

DẠNG 29. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

1 KIẾN THỨC CẦN NHỚ

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

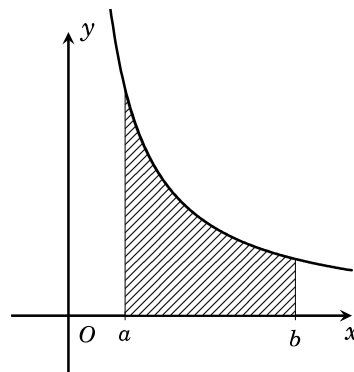
1 HÌNH PHẪNG GIỚI HẠN BỞI ĐƯỜNG CONG $Y = F(X)$ VÀ TRỤC HOÀNH

Định lí 1.

Cho (\mathcal{H}) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a, b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

Diện tích hình phẳng (\mathcal{H}) được tính theo công thức

$$S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

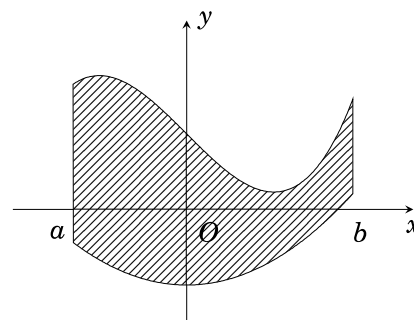


2 HÌNH PHẪNG GIỚI HẠN BỞI HAI ĐƯỜNG CONG

Định lí 2.

Cho (\mathcal{H}) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a, b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

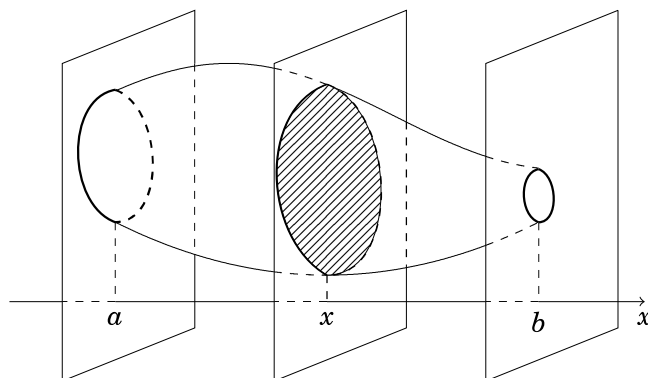
Diện tích của (\mathcal{H}) bằng $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.



3 THỂ TÍCH VẬT THỂ

Định lí 3. Cắt vật thể \mathcal{V} bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x = a, x = b$ ($a < b$).

Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với Ox tại điểm x , ($a \leq x \leq b$) cắt \mathcal{V} theo thiết diện có diện tích $S(x)$. Với $S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$.



Thể tích của vật thể \mathcal{V} giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) tính bởi công thức

$$V = \int_a^b S(x) dx.$$

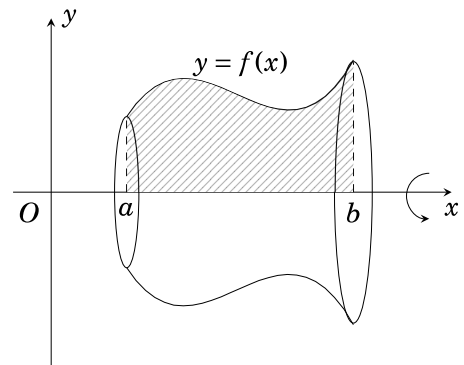
4 THỂ TÍCH KHỐI TRÒN XOAY

Định lí 4.

Hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$ và $x = b$ ($a < b$) quay quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay.

Thể tích của khối tròn xoay đó được tính bởi công thức:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$



5 BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1.

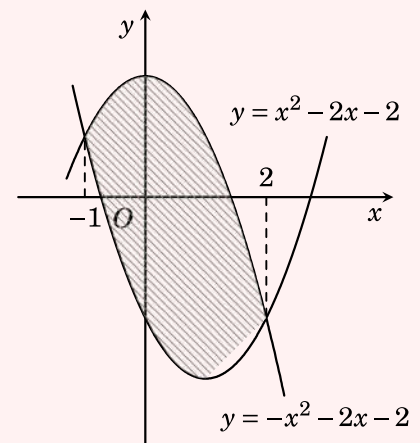
Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng

(A) $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$

(B) $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx.$

(C) $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx.$

(D) $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx.$



Lời giải.

