# CÁC CHUYÊN ĐỀ NÂNG CAO
# MÔN TOÁN TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

TRUNG TÂM NGHIÊN CỨU VÀ ỨNG DỤNG GIÁO DỤC

**CÔNG TY CP XNK BÌNH TÂY (BITEX)**

# Sự liên tục của hàm số

**Bài 2:**

**Cho hàm số** $y = \begin{cases} x^2 + mx & \text{khi } x \leqslant 1 \\ \dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ **. Tìm** $m$ **để hàm số đã cho liên tục tại** $x = 1$

**A.** $\dfrac{1}{3}$ **B.** $-\dfrac{3}{4}$ **C.** $0$ **D.** $2$

# Sự liên tục của hàm số

**Bài 2:**

**Cho hàm số** $y = \begin{cases} x^2 + mx & \textbf{khi } x \leqslant 1 \\ \dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \textbf{khi } x > 1 \end{cases}$ **. Tìm** $m$ **để hàm số đã cho liên tục tại** $x = 1$

**A.** $\dfrac{1}{3}$ **B.** $-\dfrac{3}{4}$ **C.** $0$ **D.** $2$

# Phương trình tiếp tuyến - diện tích hình phẳng

**Bài 2:**

**Gọi $(d)$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}}$ $(C)$ tại điểm $M(-1;0)$. Tính diện tích hình phẳng xác định bởi $(d)$ và $(C)$ (chính xác đến 2 chữ số thập phân sau dấu phẩy).**

# Phương trình tiếp tuyến - diện tích hình phẳng

**Bài 2:**

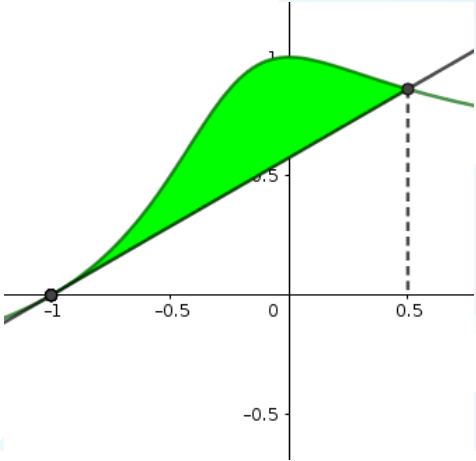
**Gọi $(d)$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}}$ $(C)$ tại điểm $M(-1;0)$. Tính diện tích hình phẳng xác định bởi $(d)$ và $(C)$ (chính xác đến 2 chữ số thập phân sau dấu phẩy).**

# Phương trình tiếp tuyến - diện tích hình phẳng

## BÀI GIẢI

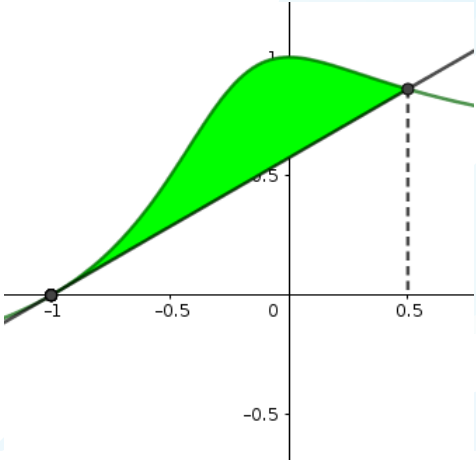
# Phương trình tiếp tuyến - diện tích hình phẳng

## BÀI GIẢI



# Phương trình tiếp tuyến - diện tích hình phẳng

## BÀI GIẢI

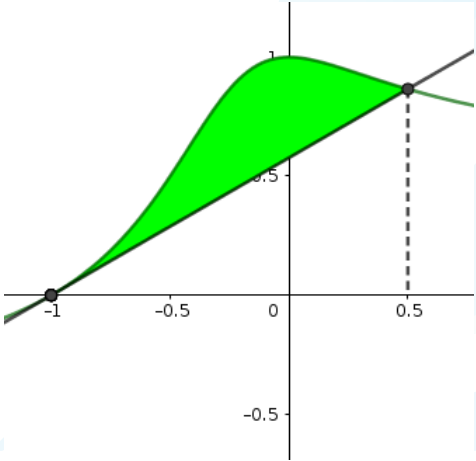



$$\frac{d}{dx}\left(\frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}}\right)\Big|_{x=-1}$$

$$0.5773502692$$

# Phương trình tiếp tuyến - diện tích hình phẳng

## BÀI GIẢI




$$\frac{d}{dx}\left(\frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}}\right)\Big|_{x=-1}$$

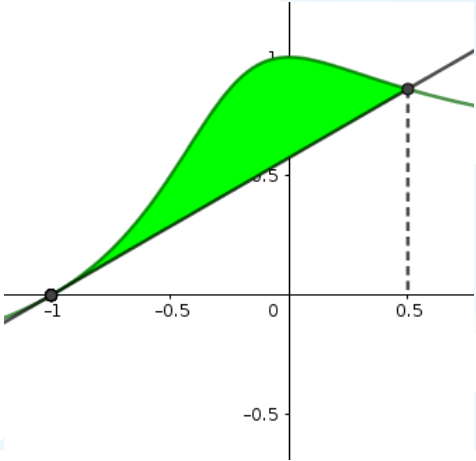
0.5773502692

$$\frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}} - A x \to B$$

0.5773502692

# Phương trình tiếp tuyến - diện tích hình phẳng

## BÀI GIẢI




$$\frac{d}{dx}\left(\frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}}\right)\Big|_{x=-1}$$

0.5773502692

$$\frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}}-Ax\rightarrow B$$

0.5773502692

$$\int_{-1}^{\frac{1}{2}}\left(\frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}}-Ax-\right.$$

0.3381993699

# Khoảng cách ngắn nhất giữa hai đường cong

**Bài 3:**

**Gọi $M$ là điểm nằm trên parabol $(P_1) : y = x^2 - 4x + 3$ và $N$ là điểm nằm trên parabol $(P_2) : y = -(x-5)^2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn $MN$ (chính xác đến 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy).**

# Khoảng cách ngắn nhất giữa hai đường cong

**Bài 3:**

**Gọi $M$ là điểm nằm trên parabol $(P_1) : y = x^2 - 4x + 3$ và $N$ là điểm nằm trên parabol $(P_2) : y = -(x-5)^2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn $MN$ (chính xác đến 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy).**

BÀI GIẢI

# Khoảng cách ngắn nhất giữa hai đường cong

**Bài 3:**

**Gọi $M$ là điểm nằm trên parabol $(P_1) : y = x^2 - 4x + 3$ và $N$ là điểm nằm trên parabol $(P_2) : y = -(x-5)^2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn $MN$ (chính xác đến 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy).**

**BÀI GIẢI**

Lấy $M(x, 2x^2 - 4x + 3) \in (P_1)$

# Khoảng cách ngắn nhất giữa hai đường cong

**Bài 3:**

**Gọi $M$ là điểm nằm trên parabol $(P_1) : y = x^2 - 4x + 3$ và $N$ là điểm nằm trên parabol $(P_2) : y = -(x-5)^2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn $MN$ (chính xác đến 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy).**

**BÀI GIẢI**

Lấy $M(x, 2x^2 - 4x + 3) \in (P_1)$ và $N(x', -x'^2 + 10x' - 25) \in (P_2)$.

# Khoảng cách ngắn nhất giữa hai đường cong

**Bài 3:**

**Gọi $M$ là điểm nằm trên parabol $(P_1) : y = x^2 - 4x + 3$ và $N$ là điểm nằm trên parabol $(P_2) : y = -(x-5)^2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn $MN$ (chính xác đến 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy).**

**BÀI GIẢI**

Lấy $M(x, 2x^2 - 4x + 3) \in (P_1)$ và $N(x', -x'^2 + 10x' - 25) \in (P_2)$.
Ta có nhận xét:

# Khoảng cách ngắn nhất giữa hai đường cong

**Bài 3:**

**Gọi $M$ là điểm nằm trên parabol $(P_1) : y = x^2 - 4x + 3$ và $N$ là điểm nằm trên parabol $(P_2) : y = -(x-5)^2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn $MN$ (chính xác đến 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy).**

**BÀI GIẢI**

Lấy $M(x, 2x^2 - 4x + 3) \in (P_1)$ và $N(x', -x'^2 + 10x' - 25) \in (P_2)$.
Ta có nhận xét:

$MN$ ngắn nhất khi và chỉ khi tiếp tuyến tại $M$ song song với tiếp tuyến tại $N$.

# Khoảng cách ngắn nhất giữa hai đường cong

**Bài 3:**

**Gọi $M$ là điểm nằm trên parabol $(P_1) : y = x^2 - 4x + 3$ và $N$ là điểm nằm trên parabol $(P_2) : y = -(x-5)^2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn $MN$ (chính xác đến 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy).**

**BÀI GIẢI**

Lấy $M(x, 2x^2 - 4x + 3) \in (P_1)$ và $N(x', -x'^2 + 10x' - 25) \in (P_2)$.
Ta có nhận xét:

$MN$ ngắn nhất khi và chỉ khi tiếp tuyến tại $M$ song song với tiếp tuyến tại $N$.

Khi đó: $2x - 4 = -2x' + 10 \Leftrightarrow x' = 7 - x$.

