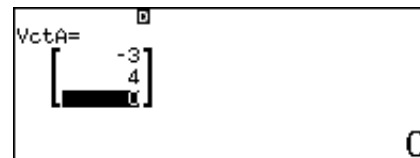
Vậy phương trình đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $\frac{x-2}{4} = \frac{y+1}{-7} = \frac{z-3}{3}$ \square

Câu 5.3. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC với A (1; -2; 1), B (-2; 2; 1), C (1; -2; 2). Đường phân giác trong của góc A của tam giác ABC cắt mặt phẳng (Oyz) tại điểm nào sau đây?

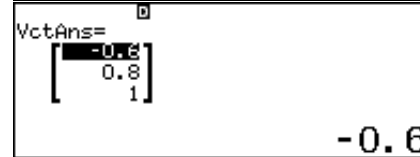
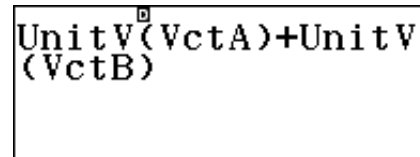
- A. $(0; -\frac{4}{3}; \frac{8}{3})$
- B. $(0; -\frac{2}{4}; \frac{4}{3})$
- C. $(0; -\frac{2}{3}; \frac{8}{3})$
- D. $(0; \frac{2}{3}; -\frac{8}{3})$

Hướng dẫn. Gọi AM (M ∈ Oyz) là đường phân giác trong tại A của tam giác ABC và cắt (Oyz) tại M.

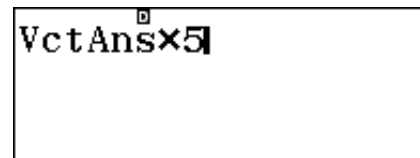
Nhập 2 Vector $\vec{AB} = (-3; 4; 0); \vec{AC} = (0; 0; 1)$



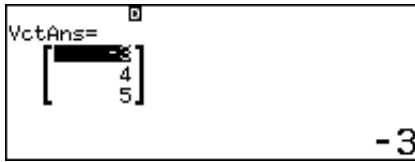
Tìm Vector chỉ phương của AM :



Làm tròn Vector³:



³Ở bước này nếu số quá xấu ta có thể nhân với độ dài của hai Vector \vec{AB}, \vec{AC} để tiết kiệm thời gian.



$$\Rightarrow (AM) : \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 + 4t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$$

$$\Rightarrow (AM) \cap (Oyz) : x = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{3} \Rightarrow M \left(0; -\frac{2}{3}; \frac{8}{3} \right)$$

⇒ Chọn đáp án C. □

6. Sử dụng góc giữa 2 Vector

6.1 Về tính năng Angle

Tính năng Angle (góc giữa 2 Vector) là tính năng cho phép người dùng tính ra góc giữa 2 Vector (chú ý, góc giữa 2 Vector sẽ hiển thị dựa theo đơn vị góc)

Ví dụ 6.1. Trong không gian Oxy, cho ba điểm

$$A(0;0), B(3;0), C(0;4)$$

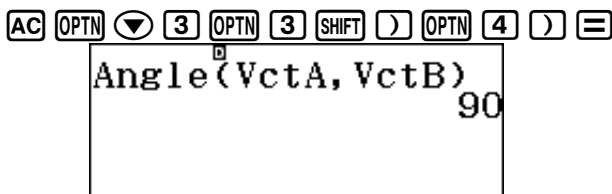
Khi đó, ta có

$$\vec{AB} = (3;0), \vec{AC} = (0;4)$$

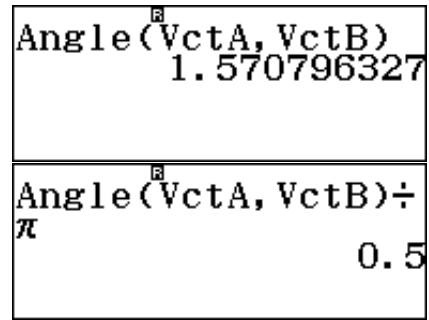
Ta nhập 2 Vector vào máy tính



i. Để xác định góc tạo bởi Vector (đơn vị góc: độ) ta nhấn:



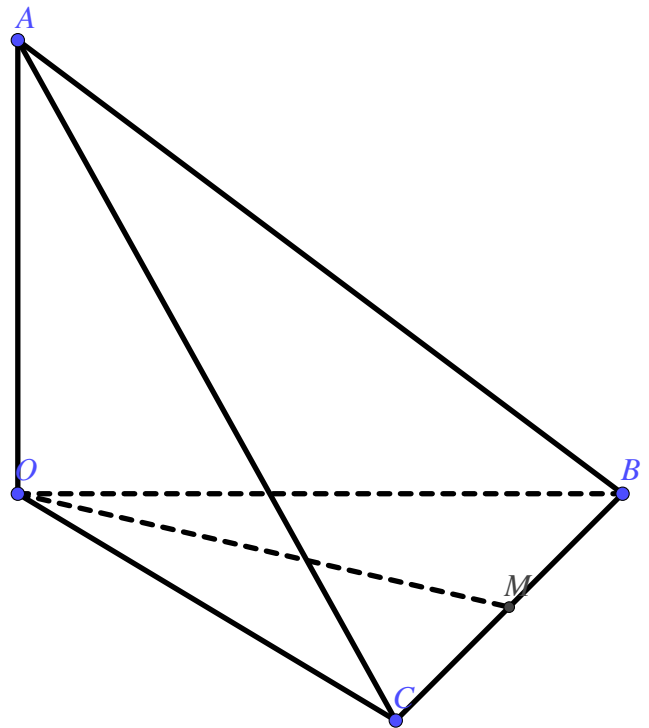
ii. Góc tạo bởi Vector (đơn vị góc: radian):



6.2 Ứng dụng góc giữa 2 Vector để giải quyết một số bài toán hình học tọa độ

Câu 6.2. Cho tứ diện OABC có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và OA = OB = OC. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

- A. 90° B. 30° C. 60° D. 45°



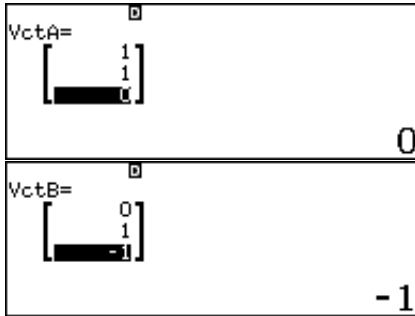
Hướng dẫn. Chọn hệ trục tọa độ Oxyz sao cho tia Ox đi qua C, tia Oy đi qua B và Oz đi qua A. Khi đó

$$M \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0 \right), A(0;0;1), B(0;1;0)$$

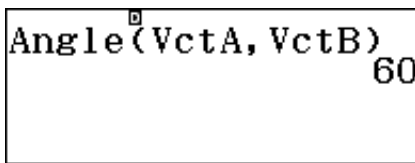
Nhờ đó, ta có 2 Vector

$$\vec{OM} = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right) // \vec{u} = (1; 1; 0); \vec{AB} = (0; 1; -1)$$

Nhập 2 Vector vào máy tính



Góc giữa 2 Vector



Chọn đáp án C.

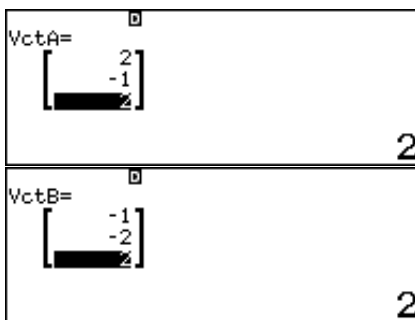
Câu 6.3. Cho mặt phẳng (P) : $2x - y + 2z + 1 = 0$

và đường thẳng d : $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2t \\ z = 2t - 2 \end{cases}$. Gọi φ là góc giữa

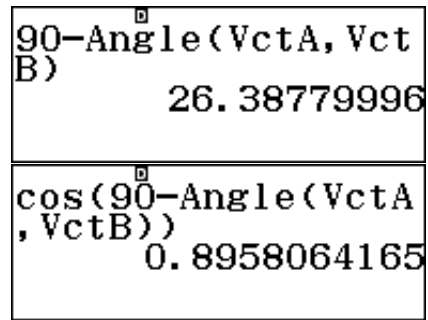
đường thẳng d và mặt phẳng (P). Khi đó, giá trị của $\cos \varphi$ là:

- A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{\sqrt{65}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{65}}{9}$ D. $\frac{4}{\sqrt{65}}$

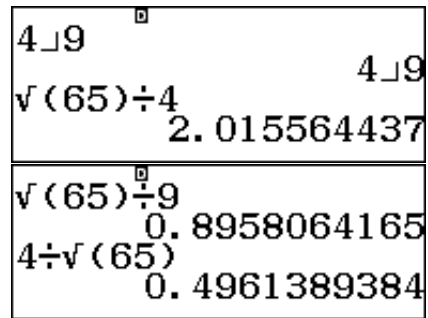
Hướng dẫn. Nhập 2 Vector vào



Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng là:



Tới đây ta bắt đầu thử đáp án:



Ta thấy đáp án C là trùng với kết quả đã tính được.

Câu 6.4. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA = 2a và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Giá trị tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

Hướng dẫn. Chọn hệ trục tọa độ với $A \equiv O; AD \equiv Ox; AB \equiv Oy; AS \equiv Oz$. Khi đó:

$$A(0; 0; 0), B(0; 1; 0), C(1; 1; 0),$$

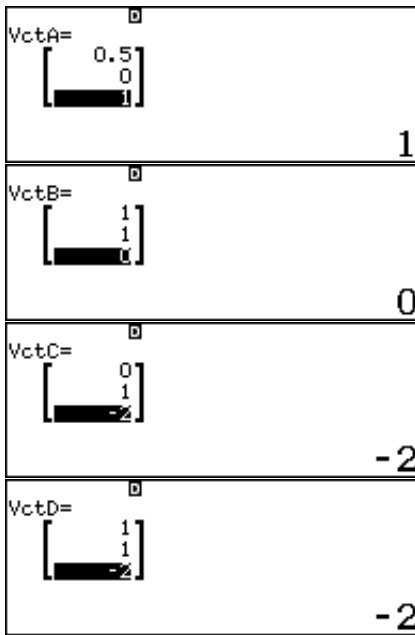
$$D(1; 0; 0), S(0; 0; 2), M\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right)$$

Nên ta có:

$$\vec{AM} = \left(\frac{1}{2}; 0; 1\right), \vec{AC} = (1; 1; 0),$$

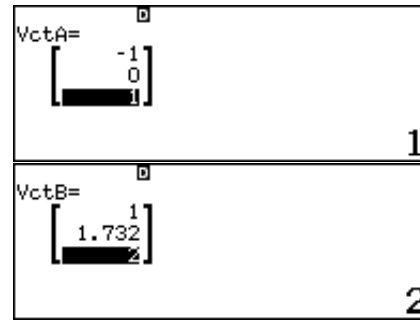
$$\vec{SB} = (0; 1; -2), \vec{SD} = (1; 0; -2)$$

Nhập 4 Vector vào máy tính

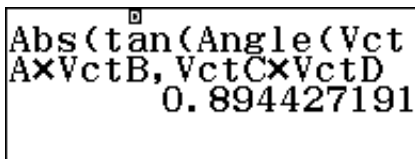


$$C' \left(-\frac{1}{2}; 0; 1 \right), B \left(\frac{1}{2}; 0; 0 \right)$$

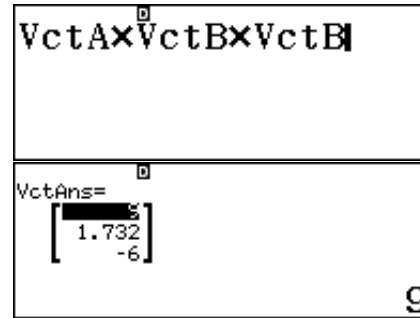
Ta có: $\begin{cases} \vec{BC'} = (-1; 0; 1) \\ \vec{A'C} = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}; -1 \right) // \vec{u} = (1; \sqrt{3}; 2) \end{cases}$
 Nhập Vector vào



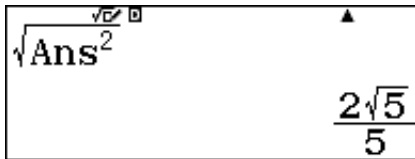
Góc giữa hai mặt phẳng là:



Nhân 3 Vector



Chọn phương thức tính toán thông thường **MENU** **1** và bấm



Phương trình mặt phẳng $(d, A'C)$ là: $9x + \sqrt{3}y - 6z = -\frac{9}{2}$ Tọa độ điểm N là nghiệm của hệ phương trình:

Vậy đáp án D.