Phân tích hướng dẫn giải.

1. **DẠNG TOÁN:** Viết công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong.

2. **HƯỚNG GIẢI:** Viết công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 hàm số.

Từ đó, ta có thể giải bài toán cụ thể như sau:

Dựa vào hình vẽ ta có diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên là

$$\int_{-1}^2 ((-x^2 + 2) - (x^2 - 2x - 2)) dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$$

Chọn đáp án **(A)**

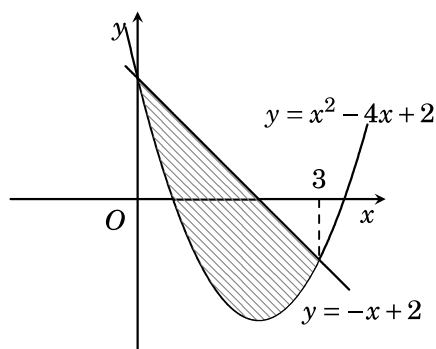
□

6 BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 1.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?

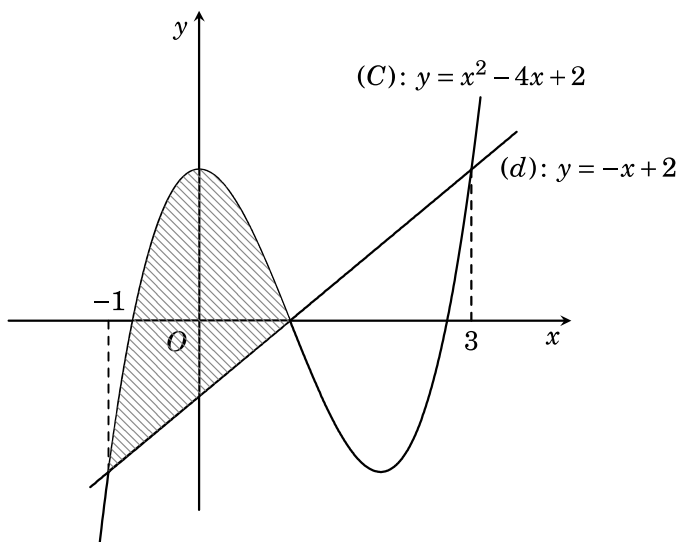
- (A) $\int_0^3 (x^2 - 3x) dx$.
- (B) $\int_0^3 (-x^2 + 3x) dx$.
- (C) $\int_0^3 (x^2 - 4x + 2) dx - \int_0^3 (-x + 2) dx$.
- (D) $\int_0^3 (-x + 2) dx + \int_0^3 (x^2 - 4x + 2) dx$.



➤ Câu 2.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?

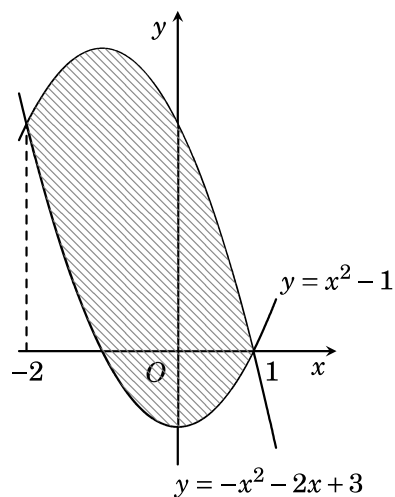
- (A) $\int_{-1}^1 (x^3 - 3x^2 - x + 3) dx$.
- (B) $\int_{-1}^3 (x^3 - 3x^2 - x + 3) dx$.
- (C) $\int_{-1}^1 (x^3 - 3x^2 + x + 1) dx$.
- (D) $\int_{-1}^1 (-x^3 + 3x^2 + x - 3) dx$.



➤ Câu 3.

Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng

- (A) $\int_{-2}^1 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.
- (B) $\int_{-2}^1 (2x^2 - 2x - 4) dx$.
- (C) $\int_{-2}^1 (-2x^2 - 2x + 4) dx$.
- (D) $\int_{-2}^1 (2x^2 + 2x - 4) dx$.