## Khoảng cách ngắn nhất giữa hai đường cong $\boxed{x' = 7 - x}$

Khoảng cách $MN$ bằng $f(x) = \sqrt{(x' - x)^2 + (-x'^2 + 10x' - 25 - x^2 + 4x - 3)^2}$

## Khoảng cách ngắn nhất giữa hai đường cong

$\boxed{x' = 7 - x}$

Khoảng cách $MN$ bằng $f(x) = \sqrt{(x' - x)^2 + (-x'^2 + 10x' - 25 - x^2 + 4x - 3)^2}$

Thu gọn $f(x) = \sqrt{(7 - 2x)^2 + (-2x^2 + 8x - 7)^2}$

## Khoảng cách ngắn nhất giữa hai đường cong

$\boxed{x' = 7 - x}$

Khoảng cách $MN$ bằng $f(x) = \sqrt{(x' - x)^2 + (-x'^2 + 10x' - 25 - x^2 + 4x - 3)^2}$

Thu gọn $f(x) = \sqrt{(7 - 2x)^2 + (-2x^2 + 8x - 7)^2}$

hay

## Khoảng cách ngắn nhất giữa hai đường cong $\boxed{x' = 7 - x}$

Khoảng cách $MN$ bằng $f(x) = \sqrt{(x' - x)^2 + (-x'^2 + 10x' - 25 - x^2 + 4x - 3)^2}$

Thu gọn $f(x) = \sqrt{(7 - 2x)^2 + (-2x^2 + 8x - 7)^2}$

hay

$$f(x) = \sqrt{4x^4 - 32x^3 + 96x^2 - 140x + 98}$$

## Khoảng cách ngắn nhất giữa hai đường cong $\boxed{x' = 7 - x}$

Khoảng cách $MN$ bằng $f(x) = \sqrt{(x' - x)^2 + (-x'^2 + 10x' - 25 - x^2 + 4x - 3)^2}$

Thu gọn $f(x) = \sqrt{(7 - 2x)^2 + (-2x^2 + 8x - 7)^2}$

hay

$$f(x) = \sqrt{4x^4 - 32x^3 + 96x^2 - 140x + 98}$$

Đặt $g(x) = 4x^4 - 32x^3 + 96x^2 - 140x + 98$,

## Khoảng cách ngắn nhất giữa hai đường cong $\boxed{x' = 7 - x}$

Khoảng cách $MN$ bằng $f(x) = \sqrt{(x' - x)^2 + (-x'^2 + 10x' - 25 - x^2 + 4x - 3)^2}$

Thu gọn $f(x) = \sqrt{(7 - 2x)^2 + (-2x^2 + 8x - 7)^2}$

hay

$$f(x) = \sqrt{4x^4 - 32x^3 + 96x^2 - 140x + 98}$$

Đặt $g(x) = 4x^4 - 32x^3 + 96x^2 - 140x + 98$,

giải phương trình $g' = 0$ ta có 1 nghiệm thực duy nhất

## Khoảng cách ngắn nhất giữa hai đường cong $\boxed{x' = 7 - x}$

Khoảng cách $MN$ bằng $f(x) = \sqrt{(x' - x)^2 + (-x'^2 + 10x' - 25 - x^2 + 4x - 3)^2}$

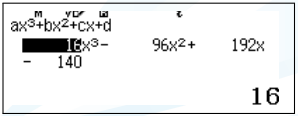
Thu gọn $f(x) = \sqrt{(7 - 2x)^2 + (-2x^2 + 8x - 7)^2}$

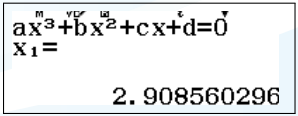
hay

$$f(x) = \sqrt{4x^4 - 32x^3 + 96x^2 - 140x + 98}$$

Đặt $g(x) = 4x^4 - 32x^3 + 96x^2 - 140x + 98$,

giải phương trình $g' = 0$ ta có 1 nghiệm thực duy nhất



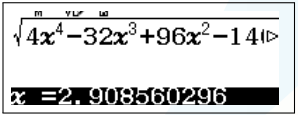



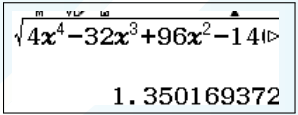
## Khoảng cách ngắn nhất giữa hai đường cong

Giá trị nhỏ nhất cũng chính là giá trị cực tiểu:

# Khoảng cách ngắn nhất giữa hai đường cong

Giá trị nhỏ nhất cũng chính là giá trị cực tiểu:



# Cực trị của hàm số bậc ba

**Bài 4:**

**Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị $A$ và $B$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $AB$?**

**A.** $P(1;0)$ **B.** $M(0;-1)$ **C.** $N(1;-10)$ **D.** $Q(-1;10)$

# Cực trị của hàm số bậc ba

**Bài 4:**

**Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị $A$ và $B$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $AB$?**

**A.** $P(1;0)$ **B.** $M(0;-1)$ **C.** $N(1;-10)$ **D.** $Q(-1;10)$

BÀI GIẢI

# Cực trị của hàm số bậc ba

**Bài 4:**

**Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị $A$ và $B$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $AB$?**

**A.** $P(1;0)$ **B.** $M(0;-1)$ **C.** $N(1;-10)$ **D.** $Q(-1;10)$

**BÀI GIẢI**

1. Lưu tọa độ các điểm cực trị vào các biến nhớ .

# Cực trị của hàm số bậc ba

**Bài 4:**

**Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị $A$ và $B$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $AB$?**

**A.** $P(1;0)$ **B.** $M(0;-1)$ **C.** $N(1;-10)$ **D.** $Q(-1;10)$

**BÀI GIẢI**

1. Lưu tọa độ các điểm cực trị vào các biến nhớ .
2. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị $y = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_A) + y_A$

# Cực trị của hàm số bậc ba

**Bài 4:**

**Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị $A$ và $B$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $AB$?**

**A.** $P(1;0)$ **B.** $M(0;-1)$ **C.** $N(1;-10)$ **D.** $Q(-1;10)$

**BÀI GIẢI**

1. Lưu tọa độ các điểm cực trị vào các biến nhớ .
2. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị $y = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_A) + y_A$
3. Lập bảng giá trị của hàm số

# Cực trị của hàm số bậc ba

**Bài 4:**

**Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị $A$ và $B$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $AB$?**

**A.** $P(1;0)$ **B.** $M(0;-1)$ **C.** $N(1;-10)$ **D.** $Q(-1;10)$

**BÀI GIẢI**

1. Lưu tọa độ các điểm cực trị vào các biến nhớ .
2. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị $y = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_A) + y_A$
3. Lập bảng giá trị của hàm số và chọn C.

# Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

**Bài 5:**

**Tính (*chính xác đến 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy*) giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số** $f(x) = \dfrac{x \ln x}{x+1}$ **trên đoạn** $\left[\dfrac{1}{4}; 2\right]$**.**

# Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

**Bài 5:**

**Tính (*chính xác đến 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy*) giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số** $f(x) = \dfrac{x \ln x}{x+1}$ **trên đoạn** $\left[\dfrac{1}{4}; 2\right]$**.**

BÀI GIẢI

# Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

**Bài 5:**

**Tính (*chính xác đến 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy*) giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số** $f(x) = \dfrac{x \ln x}{x+1}$ **trên đoạn** $\left[\dfrac{1}{4}; 2\right]$**.**

**BÀI GIẢI**

1. Tìm số điểm cực trị của hàm số trên đoạn $\left[\dfrac{1}{4}; 2\right]$.

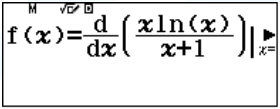
# Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

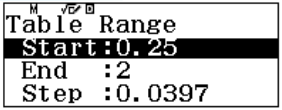
**Bài 5:**

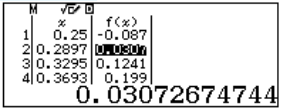
**Tính (*chính xác đến 4 chữ số thập phân sau dấu phẩy*) giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số** $f(x) = \dfrac{x \ln x}{x+1}$ **trên đoạn** $\left[\dfrac{1}{4}; 2\right]$**.**

**BÀI GIẢI**

1. Tìm số điểm cực trị của hàm số trên đoạn $\left[\dfrac{1}{4}; 2\right]$.



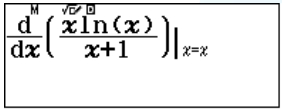



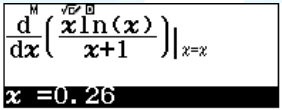
## Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

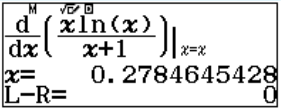
2. Tìm cực trị của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{4}; 2\right]$.

## Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

2. Tìm cực trị của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{4}; 2\right]$.

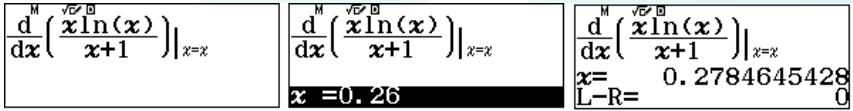


## Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

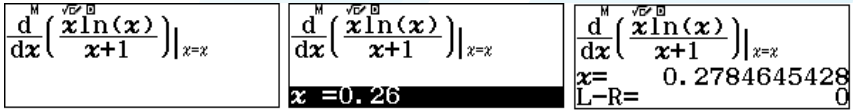
2. Tìm cực trị của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{4}; 2\right]$.



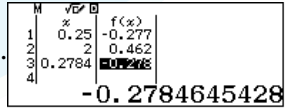

3. Lập bảng giá trị của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{4}; 2\right]$.

# Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

2. Tìm cực trị của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{4}; 2\right]$.

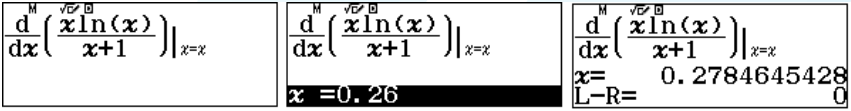



3. Lập bảng giá trị của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{4}; 2\right]$.

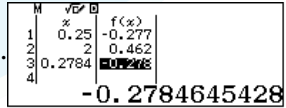


## Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

2. Tìm cực trị của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{4};2\right]$.



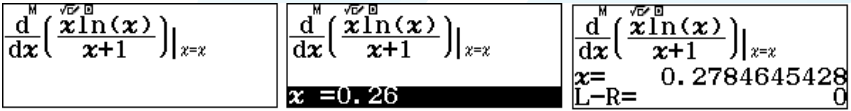

3. Lập bảng giá trị của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{4};2\right]$.



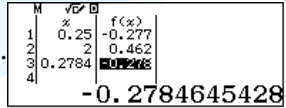

4. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{4};2\right]$ là

## Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

2. Tìm cực trị của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{4};2\right]$.




3. Lập bảng giá trị của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{4};2\right]$.




4. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{4};2\right]$ là

$$M = 0,4621\ ;\ m = -0,2785$$

# Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

**Bài 6:**

**Tìm $m$ để phương trình $\sqrt{1-\sin x}+\sqrt{\sin x+\frac{1}{2}}=m$ có nghiệm.**

**A.** $\frac{1}{2}\leqslant m\leqslant\frac{\sqrt{6}}{2}$ **B.** $0\leqslant m\leqslant 1$ **C.** $0\leqslant m\leqslant\sqrt{3}$ **D.** $\frac{\sqrt{6}}{2}\leqslant m\leqslant\sqrt{3}$

# Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

**Bài 6:**

**Tìm $m$ để phương trình $\sqrt{1-\sin x}+\sqrt{\sin x+\frac{1}{2}}=m$ có nghiệm.**

**A.** $\frac{1}{2}\leqslant m\leqslant\frac{\sqrt{6}}{2}$ **B.** $0\leqslant m\leqslant 1$ **C.** $0\leqslant m\leqslant\sqrt{3}$ **D.** $\frac{\sqrt{6}}{2}\leqslant m\leqslant\sqrt{3}$

# Tích phân

## Bài 7:

**Câu 16 (TH):** Biết rằng $\int_1^2 \frac{x^3-1}{x^2+x}dx = a + b\ln 3 + c\ln 2$ với $a, b, c$ là các số hữu tỉ. Tính $2a+3b-4c$.