7. Tính toán tổng hợp với **MENU** **5**

Câu 7.1. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng cạnh đáy. Đường vuông góc chung d của $A'C$ và BC' cắt tại . Tính tỉ số $\frac{NB}{NC'}$.

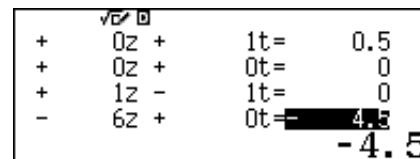
- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. 1. D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

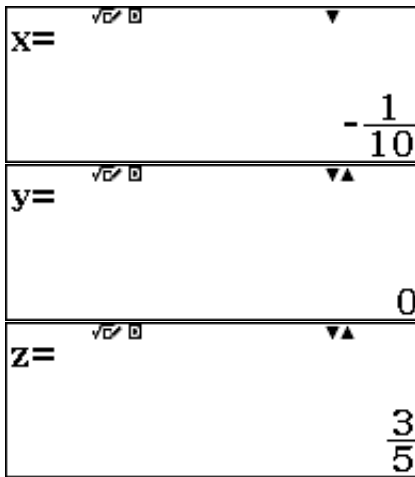
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} - t \\ y = 0 \\ z = t \\ 9x + \sqrt{3}y - 6z = -\frac{9}{2} \end{cases}$$

Hướng dẫn. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O \equiv I$ (I là trung điểm BC), tia Ox đi qua B , tia Oy đi qua A , tia Oz hướng lên trên. Khi đó

Nhập hệ phương trình vào và giải thôi

$$A' \left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}; 1 \right), C \left(-\frac{1}{2}; 0; 0 \right),$$

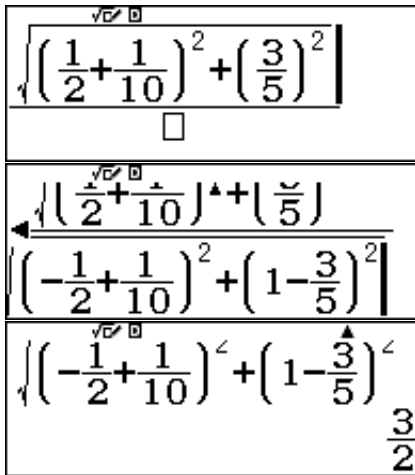




Suy ra $N\left(-\frac{1}{10}; 0; \frac{3}{5}\right)$. Vậy tỉ số

$$\frac{NB}{NC} = \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{10}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2}}{\sqrt{\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{10}\right)^2 + \left(1 - \frac{3}{5}\right)^2}}$$

Chọn phương thức tính toán thông thường MENU 1 và bấm thoi



Vậy chọn đáp án A.

Câu 7.2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -3 - t \end{cases} \text{ và } d_2: \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (7)$$

Trên đường thẳng d_1 lấy hai điểm A, B thỏa $AB = 3$. Trên đường thẳng d_2 lấy hai điểm C, D thỏa

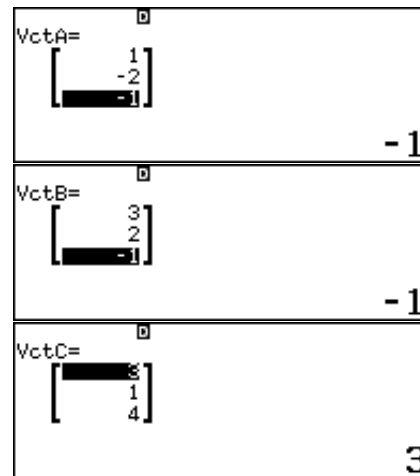
$CD = 4$. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

- A. $V = 7$.
- B. $V = 2\sqrt{21}$.
- C. $V = \frac{4\sqrt{21}}{3}$.
- D. $V = \frac{5\sqrt{21}}{6}$.