➤ Câu 4.

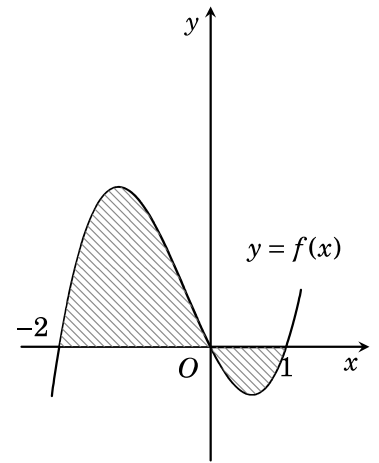
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ) là

(A) $S = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx.$

(B) $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx.$

(C) $S = \int_0^1 f(x) dx - \int_{-2}^0 f(x) dx.$

(D) $\left| \int_{-2}^1 f(x) dx \right|.$



⇒ Câu 5.

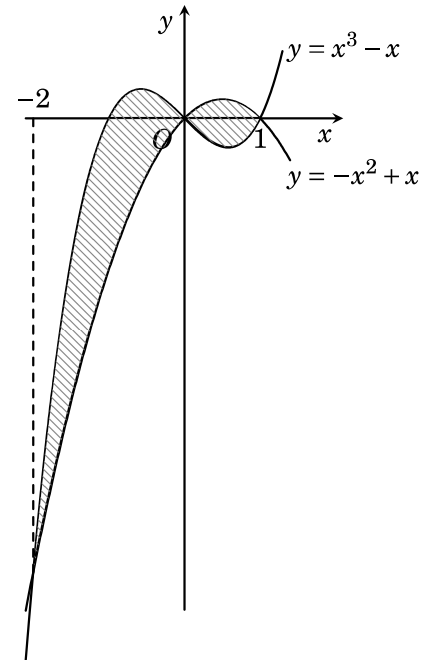
Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?

(A) $\int_{-2}^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx.$

(B) $\int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx - \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx.$

(C) $\int_{-2}^1 (-x^3 - x^2 + 2x) dx.$

(D) $\int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx + \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx.$



⇒ Câu 6.

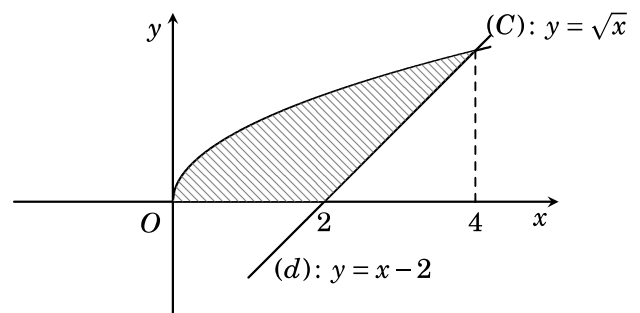
Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?

(A) $\int_0^2 (\sqrt{x} - x + 2) dx.$

(B) $\int_0^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx.$

(C) $\int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx.$

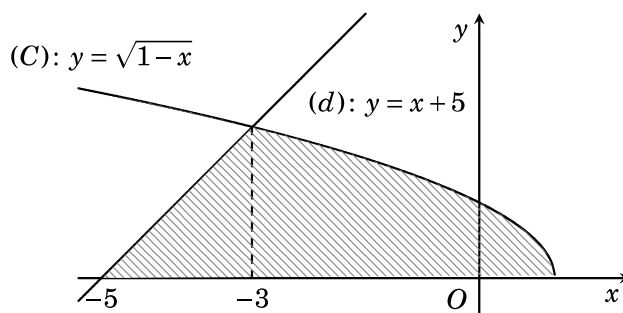
(D) $\int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 (x - 2 - \sqrt{x}) dx.$



⇒ Câu 7.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?

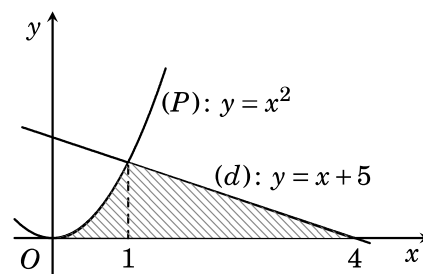
- (A) $\int_{-5}^{-3} (x+5) dx - \int_{-3}^1 \sqrt{1-x} dx.$
- (B) $\int_{-5}^{-3} (x+5) dx + \int_{-3}^1 \sqrt{1-x} dx.$
- (C) $\int_{-5}^1 [(x+5) - \sqrt{1-x}] dx.$
- (D) $\int_{-5}^1 [\sqrt{1-x} - (x+5)] dx.$



Câu 8.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?