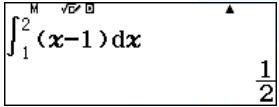
**A.** $-5$ **B.** $-19$ **C.** $5$ **D.** $19$

# Tích phân

## Bài 7:

**Câu 16 (TH):** Biết rằng $\int_1^2 \frac{x^3-1}{x^2+x}dx = a + b\ln 3 + c\ln 2$ với $a, b, c$ là các số hữu tỉ. Tính $2a+3b-4c$.

**A.** $-5$ **B.** $-19$ **C.** $5$ **D.** $19$

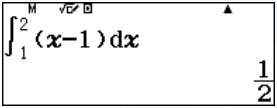


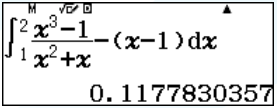
# Tích phân

## Bài 7:

**Câu 16 (TH):** Biết rằng $\int_1^2 \frac{x^3-1}{x^2+x}dx = a + b\ln 3 + c\ln 2$ với $a, b, c$ là các số hữu tỉ. Tính $2a + 3b - 4c$.

**A.** $-5$ **B.** $-19$ **C.** $5$ **D.** $19$



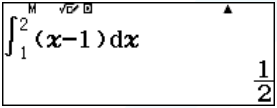



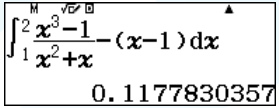
# Tích phân

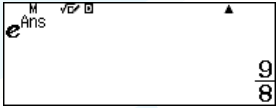
## Bài 7:

**Câu 16 (TH):** Biết rằng $\int_1^2 \frac{x^3-1}{x^2+x}dx = a + b\ln 3 + c\ln 2$ với $a, b, c$ là các số hữu tỉ. Tính $2a + 3b - 4c$.

**A.** $-5$ **B.** $-19$ **C.** $5$ **D.** $19$



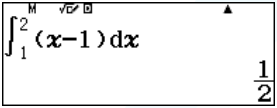



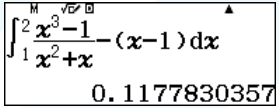
# Tích phân

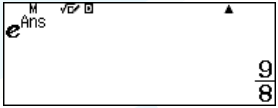
## Bài 7:

**Câu 16 (TH):** Biết rằng $\int_1^2 \frac{x^3-1}{x^2+x}dx = a + b\ln 3 + c\ln 2$ với $a, b, c$ là các số hữu tỉ. Tính $2a + 3b - 4c$.

**A.** $-5$ **B.** $-19$ **C.** $5$ **D.** $19$



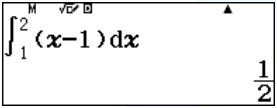

Vậy $\int_1^2 \frac{x^3-1}{x^2+x}dx = \frac{1}{2} + 2\ln 3 - 3\ln 2$

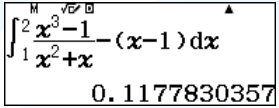
# Tích phân

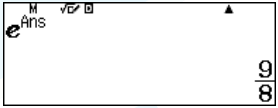
## Bài 7:

**Câu 16 (TH):** Biết rằng $\int_1^2 \frac{x^3-1}{x^2+x}dx = a + b\ln 3 + c\ln 2$ với $a, b, c$ là các số hữu tỉ. Tính $2a + 3b - 4c$.

**A.** $-5$ **B.** $-19$ **C.** $5$ **D.** $19$




Vậy $\int_1^2 \frac{x^3-1}{x^2+x}dx = \frac{1}{2} + 2\ln 3 - 3\ln 2$

Do đó $\mathbf{2a + 3b - 4c = 1 + 6 + 12 = 19}$

# Tích phân

**Bài 8:**

Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \dfrac{\ln(x+3)}{x^2}$ sao cho

$$F(-2) + F(1) = 0.$$

Giá trị của $F(-1) + F(2)$ bằng:

A. $\dfrac{7}{3}\ln 2$ B. $\dfrac{2}{3}\ln 2 + \dfrac{3}{5}\ln 5$ C. $\dfrac{10}{3}\ln 2 - \dfrac{5}{6}\ln 5$ D. $0$

# Tích phân

**Bài 8:**

Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \dfrac{\ln(x+3)}{x^2}$ sao cho

$$F(-2) + F(1) = 0.$$

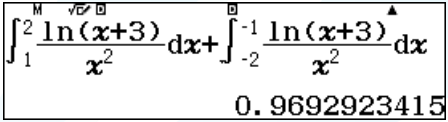
Giá trị của $F(-1) + F(2)$ bằng:

A. $\dfrac{7}{3}\ln 2$ B. $\dfrac{2}{3}\ln 2 + \dfrac{3}{5}\ln 5$ C. $\dfrac{10}{3}\ln 2 - \dfrac{5}{6}\ln 5$ D. $0$

# Tích phân

Ta có:

$$F(2)+F(-1)=F(1)+\int_1^2 f(x)dx+F(-2)+\int_{-2}^{-1} f(x)dx$$



# Tích phân

Ta có:

$$F(2)+F(-1)=F(1)+\int_1^2 f(x)dx+F(-2)+\int_{-2}^{-1} f(x)dx$$

$$\int_1^2 \frac{\ln(x+3)}{x^2}dx+\int_{-2}^{-1}\frac{\ln(x+3)}{x^2}dx$$

0.9692923415

$$A-\left(\frac{10}{3}\ln(2)-\frac{5}{6}\ln(5)\right)$$

0

## Các phép tính logarit

**Bài 9:**

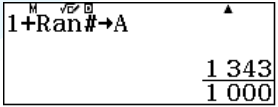
**Cho các số thực $a, b$ thoả mãn $1 < a < b$ và $\log_a b + \log_b a^2 = 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{ab} \dfrac{a^2 + b}{2}$.**

## Các phép tính logarit

**Bài 9:**

**Cho các số thực $a, b$ thoả mãn $1 < a < b$ và $\log_a b + \log_b a^2 = 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{ab} \dfrac{a^2 + b}{2}$.**

1. Lấy một số ngẫu nhiên thỏa điều kiện lưu vào A



## Các phép tính logarit

**Bài 9:**

**Cho các số thực $a, b$ thoả mãn $1 < a < b$ và $\log_a b + \log_b a^2 = 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{ab} \dfrac{a^2 + b}{2}$.**

1. Lấy một số ngẫu nhiên thỏa điều kiện lưu vào A

```
1+Ran#→A
                1 343
                1 000
```

2. Nhập phương trình theo biến B

$\log_A(B)+\log_B(A^2)=3$

## Các phép tính logarit

**Bài 9:**

**Cho các số thực $a, b$ thoả mãn $1 < a < b$ và $\log_a b + \log_b a^2 = 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{ab} \dfrac{a^2 + b}{2}$.**

1. Lấy một số ngẫu nhiên thỏa điều kiện lưu vào A

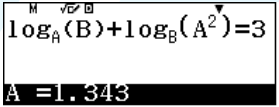
```
1+Ran#→A
                1 343
                1 000
```

2. Nhập phương trình theo biến B

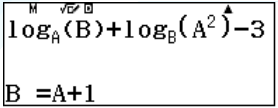
$\log_A(B)+\log_B(A^2)=3$

## Các phép tính logarit

3. Bấm **SHIFT SOLVE** chấp nhận **A**




, bấm mũi tên xuống, nhập **B** tùy ý thỏa điều kiện




,

## Các phép tính logarit

3. Bấm **SHIFT SOLVE** chấp nhận **A**

```
log_A(B)+log_B(A^2)=3
A =1.343
```

, bấm mũi tên xuống, nhập **B** tùy ý thỏa điều kiện

```
log_A(B)+log_B(A^2)-3
B =A+1
```

, bấm (enter) máy tính xuất ra nghiệm **B**

```
log_A(B)+log_B(A^2)-3
B=          1.803649
L-R=               0
```

4. Thực hiện phép tính

```
log_AB((A^2+B)/2)
                 2/3
```

## Các phép tính logarit

3. Bấm **SHIFT SOLVE** chấp nhận **A**

```
log_A(B)+log_B(A^2)=3
A =1.343
```

, bấm mũi tên xuống, nhập **B** tùy ý thỏa điều kiện

```
log_A(B)+log_B(A^2)-3
B =A+1
```

, bấm (enter) máy tính xuất ra nghiệm **B**

```
log_A(B)+log_B(A^2)-3
B=          1.803649
L-R=               0
```

4. Thực hiện phép tính

$$\log_{AB}\left(\frac{A^2+B}{2}\right) \qquad \frac{2}{3}$$

# Các phép tính logarit

## Bài 10:

**Câu 12 (VD):** Cho $a,b$ là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\sqrt{ab}}\left(a\sqrt[3]{b}\right)=3$. Tính $\log_{\sqrt{ab}}\left(b\sqrt[3]{a}\right)$.

**A.** $\frac{1}{3}$ **B.** $-\frac{1}{3}$ **C.** $3$ **D.** $-3$

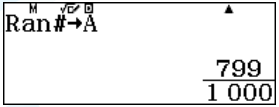
# Các phép tính logarit

## Bài 10:

**Câu 12 (VD):** Cho $a,b$ là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\sqrt{ab}}\left(a\sqrt[3]{b}\right)=3$. Tính $\log_{\sqrt{ab}}\left(b\sqrt[3]{a}\right)$.

**A.** $\frac{1}{3}$ **B.** $-\frac{1}{3}$ **C.** $3$ **D.** $-3$

1. Lấy một số ngẫu nhiên thỏa điều kiện lưu vào A



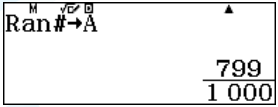
# Các phép tính logarit

## Bài 10:

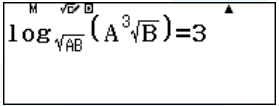
**Câu 12 (VD):** Cho $a,b$ là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\sqrt{ab}}\left(a\sqrt[3]{b}\right)=3$. Tính $\log_{\sqrt{ab}}\left(b\sqrt[3]{a}\right)$.