Hướng dẫn. Nhập ba Vector sau đây vào máy tính:

$$\vec{u} = (1; -2; -1), \vec{v} = (3; 2; -1), \vec{MN} = (3; 1; 4)$$

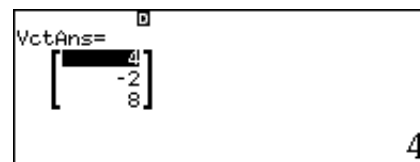
$$(M(1; 2; -3) \in d_1, N(3; 2; -1) \in d_2)$$



Ta có công thức

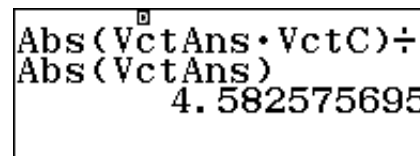
$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot CD \cdot d(AB, CD) \cdot \sin(AB, CD)$$

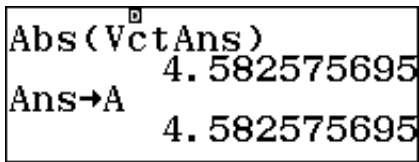
Tính tích có hướng $[\vec{u}, \vec{v}]$



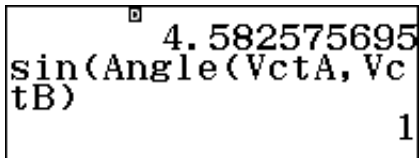
Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB, CD là

$$d(AB, CD) = \frac{|[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{MN}|}{\|[\vec{u}, \vec{v}]\|}$$

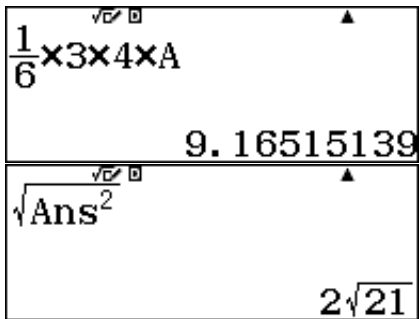




Sin của góc tạo bởi hai đường thẳng AB, CD là



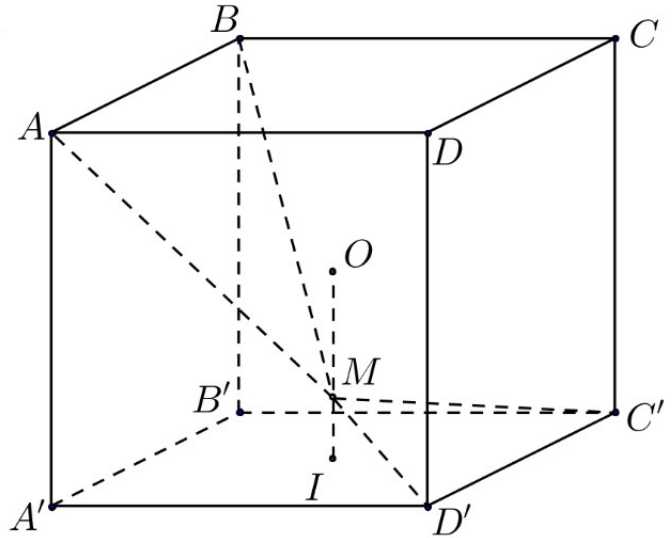
Sau đó chọn ra phương thức tính toán thông thường **MENU** **1** để tính thể tích của khối tứ diện



Vậy thể tích của khối tứ diện $ABCD$ là $2\sqrt{21}$
 \Rightarrow Chọn B. □

8. Sử dụng phương thức Vector để tính toán một số bài toán trong đề thi đại học

Câu 8.1 (TS-2018). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đường thẳng OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAD) bằng



- A. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$.
- B. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$.
- C. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$.
- D. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.