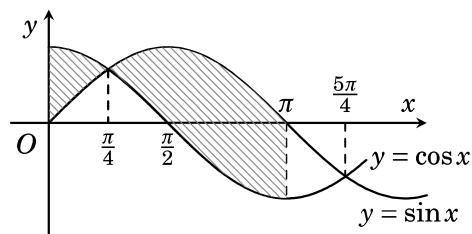
- (A) $\int_0^1 x^2 dx + \int_1^4 \left(\frac{1}{3}x - \frac{4}{3}\right) dx.$
- (B) $\int_0^4 \left(x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{4}{3}\right) dx.$
- (C) $\int_0^4 \left(x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}\right) dx.$
- (D) $\int_0^1 x^2 dx - \int_1^4 \left(\frac{1}{3}x - \frac{4}{3}\right) dx.$



Câu 9.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?

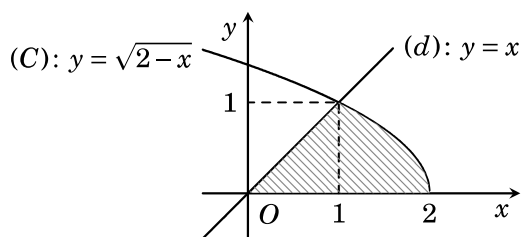
- (A) $\int_0^{\pi} (\sin x - \cos x) dx.$
- (B) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x) dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} (\sin x - \cos x) dx.$
- (C) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x) dx - \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} (\sin x - \cos x) dx.$
- (D) $\int_0^{\pi} (\cos x - \sin x) dx.$



Câu 10.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?

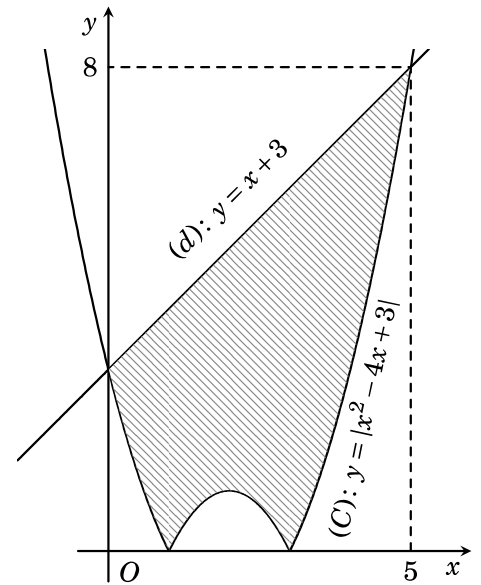
- (A) $\int_0^1 x dx + \int_1^2 \sqrt{2-x} dx.$
- (B) $\int_0^1 x dx - \int_1^2 \sqrt{2-x} dx.$
- (C) $\int_0^2 (x - \sqrt{2-x}) dx.$
- (D) $\int_0^2 (\sqrt{2-x} - x) dx.$



Câu 11.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?

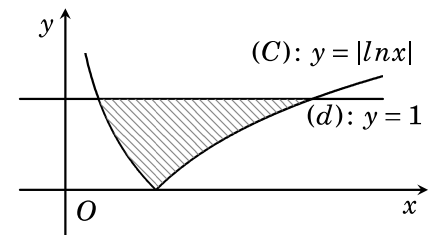
- (A) $\int_0^1 (-x^2 + 5x) dx + \int_1^3 (x^2 - 3x + 6) dx + \int_3^5 (-x^2 + 5x) dx.$
- (B) $\int_0^1 (-x^2 + 5x) dx - \int_1^3 (x^2 - 3x + 6) dx + \int_3^5 (-x^2 + 5x) dx.$
- (C) $\int_0^1 (x^2 - 5x) dx - \int_1^3 (x^2 - 3x + 6) dx + \int_3^5 (x^2 - 5x) dx.$
- (D) $\int_0^1 (-x^2 + 5x) dx + \int_1^3 (x^2 - 3x + 6) dx - \int_3^5 (-x^2 + 5x) dx.$



➤ Câu 12.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?