**A.** $\frac{1}{3}$ **B.** $-\frac{1}{3}$ **C.** $3$ **D.** $-3$

1. Lấy một số ngẫu nhiên thỏa điều kiện lưu vào A




2. Nhập phương trình theo biến B



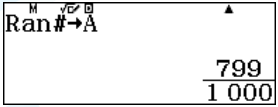
# Các phép tính logarit

## Bài 10:

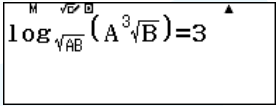
**Câu 12 (VD):** Cho $a,b$ là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\sqrt{ab}}\left(a\sqrt[3]{b}\right)=3$. Tính $\log_{\sqrt{ab}}\left(b\sqrt[3]{a}\right)$.

**A.** $\frac{1}{3}$ **B.** $-\frac{1}{3}$ **C.** $3$ **D.** $-3$

1. Lấy một số ngẫu nhiên thỏa điều kiện lưu vào A

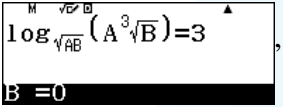



2. Nhập phương trình theo biến B



## Các phép tính logarit

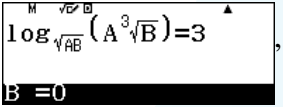
3. Bấm **SHIFT SOLVE** chấp nhận **A**, bấm mũi tên xuống, nhập **B** tùy ý




,

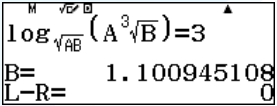
## Các phép tính logarit

3. Bấm **SHIFT SOLVE** chấp nhận **A**, bấm mũi tên xuống, nhập **B** tùy ý

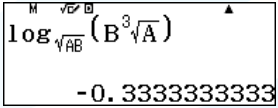



,

bấm (enter) máy tính xuất ra nghiệm **B**

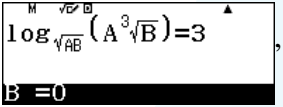



4. Thực hiện phép tính



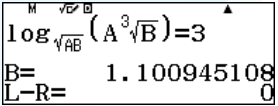
## Các phép tính logarit

3. Bấm **SHIFT SOLVE** chấp nhận **A**, bấm mũi tên xuống, nhập **B** tùy ý

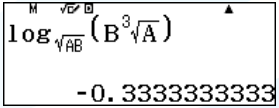



,

bấm (enter) máy tính xuất ra nghiệm **B**




4. Thực hiện phép tính



# Các phép tính logarit

**Bài 11:**

**Để quảng bá cho sản phẩm A, một công ty dự định tổ chức quảng cáo theo hình thức quảng cáo trên truyền hình. Nghiên cứu của công ty cho thấy: nếu sau n lần quảng cáo được phát thì tỉ lệ người xem quảng cáo đó mua sản phẩm A tuân theo công thức** $\boxed{P(n) = \dfrac{1}{1 + 49e^{-0{,}015n}}}$**. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu lần quảng cáo để tỉ lệ người xem mua sản phẩm đạt trên 30%?**

# Các phép tính logarit

**Bài 11:**

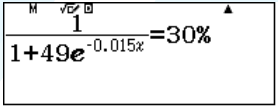
**Để quảng bá cho sản phẩm A, một công ty dự định tổ chức quảng cáo theo hình thức quảng cáo trên truyền hình. Nghiên cứu của công ty cho thấy: nếu sau n lần quảng cáo được phát thì tỉ lệ người xem quảng cáo đó mua sản phẩm A tuân theo công thức** $\boxed{P(n) = \dfrac{1}{1 + 49e^{-0{,}015n}}}$**. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu lần quảng cáo để tỉ lệ người xem mua sản phẩm đạt trên 30%?**

Ta có nhận xét rằng

**để giải một bất phương trình, trong nhiều trường hợp ta chỉ cần giải phương trình tương ứng, rồi suy ra nghiệm của bất phương trình đã cho.**

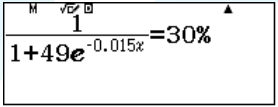
## Các phép tính logarit

1. Viết phương trình lên màn hình

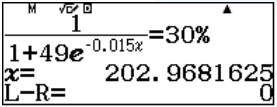


# Các phép tính logarit

1. Viết phương trình lên màn hình

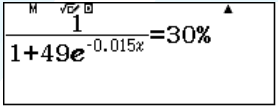



2. Bấm **SHIFT SOLVE** với giá trị nhập vào tùy ý, ta có nghiệm

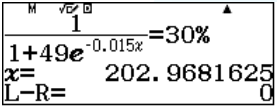


## Các phép tính logarit

1. Viết phương trình lên màn hình




2. Bấm **SHIFT SOLVE** với giá trị nhập vào tùy ý, ta có nghiệm




.

3. Do VT là một hàm số đơn điệu tăng nên nghiệm của bất phương trình **VT** $>$ **30%** là $n >$ **202.9681625**

## Các phép tính logarit

1. Viết phương trình lên màn hình $\frac{1}{1+49e^{-0.015x}}=30\%$

2. Bấm **SHIFT SOLVE** với giá trị nhập vào tùy ý, ta có nghiệm

$$\frac{1}{1+49e^{-0.015x}}=30\%$$
$$x= \quad 202.9681625$$
$$L-R= \quad 0$$

.

3. Do VT là một hàm số đơn điệu tăng nên nghiệm của bất phương trình **VT** $>$ **30%** là $n >$ **202.9681625**.

4. Do $n$ là số nguyên nên $n \geqslant$ **203**. Vậy giá trị nguyên nhỏ nhất thỏa ycbt là **203**.

# Các phép tính logarit

**Bài 12:**

Một sinh viên được gia đình gửi vào sổ tiết kiệm 90 triệu đồng lãi suất 0,9% tháng theo hình thức lãi kép. Nếu mỗi tháng sinh viên đó rút ra một số tiền như nhau vào ngày ngân hàng trả lãi thì hàng tháng anh ta rút ra số tiền gần nhất với số nào sau đây để đúng sau 4 năm đại học sẽ vừa hết số tiền cả vốn lẫn lãi?

**A.** 2.517.000 (đồng). **B.** 2.217.000 (đồng). **C.** 2.317.000 (đồng). **D.** 2.417.000 (đồng).

# Các phép tính logarit

**Bài 12:**

Một sinh viên được gia đình gửi vào sổ tiết kiệm 90 triệu đồng lãi suất 0,9% tháng theo hình thức lãi kép. Nếu mỗi tháng sinh viên đó rút ra một số tiền như nhau vào ngày ngân hàng trả lãi thì hàng tháng anh ta rút ra số tiền gần nhất với số nào sau đây để đúng sau 4 năm đại học sẽ vừa hết số tiền cả vốn lẫn lãi?

**A.** 2.517.000 (đồng). **B.** 2.217.000 (đồng). **C.** 2.317.000 (đồng). **D.** 2.417.000 (đồng).

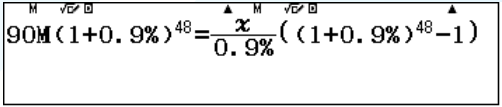
## Các phép tính logarit

$$90\mathbf{M}\left(1+0.9\%\right)^{48}=\frac{x}{0.9\%}\left(\left(1+0.9\%\right)^{48}-1\right)$$

## Các phép tính logarit

$$90\mathbf{M}\left(1+0.9\%\right)^{48}=\frac{x}{0.9\%}\left(\left(1+0.9\%\right)^{48}-1\right)$$

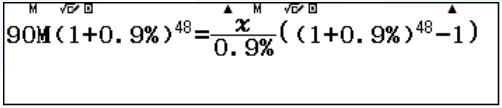
1. Viết lên màn hình



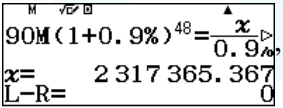
## Các phép tính logarit

$$90\mathbf{M}\left(1+0.9\%\right)^{48}=\frac{x}{0.9\%}\left(\left(1+0.9\%\right)^{48}-1\right)$$

1. Viết lên màn hình



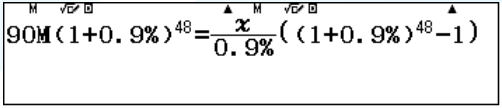

2. Bấm SHIFT SOLVE với giá trị nhập vào tùy ý ta nhận được nghiệm



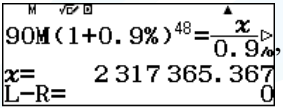
## Các phép tính logarit

$$90\mathbf{M}\left(1+0.9\%\right)^{48}=\frac{x}{0.9\%}\left(\left(1+0.9\%\right)^{48}-1\right)$$

1. Viết lên màn hình




2. Bấm SHIFT SOLVE với giá trị nhập vào tùy ý ta nhận được nghiệm




, ta chọn **C**.

## Hình học

**Bài 13:**

Cho số phức $z$ thoả mãn $(1-i)z+2i\bar{z}=5+3i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w=z+2\bar{z}$.