Hướng dẫn. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O \equiv O$, tia $Ox // DB; Oy // CA; Oz \equiv IO$. Khi đó

$$B\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0; \frac{1}{2}\right), A\left(0; \frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{1}{2}\right),$$

$$M\left(0; 0; -\frac{1}{3}\right), C'\left(0; -\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{1}{2}\right),$$

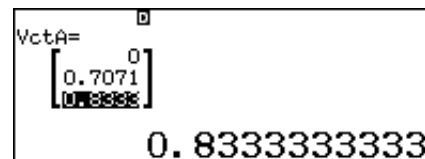
$$D'\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0; -\frac{1}{2}\right).$$

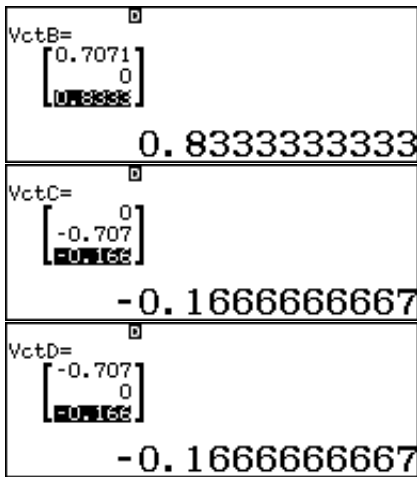
Ta có:

$$\vec{MA} = \left(0; \frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{5}{6}\right), \vec{MB} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0; \frac{5}{6}\right),$$

$$\vec{MC}' = \left(0; -\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{1}{6}\right), \vec{MD}' = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0; -\frac{1}{6}\right)$$

Nhập 4 Vector vào máy tính



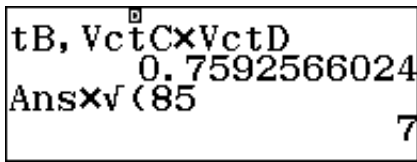


Tính cos của góc tạo bởi hai mặt phẳng



Vì 2 phương án A và B là bội của $\frac{\sqrt{85}}{85}$ nên ta chia

Ans cho $\frac{\sqrt{85}}{85}$ (nhân **Ans** cho $\sqrt{85}$)



Vậy chọn đáp án B.

Lưu ý 8.2. Nếu nhân **Ans** cho $\sqrt{85}$ không ra được số nguyên thì ta chia kết quả cho $\frac{\sqrt{13}}{65}$ (bội của đáp án C và D).

Câu 8.3 ((TS-2018)). Trong không gian cho đường

$$\text{thẳng } d : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases} \text{ Gọi } \Delta \text{ là đường thẳng đi}$$

qua điểm $A(1;1;1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

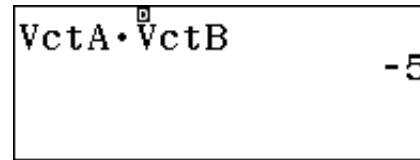
$$A. \begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 5t \end{cases} \quad B. \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = -6 - 5t \end{cases}$$

$$C. \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = 6 - 5t \end{cases} \quad D. \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 - 5t \end{cases}$$

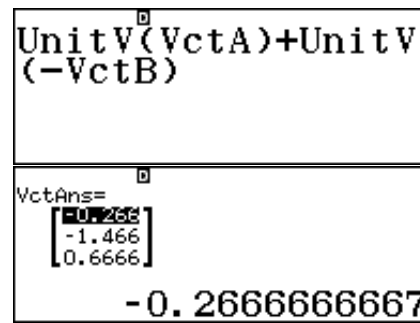
Hướng dẫn. Gọi $\vec{v} = (3;4;0)$ là Vector chỉ phương của d Nhập 2 Vector vào máy



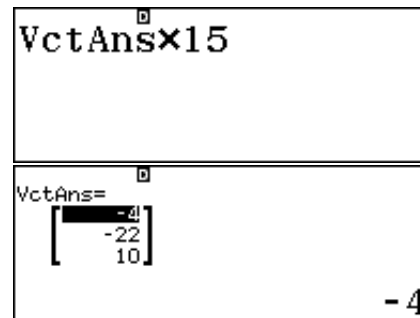
Ta có: $\vec{u} \cdot \vec{v} = -5$



Do đó \vec{u} và \vec{v} hợp với nhau góc tù, vậy \vec{u} và $-\vec{v}$ hợp với nhau góc nhọn. Ta sử dụng Vector đơn vị



Nhân Vector cho 15 ta được



Vậy Vector chỉ phương của đường phân giác là $\vec{w} = (-4; -22; 10)$, ta loại đi đáp án A và D. Chọn $t = 1$

thì phương án C biểu diễn đường thẳng đi qua điểm $A(1; 1; 1)$. Vậy ta chọn C. \square

9. Giải quyết một số bài toán trong đề thi tham khảo 2019 bằng phương thức Vector

Câu 9.1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. C. $\frac{\sqrt{21}a}{3}$.
 B. $\frac{\sqrt{15}a}{7}$. D. $\frac{\sqrt{15}a}{3}$.