**A.** 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6

## Hình học

**Bài 13:**

**Cho số phức $z$ thoả mãn $(1-i)z+2i\bar{z}=5+3i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w=z+2\bar{z}$.**

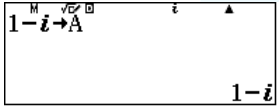
**A.** 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6

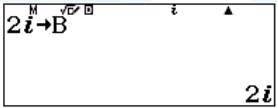
Nghiệm của phương trình $az+b\bar{z}=c$ là

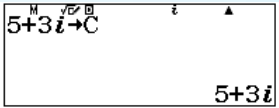
$$z=\frac{c\bar{a}-\bar{c}b}{|a|^2-|b|^2}$$

## Hình học

1. Bấm **MENU 2** và nhập các hệ số của phương trình vào các biến nhớ



## Hình học

1. Bấm **MENU 2** và nhập các hệ số của phương trình vào các biến nhớ

```
1−i→A
                1−i
```

```
2i→B
                2i
```

```
5+3i→C
                5+3i
```

2. Nghiệm của phương trình là

$$\frac{\text{CConjg(A)}-\text{Conjg(C)B}}{|A|^2-|B|^2}$$

$$2+i$$

## Hình học

1. Bấm **MENU 2** và nhập các hệ số của phương trình vào các biến nhớ

```
1−i→A
                1−i
```

```
2i→B
                2i
```

```
5+3i→C
                5+3i
```

2. Nghiệm của phương trình là

```
CConjg(A)−Conjg(C)B
──────────────────
|A|²−|B|²
                2+i
```

3. Thực hiện phép tính

```
Ans+2Conjg(Ans)
                6−i
```

## Hình học

1. Bấm **MENU 2** và nhập các hệ số của phương trình vào các biến nhớ

$1-i\to A$ $\qquad$ $1-i$

$2i\to B$ $\qquad$ $2i$

$5+3i\to C$ $\qquad$ $5+3i$

2. Nghiệm của phương trình là $\dfrac{C\,\mathrm{Conjg}(A)-\mathrm{Conjg}(C)B}{|A|^2-|B|^2}$ $\qquad$ $2+i$

3. Thực hiện phép tính $\mathrm{Ans}+2\,\mathrm{Conjg}(\mathrm{Ans})$ $\qquad$ $6-i$, ta có kết là là **5**, chọn **C**.

# Hình học

## Bài 14:

**Câu 7 (TH):** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(Q): x - y + 2z = 0$. Viết phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A(0;-1;2)$, song song với đường thẳng $\Delta$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q)$.

**A.** $x + y - 1 = 0$ **B.** $-5x + 3y + 3 = 0$ **C.** $x + y + 1 = 0$ **D.** $-5x + 3y - 2 = 0$

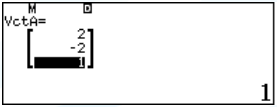
# Hình học

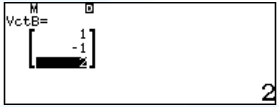
## Bài 14:

**Câu 7 (TH):** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(Q): x - y + 2z = 0$. Viết phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A(0;-1;2)$, song song với đường thẳng $\Delta$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q)$.

**A.** $x + y - 1 = 0$ **B.** $-5x + 3y + 3 = 0$ **C.** $x + y + 1 = 0$ **D.** $-5x + 3y - 2 = 0$

1. Bấm **MENU 513** để nhập VctA, sau đó lưu thành VctB rồi edit số liệu




.

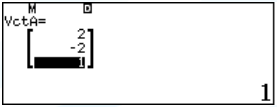
# Hình học

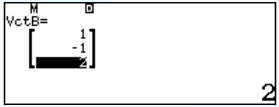
## Bài 14:

**Câu 7 (TH):** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(Q): x - y + 2z = 0$. Viết phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A(0;-1;2)$, song song với đường thẳng $\Delta$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q)$.

**A.** $x + y - 1 = 0$ **B.** $-5x + 3y + 3 = 0$ **C.** $x + y + 1 = 0$ **D.** $-5x + 3y - 2 = 0$

1. Bấm **MENU 513** để nhập VctA, sau đó lưu thành VctB rồi edit số liệu




.

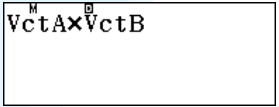
# Hình học

2. Thực hiện phép tính tích có hướng **OPTN 3** $\times$ **OPTN 4**

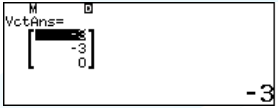
```
VctA×VctB
```

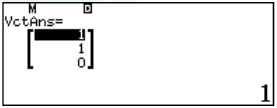
# Hình học

2. Thực hiện phép tính tích có hướng **OPTN 3** $\times$ **OPTN 4**



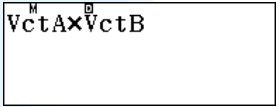

3. Kết quả đem chia cho $-3$



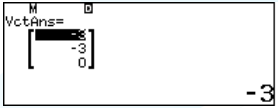



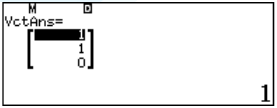
# Hình học

2. Thực hiện phép tính tích có hướng **OPTN 3** $\times$ **OPTN 4**




3. Kết quả đem chia cho $-\mathbf{3}$




4. Chọn **C**.

# Hình học

## Bài 15:

**Câu 25 (TH):** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(-1;2;0)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ bằng:

**A.** $\frac{\sqrt{17}}{9}$ **B.** $\frac{\sqrt{17}}{3}$ **C.** $\frac{2\sqrt{17}}{9}$ **D.** $\frac{2\sqrt{17}}{3}$

# Hình học

## Bài 15:

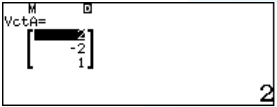
**Câu 25 (TH):** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(-1;2;0)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ bằng:

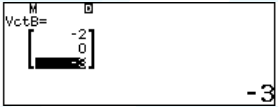
**A.** $\frac{\sqrt{17}}{9}$ **B.** $\frac{\sqrt{17}}{3}$ **C.** $\frac{2\sqrt{17}}{9}$ **D.** $\frac{2\sqrt{17}}{3}$

$$d(A,d) = \frac{\left|[\overrightarrow{AM} \times \vec{v}]\right|}{|\vec{v}|}$$

# Hình học

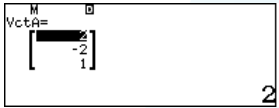
1. Bấm **MENU 513** nhập các vectơ vào máy tính

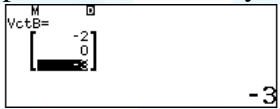


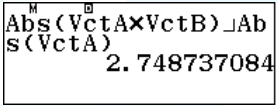
# Hình học

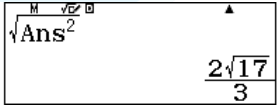
1. Bấm **MENU 513** nhập các vectơ vào máy tính



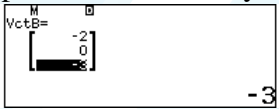

2. Thực hiện phép tính



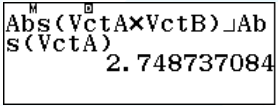



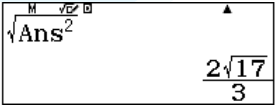
# Hình học

1. Bấm **MENU 513** nhập các vectơ vào máy tính




2. Thực hiện phép tính




Muốn gõ $\sqrt{\mathbf{Ans}^2}$ phải bấm **MENU 1** sau đó mới gõ được.

# Hình học

## Bài 16:

**Câu 23 (TH):** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z-3=0$. Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P). Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** $\cos\alpha=-\frac{4}{9}$ **B.** $\sin\alpha=\frac{4}{9}$ **C.** $\cos\alpha=\frac{4}{9}$ **D.** $\sin\alpha=-\frac{4}{9}$

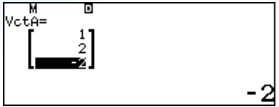
# Hình học

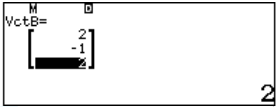
## Bài 16:

**Câu 23 (TH):** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$. Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P). Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** $\cos\alpha = -\frac{4}{9}$ **B.** $\sin\alpha = \frac{4}{9}$ **C.** $\cos\alpha = \frac{4}{9}$ **D.** $\sin\alpha = -\frac{4}{9}$

1. Nhập các vectơ vào máy tính



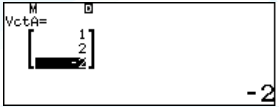
# Hình học

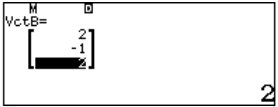
## Bài 16:

**Câu 23 (TH):** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$. Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P). Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** $\cos\alpha = -\frac{4}{9}$ **B.** $\sin\alpha = \frac{4}{9}$ **C.** $\cos\alpha = \frac{4}{9}$ **D.** $\sin\alpha = -\frac{4}{9}$

1. Nhập các vectơ vào máy tính



# Hình học

2. Thực hiện phép tính, chú ý mẫu số có "đội hình" **221**

```
Abs(VctA•VctB)⌋9
                4⌋9
```

.

# Hình học

2. Thực hiện phép tính, chú ý mẫu số có "đội hình" **221**

```
Abs(VctA·VctB)⌋9
                4⌋9
```

.

3. Muốn trực tiếp tìm $\alpha$ ta thực hiện như sau:

```
Angle(VctA,VctB)
                116.3878
Ans-90
                26.38779996
```

,

# Hình học

2. Thực hiện phép tính, chú ý mẫu số có "đội hình" **221**

```
Abs(VctA·VctB)⌟9
                4⌟9
```

.

3. Muốn trực tiếp tìm $\alpha$ ta thực hiện như sau:

```
Angle(VctA,VctB)
                116.3878
Ans-90
                26.38779996
```

, thay vì phải thực hiện gián tiếp

```
Ans-90
                26.38779996
sin⁻¹(4⌟9)
                26.38779996
```

# Hình học

## Bài 17:

**Câu 45 (VD):** Cho tứ diện ABCD có ABC và ABD là các tam giác đều cạnh bằng a không đổi. Độ dài CD thay đổi. Tính giá trị lớn nhất đạt được của thể tích khối tứ diện ABCD.

**A.** $\frac{a^3}{8}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

# Hình học

## Bài 17:

**Câu 45 (VD):** Cho tứ diện ABCD có ABC và ABD là các tam giác đều cạnh bằng a không đổi. Độ dài CD thay đổi. Tính giá trị lớn nhất đạt được của thể tích khối tứ diện ABCD.

**A.** $\frac{a^3}{8}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

## Hình học

Giả sử cho một khối tứ diện có độ dài của ba cặp cạnh đối như sau:

$$a, a'; b, b', c, c'$$

để thuận tiện ta chọn $a, b, c$ là ba cạnh của cùng một tam giác.
Ta tính các số $A, B, C, D$ bởi công thức:
$A = a^2 \times a'^2(-a^2 - a'^2 + b^2 + b'^2 + c^2 + c'^2)$
$B = b^2 \times b'^2(a^2 + a'^2 - b^2 - b'^2 + c^2 + c'^2)$
$C = c^2 \times c'^2(a^2 + a'^2 + b^2 + b'^2 - c^2 - c'^2)$
$D = a^2b^2c^2 + a^2b'^2c'^2 + b^2c'^2a'^2 + c^2a'^2b'^2$
Khi đó

$$\boxed{V_{\text{tứ diện}} = \frac{1}{12}\sqrt{A + B + C - D}}$$

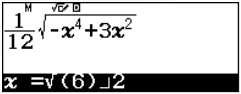
# Hình học

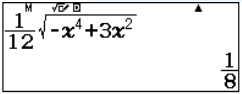
$\boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{x}$

- $A = 1 \times 1(-1 - 1 + 1 + 1 + 1 + x^2) = 1 + x^2$
- $B = 1 \times 1(1 + 1 - 1 - 1 + 1 + x^2) = 1 + x^2$
- $C = 1 \times x^2(1 + 1 + 1 + 1 - 1 - x^2) = x^2(3 - x^2)$
- $D = 1 + 1 + x^2 + x^2 = 2 + 2x^2$

Vậy $V = \dfrac{1}{12}\sqrt{-x^4 + 3x^2}$

$V_{\max} = V\left(\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)$



# Hình học

## Bài 18:

**Câu 50 (VDC):** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $ABC$ là tam giác vuông cân tại B, $AB = BC = 3a$, góc $\angle SAB = \angle SCB = 90^0$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(SBC)$ bằng $a\sqrt{6}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

**A.** $36\pi a^2$ **B.** $6\pi a^2$ **C.** $18\pi a^2$ **D.** $48\pi a^2$

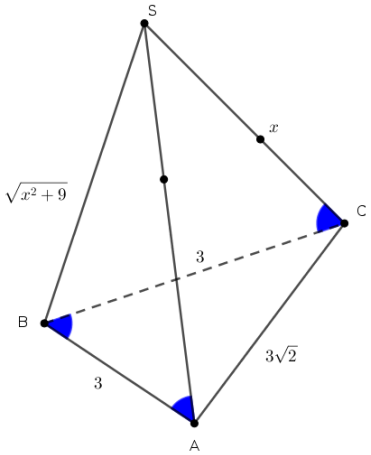
# Hình học

## Bài 18:

**Câu 50 (VDC):** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $ABC$ là tam giác vuông cân tại B, $AB = BC = 3a$, góc $\angle SAB = \angle SCB = 90^0$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(SBC)$ bằng $a\sqrt{6}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

**A.** $36\pi a^2$ **B.** $6\pi a^2$ **C.** $18\pi a^2$ **D.** $48\pi a^2$

# Hình học




Chọn $a$ làm 1 đvd. Ta có nhận xét $SA = SC$ ta đặt bằng $x$. Suy ra $SB = \sqrt{x^2+9}$.

$A$ và $C$ cùng nhìn $SB$ dưới 1 góc vuông nên khối tứ diện nội tiếp trong một khối cầu đường kính $SB$ và bán kính $R = \dfrac{SB}{2}$.

Ta tính $V_{SABC}$ bằng hai cách:

$$V = \frac{1}{3}.S_{SBC}.d(A,(SBC)) = \frac{1}{3}.\sqrt{6}\times\frac{1}{2}\times 3\times x$$

Vậy $V = \dfrac{\sqrt{6}}{2}x$

## Hình học

Ngoài ra $V = \frac{1}{12}\sqrt{A + B + C - D}$, trong đó

$A = 9x^2(-9 - x^2 + 9 + x^2 + 18 + x^2 + 9) = 9x^2(x^2 + 27)$

$B = A$

$C = 18(x^2 + 9)(-18 - x^2 - 9 + 3 + x^2 + 3 + x^2) = 18(x^4 - 81)$

$D = 1458 + 36x^4 + 162x^2$

Vậy $V = \frac{1}{12}\sqrt{324x^2 - 2916}$.

So sánh với cách tính trên ta có phương trình $\frac{1}{12}\sqrt{324x^2 - 2916} = \frac{x\sqrt{6}}{2}$

$\Leftrightarrow x^2 = 27 \Rightarrow SB = 6 \Rightarrow R = 3 \Rightarrow S_{\text{mc}} = 36\pi a^2$

# Hình học

## Bài 19:

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh $S$ lên mặt phẳng $(ABC)$ là điểm $H$ trên cạnh $AB$ sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa $SC$ và mặt phẳng $(ABC)$ bằng $60^\circ$. Tính khoảng cách giữa 2 đường thẳng $SA$ và $BC$ theo $a$

**A.** $\dfrac{a\sqrt{42}}{8}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{8}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{7}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{42}}{3}$.

# Hình học

## Bài 19:

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh $S$ lên mặt phẳng $(ABC)$ là điểm $H$ trên cạnh $AB$ sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa $SC$ và mặt phẳng $(ABC)$ bằng $60^\circ$. Tính khoảng cách giữa 2 đường thẳng $SA$ và $BC$ theo $a$

**A.** $\dfrac{a\sqrt{42}}{8}$.  **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{8}$.  **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{7}$.  **D.** $\dfrac{a\sqrt{42}}{3}$.

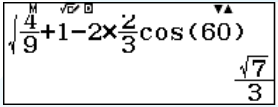
# Hình học

$$d(SA, BC) = \frac{12V_{SABC}}{\sqrt{4.SA^2.BC^2 - (SB^2 + AC^2 - SC^2 - AB^2)^2}}$$

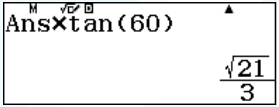
# Hình học

$$d(SA,BC)=\frac{12V_{SABC}}{\sqrt{4.SA^2.BC^2-(SB^2+AC^2-SC^2-AB^2)^2}}$$

$$CH=\sqrt{AH^2+AC^2-2AH.AC.\cos 60^\circ}$$




$$SH=CH\tan 60^\circ$$




$$SA^2=SH^2+HA^2=\frac{25}{9}\ ;\ SB^2=SH^2+HB^2=\frac{22}{9}\ ;\ SC^2=SH^2+HC^2=\frac{28}{9}$$

# Hình học

$$d(SA, BC) = \frac{12V_{SABC}}{\sqrt{4.SA^2.BC^2 - (SB^2 + AC^2 - SC^2 - AB^2)^2}}$$

$$CH = \sqrt{AH^2 + AC^2}$$

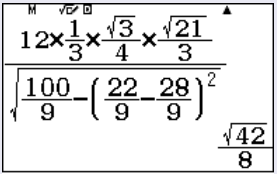
$$SH = CH \tan 60^\circ$$

$$SA^2 = SH^2 + HA^2 =$$

$$HC^2 = \frac{28}{9}$$

**Thay số vào công thức**

$$d(SA, BC) = \frac{12 \times \frac{1}{3} \times SH \times \frac{\sqrt{3}}{4}}{\sqrt{4 \times \frac{25}{9} - \left(\frac{22}{9} + 1 - \frac{28}{9} - 1\right)^2}}$$



# Hình học

**Bài 20:**

**Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a$, cạnh bên bằng $2a$ và $O$ là tâm của đáy. Gọi $M$, $N$, $P$, $Q$ lần lượt là các điểm đối xứng với $O$ qua trọng tâm của các tam giác $SAB$, $SBC$, $SCD$, $SDA$ và $S'$ là điểm đối xứng với $S$ qua $O$. Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng**

**A.** $V = \dfrac{20\sqrt{14}a^3}{81}$ **B.** $V = \dfrac{40\sqrt{14}a^3}{81}$ **C.** $V = \dfrac{10\sqrt{14}a^3}{81}$ **D.** $V = \dfrac{2\sqrt{6}a^3}{9}$

# Hình học

**Bài 20:**

**Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a$, cạnh bên bằng $2a$ và $O$ là tâm của đáy. Gọi $M$, $N$, $P$, $Q$ lần lượt là các điểm đối xứng với $O$ qua trọng tâm của các tam giác $SAB$, $SBC$, $SCD$, $SDA$ và $S'$ là điểm đối xứng với $S$ qua $O$. Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng**

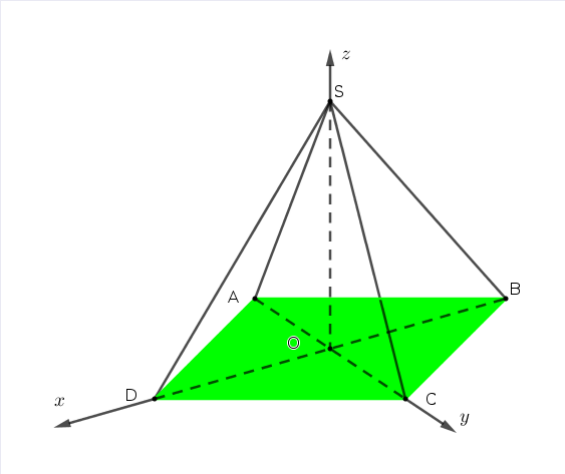
**A.** $V = \dfrac{20\sqrt{14}a^3}{81}$ **B.** $V = \dfrac{40\sqrt{14}a^3}{81}$ **C.** $V = \dfrac{10\sqrt{14}a^3}{81}$ **D.** $V = \dfrac{2\sqrt{6}a^3}{9}$