Hướng dẫn. Ta ghép hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O \equiv A, Ox \perp AD, Oy \equiv AD, Oz \equiv AS$, khi đó

$$B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}; 0\right), D(0; a; 0),$$

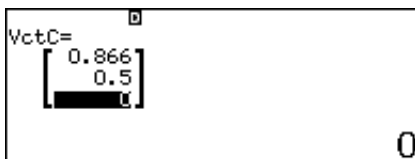
$$C\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{3a}{2}; 0\right), S(0; 0; a)$$

Nhập hai Vector sau đây vào

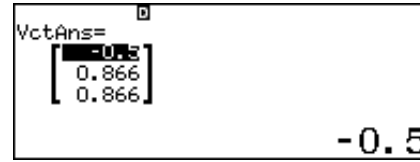
$$\vec{SC} = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{3a}{2}; -a\right); \vec{SD} = (0; a - a)$$



Và nhập điểm $B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}; 0\right)$ vào vctC



Tích có hướng $[\vec{SC}, \vec{SD}]$



Vậy Vector pháp tuyến của (SCD) là

$$\vec{n} = \left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

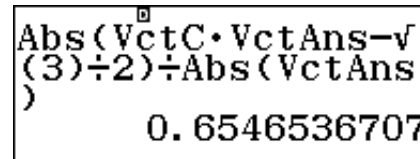
Từ đó ta có mặt phẳng

$$(SCD) : -\frac{x}{2} + \frac{y\sqrt{3}}{2} + \frac{z\sqrt{3}}{2} - \frac{a\sqrt{3}}{2} = 0$$

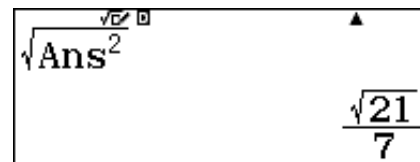
Vậy

$$d_{(B, (SCD))} = \frac{\left|-\frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0 - \frac{a\sqrt{3}}{2}\right|}{\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}}$$

Nhập vào máy như sau



Tới đây ta qua phương thức tính toán thông thường **MENU** **1** và nhấn



Chọn đáp án A. \square

Câu 9.2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d : \frac{x}{1} =$

$\frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên

(P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$.

- B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.
 C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$.
 D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+5}{1}$.

học cũng không nên lạm dụng nó quá nhiều. Chúc các bạn thi đậu vào ngôi trường mơ ước.

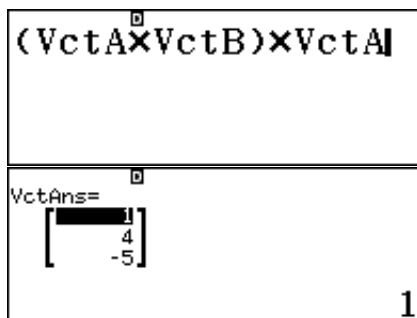
Hướng dẫn. Ta xét hai Vector $\vec{a} = (1; 1; 1)$, $\vec{n} = (1; 2; -1)$

Khi đó tích Vector kép $\vec{v} = (\vec{a} \times \vec{n}) \times \vec{a}$ là Vector chỉ phương của đường thẳng cần tìm.

Thực hiện trên máy tính



Thực hiện phép nhân



Do chỉ có phương án C có Vector là $\vec{v} = (1; 4; -5)$ nên chọn đáp án C.

Kết luận

Trên đây là những hướng dẫn từ dễ đến khó về sử dụng phương thức Vector trên máy tính cầm tay Casio fx-580VNX. Bài viết dù đã được chỉnh chu, nhưng vẫn không tránh khỏi thiếu sót. Nên mong bạn đọc bỏ qua những sai sót trong bài. Các bạn có thắc mắc/bình luận/góp ý gì thì đừng ngại để lại bình luận bên dưới hoặc gửi tin nhắn cho ad nhé.

Lưu ý 9.3. Máy tính không phải vạn năng, sẽ có rất nhiều những bài toán không thể dùng máy tính giải quyết được. Cho nên các bạn đang luyện thi vào đại