# Hình học

## BÀI GIẢI

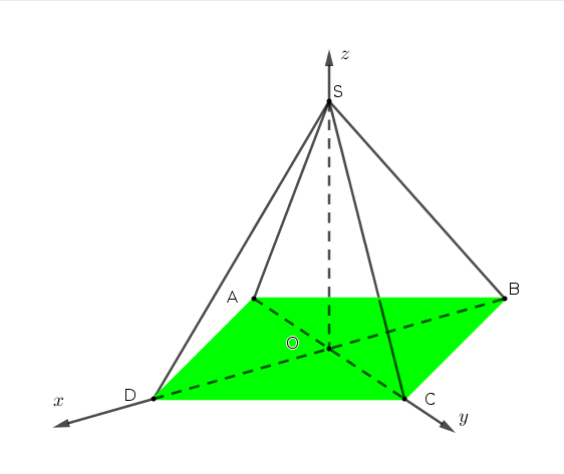
# Hình học

## BÀI GIẢI



# Hình học

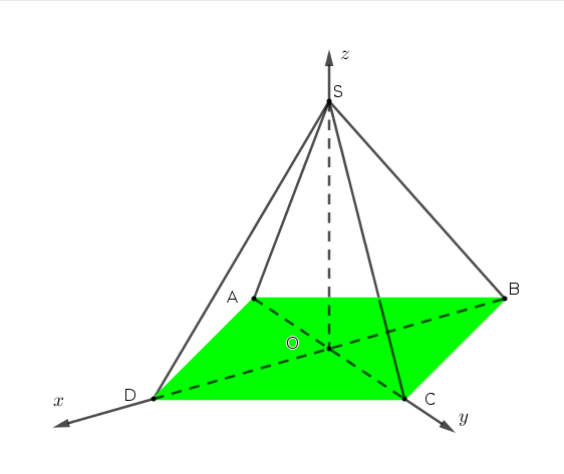
## BÀI GIẢI




Khi đó

# Hình học

## BÀI GIẢI

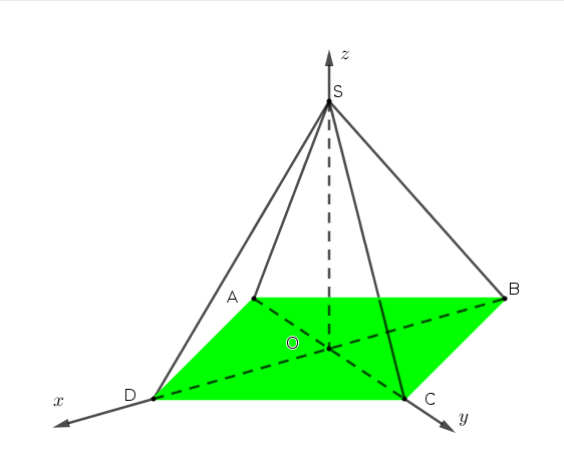



Khi đó

$D(A;0;0)$ với $A = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$,

# Hình học

## BÀI GIẢI



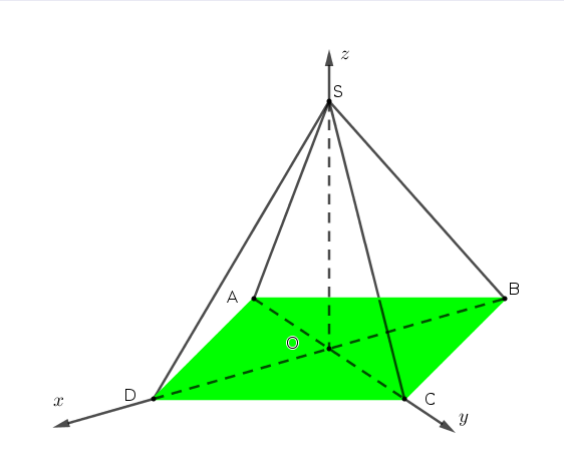

Khi đó

$D\left(A;0;0\right)$ với $A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,

$B\left(-A;0;0\right), C\left(0;A;0\right), D\left(0;-A;0\right), S(0;0;B)$

# Hình học

## BÀI GIẢI




Khi đó

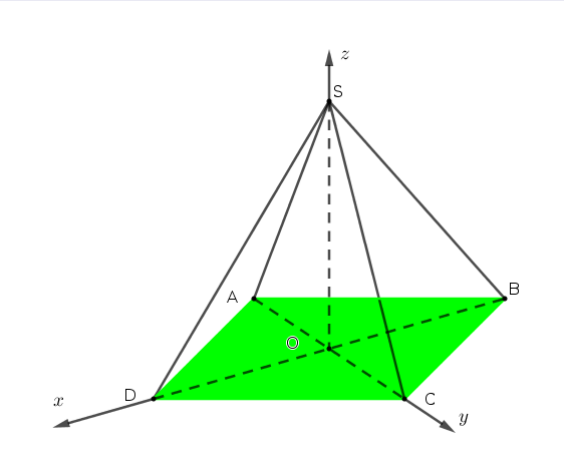
$D(A;0;0)$ với $A = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$,

$B(-A;0;0)$, $C(0;A;0)$, $D(0;-A;0)$, $S(0;0;B)$

với $B = \sqrt{2^2 - A^2}$.

# Hình học

## BÀI GIẢI




Khi đó

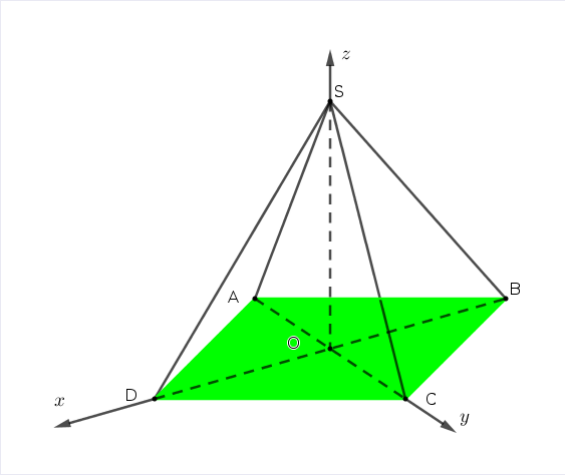
$D(A;0;0)$ với $A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,

$B(-A;0;0)$, $C(0;A;0)$, $D(0;-A;0)$, $S(0;0;B)$ với $B=\sqrt{2^2-A^2}$.

$M\left(-\dfrac{2A}{3};-\dfrac{2A}{3};\dfrac{2B}{3}\right)$, $N\left(-\dfrac{2A}{3};\dfrac{2A}{3};\dfrac{2B}{3}\right)$, $P\left(\dfrac{2A}{3};\dfrac{2A}{3};\dfrac{2B}{3}\right)$, $Q\left(\dfrac{2A}{3};-\dfrac{2A}{3};\dfrac{2B}{3}\right)$, $S'(0;0;-B)$.

# Hình học

## BÀI GIẢI




Khi đó

$D(A;0;0)$ với $A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,

$B(-A;0;0)$, $C(0;A;0)$, $D(0;-A;0)$, $S(0;0;B)$ với $B=\sqrt{2^2-A^2}$.

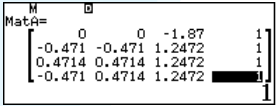
$M\left(-\dfrac{2A}{3};-\dfrac{2A}{3};\dfrac{2B}{3}\right)$, $N\left(-\dfrac{2A}{3};\dfrac{2A}{3};\dfrac{2B}{3}\right)$, $P\left(\dfrac{2A}{3};\dfrac{2A}{3};\dfrac{2B}{3}\right)$, $Q\left(\dfrac{2A}{3};-\dfrac{2A}{3};\dfrac{2B}{3}\right)$, $S'(0;0;-B)$.

$$\boxed{V_{S'MNPQ}=V_{S'MPN}+V_{S'MPQ}}$$

## Hình học

Để nhập liệu thuận tiện ta nên lưu $\frac{2A}{3}$ vào $x$ và $\frac{2B}{3}$ vào $y$.

1. Nhập **MatA** là ma trận thứ nhất gồm tọa độ của 4 đỉnh



## Hình học

Để nhập liệu thuận tiện ta nên lưu $\frac{2A}{3}$ vào $x$ và $\frac{2B}{3}$ vào $y$.

1. Nhập **MatA** là ma trận thứ nhất gồm tọa độ của 4 đỉnh

```
M        D
MatA=
[      0        0  -1.87      1]
 -0.471  -0.471 1.2472      1
 0.4714  0.4714 1.2472      1
 -0.471  0.4714 1.2472      1]
                            1
```

2. Điều chỉnh dòng 4 lưu vào **MatB**

```
M        D
MatB=
[      0        0  -1.87      1]
 -0.471  -0.471 1.2472      1
 0.4714  0.4714 1.2472      1
 0.4714  -0.471 1.2472      1]
                            0
```

## Hình học

Để nhập liệu thuận tiện ta nên lưu $\frac{2A}{3}$ vào $x$ và $\frac{2B}{3}$ vào $y$.

1. Nhập **MatA** là ma trận thứ nhất gồm tọa độ của 4 đỉnh

```
M        D
MatA=
[      0       0   -1.87       1]
[ -0.471  -0.471  1.2472       1]
[ 0.4714  0.4714  1.2472       1]
[ -0.471  0.4714  1.2472       1]
                                1
```

2. Điều chỉnh dòng 4 lưu vào **MatB**

```
M        D
MatB=
[      0       0   -1.87       1]
[ -0.471  -0.471  1.2472       1]
[ 0.4714  0.4714  1.2472       1]
[ 0.4714  -0.471  1.2472       1]
                                0
```

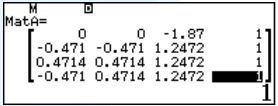
3. Thực hiện phép tính

```
M        D
1⌋6Abs(Det(MatA))
+1⌋6Abs(Det(MatB)
)
          0.9238660214
```

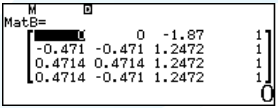
# Hình học

Để nhập liệu thuận tiện ta nên lưu $\frac{2A}{3}$ vào $x$ và $\frac{2B}{3}$ vào $y$.

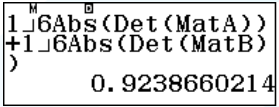
1. Nhập **MatA** là ma trận thứ nhất gồm tọa độ của 4 đỉnh

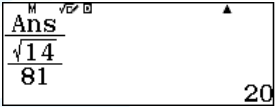



2. Điều chỉnh dòng 4 lưu vào **MatB**




3. Thực hiện phép tính

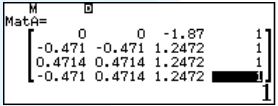


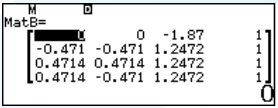
# Hình học

Để nhập liệu thuận tiện ta nên lưu $\frac{2A}{3}$ vào $x$ và $\frac{2B}{3}$ vào $y$.

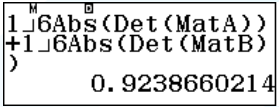
1. Nhập **MatA** là ma trận thứ nhất gồm tọa độ của 4 đỉnh

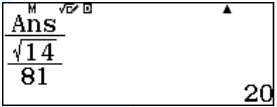



2. Điều chỉnh dòng 4 lưu vào **MatB**




3. Thực hiện phép tính




4. Nhận xét ba phương án đều có thừu số chung là $\frac{\sqrt{14}}{8}$ nên thực hiện như trên.

# Hình học

## Bài 21:

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a$. Gọi $M, N$ lần lượt là trung điểm $CD, AD$. Gọi $E$ là giao điểm của $AM$ và $BN$, mặt bên $SCD$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo $a$ bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SECM$

**A.** $R = \frac{a\sqrt{2}}{6}$. **B.** $R = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $R = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

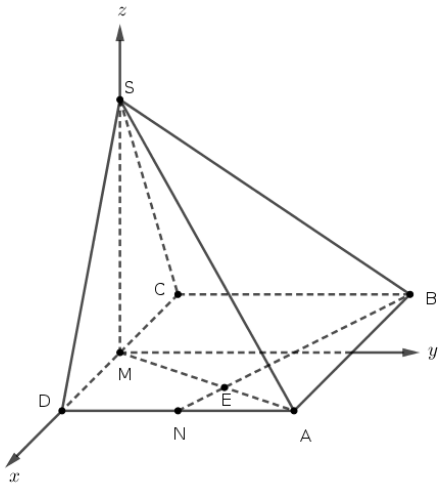
# Hình học

## Bài 21:

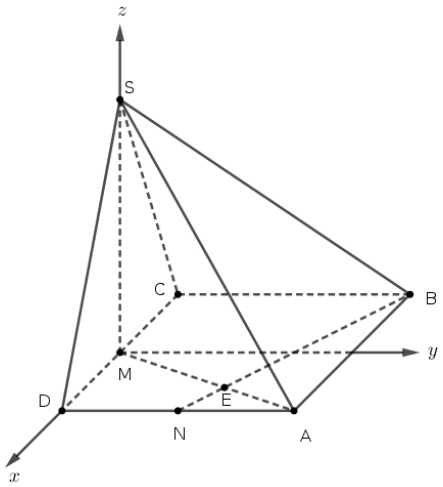
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a$. Gọi $M, N$ lần lượt là trung điểm $CD, AD$. Gọi $E$ là giao điểm của $AM$ và $BN$, mặt bên $SCD$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo $a$ bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SECM$

**A.** $R = \frac{a\sqrt{2}}{6}$. **B.** $R = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $R = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

# Hình học

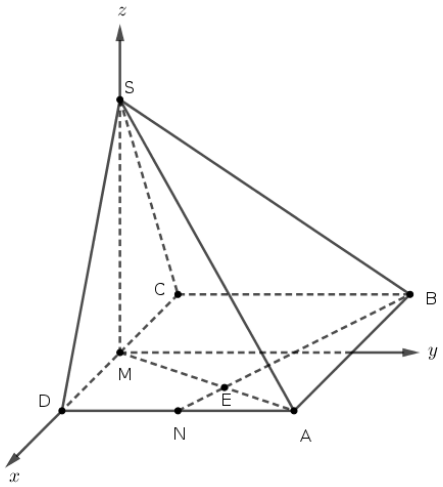


# Hình học




Vì trục đường tròn ngoại tiếp tam giác CME (cũng chính là đường tròn đường kính BM) song song với *SM* nên bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện *SCME* xác định bởi công thức

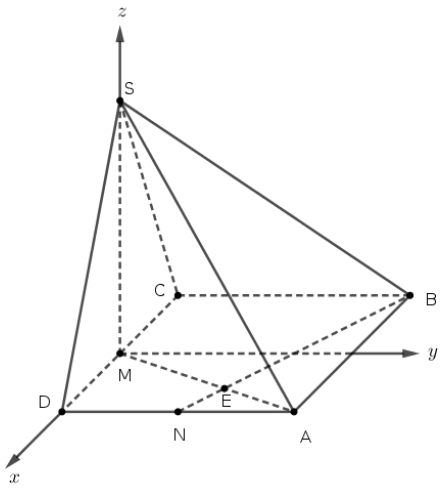
# Hình học




Vì trục đường tròn ngoại tiếp tam giác CME (cũng chính là đường tròn đường kính BM) song song với $SM$ nên bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SCME$ xác định bởi công thức

$$R = \sqrt{\left(\frac{SM}{2}\right)^2 + \left(R_{(CME)}\right)^2}$$

# Hình học

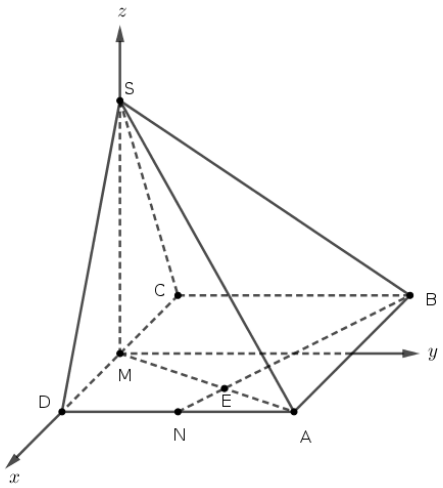



Vì trục đường tròn ngoại tiếp tam giác CME (cũng chính là đường tròn đường kính BM) song song với $SM$ nên bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SCME$ xác định bởi công thức

$$R = \sqrt{\left(\frac{SM}{2}\right)^2 + \left(R_{(CME)}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow R = \sqrt{\frac{SM^2}{4} + \frac{BC^2 + CM^2}{4}}$$

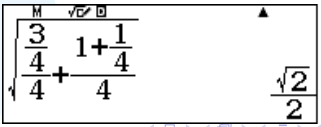
# Hình học




Vì trục đường tròn ngoại tiếp tam giác CME (cũng chính là đường tròn đường kính BM) song song với $SM$ nên bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SCME$ xác định bởi công thức

$$R = \sqrt{\left(\frac{SM}{2}\right)^2 + \left(R_{(CME)}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow R = \sqrt{\frac{SM^2}{4} + \frac{BC^2 + CM^2}{4}}$$



## Ta giải bài toán trên bằng PPTĐ như sau:

Trong không gian chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ và chon $a = 1$đvd. Khi đó ta thấy ngay tọa độ của các điểm như sau:

$$S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right);M(0;0;0),C\left(-\frac{1}{2};0;0\right)$$

Trong mặt phẳng $ABCD$ chọn hệ trục tọa độ $Mxy$ như hình vẽ, khi đó $A\left(\frac{1}{2};1\right),M(0;0),B\left(-\frac{1}{2};1\right),N\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. Khi đó tọa độ giao điểm $E$ của $AM$ và $BN$ là:

## Ta giải bài toán trên bằng PPTĐ như sau:

Trong không gian chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ và chon $a = 1$đvd. Khi đó ta thấy ngay tọa độ của các điểm như sau:

$$S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right);M(0;0;0),C\left(-\frac{1}{2};0;0\right)$$

Trong mặt phẳng $ABCD$ chọn hệ trục tọa độ $Mxy$ như hình vẽ, khi đó $A\left(\frac{1}{2};1\right),M(0;0),B\left(-\frac{1}{2};1\right),N\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. Khi đó tọa độ giao điểm $E$ của $AM$ và $BN$ là: $\left(\frac{3}{10};\frac{3}{5}\right)$

# Hình học

$$S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right);M(0;0;0),C\left(-\frac{1}{2};0;0\right),E\left(\frac{3}{10};\frac{3}{5};0\right)$$

# Hình học

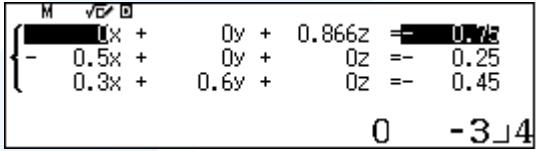
$$S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right);M(0;0;0),C\left(-\frac{1}{2};0;0\right),E\left(\frac{3}{10};\frac{3}{5};0\right)$$

Nhập hệ phương trình xác định mặt cầu

# Hình học

$$S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right);M(0;0;0),C\left(-\frac{1}{2};0;0\right),E\left(\frac{3}{10};\frac{3}{5};0\right)$$

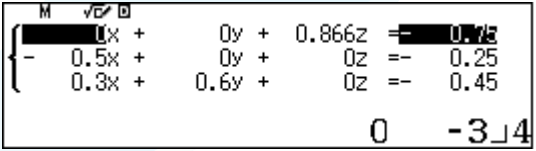
Nhập hệ phương trình xác định mặt cầu



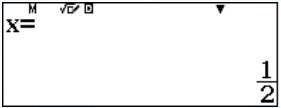
# Hình học

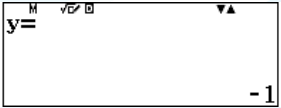
$$S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right);M(0;0;0),C\left(-\frac{1}{2};0;0\right),E\left(\frac{3}{10};\frac{3}{5};0\right)$$

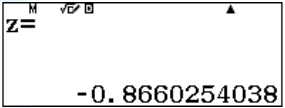
Nhập hệ phương trình xác định mặt cầu




Nghiệm của hệ lần lượt lưu vào **A, B, C**.



# Hình học

Lưu ý trong phương trình mặt cầu $a = \frac{A}{2}, b = \frac{B}{2}, c = \frac{C}{2}$.

# Hình học

Lưu ý trong phương trình mặt cầu $a = \frac{A}{2}, b = \frac{B}{2}, c = \frac{C}{2}$.
Vậy

$$R = \sqrt{\frac{A^2}{4} + \frac{B^2}{4} + \frac{C^2}{4}} \qquad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

# Hình học

## Bài 22:

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật tâm $O$, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, tam giác $SAD$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi $M$ là trung điểm $SA$, $G$ là trọng tâm tam giác $SCD$, thể tích khối tứ diện $DOGM$ bằng

**A.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

**B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

**C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

**D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

# Hình học

## Bài 22:

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật tâm $O$, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, tam giác $SAD$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi $M$ là trung điểm $SA$, $G$ là trọng tâm tam giác $SCD$, thể tích khối tứ diện $DOGM$ bằng

**A.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

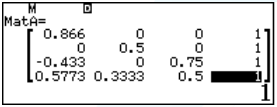
**B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

**C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

**D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

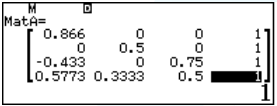
# Hình học

- $D\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0;0\right), O\left(0;\frac{1}{2};0\right), M\left(-\frac{\sqrt{3}}{4};0;\frac{3}{4}\right), G\left(\frac{\sqrt{3}}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right)$
- Nhập tọa độ 4 đỉnh vào ma trận cấp 4

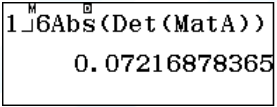


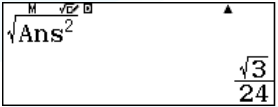
# Hình học

- $D\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0;0\right), O\left(0;\frac{1}{2};0\right), M\left(-\frac{\sqrt{3}}{4};0;\frac{3}{4}\right), G\left(\frac{\sqrt{3}}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right)$
- Nhập tọa độ 4 đỉnh vào ma trận cấp 4




- Thực hiện phép tính



# MỤC LỤC