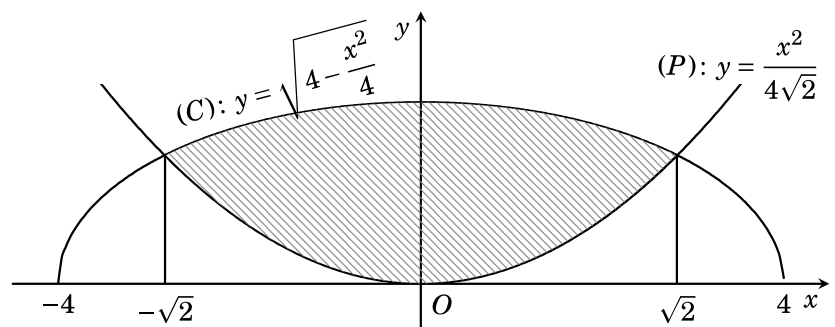
- (A) $\int_{\frac{1}{e}}^1 (1 + \ln x) dx + \int_1^e (1 - \ln x) dx.$
- (B) $\int_{\frac{1}{e}}^1 (1 - \ln x) dx + \int_1^e (1 + \ln x) dx.$
- (C) $\int_{\frac{1}{e}}^1 (1 + \ln x) dx - \int_1^e (1 - \ln x) dx.$
- (D) $\int_{\frac{1}{e}}^1 (1 - \ln x) dx - \int_1^e (1 + \ln x) dx.$



➤ Câu 13.

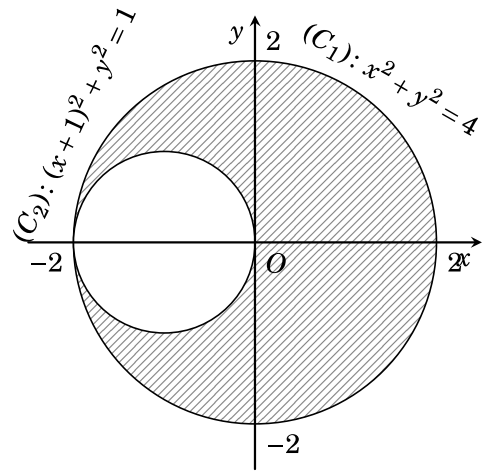
Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào?

- (A) $\int_0^{2\sqrt{2}} \sqrt{16 - x^2} dx + \frac{1}{2\sqrt{2}} \int_0^{2\sqrt{2}} x^2 dx.$
- (B) $\int_0^{2\sqrt{2}} \sqrt{16 - x^2} dx - \frac{1}{2\sqrt{2}} \int_0^{2\sqrt{2}} x^2 dx.$
- (C) $\frac{1}{2\sqrt{2}} \int_0^{2\sqrt{2}} x^2 dx - \int_0^{2\sqrt{2}} \sqrt{16 - x^2} dx.$
- (D) $2 \int_0^{2\sqrt{2}} \sqrt{16 - x^2} dx - \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{2\sqrt{2}} x^2 dx.$



➤ Câu 14.

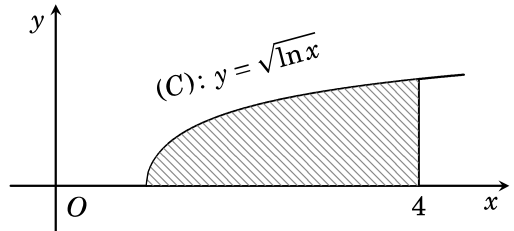
Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ được giới hạn bởi 2 đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 4$ và $(x+1)^2 + y^2 = 1$ được tính theo công thức nào?



- Ⓐ $\left[\int_{-2}^0 (\sqrt{4-x^2} - \sqrt{1-(x+1)^2}) dx + \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx \right]$.
- Ⓑ $2 \left[\int_{-2}^0 (\sqrt{4-x^2} + \sqrt{1-(x+1)^2}) dx - \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx \right]$.
- Ⓒ $2 \left[\int_{-2}^0 (\sqrt{4-x^2} - \sqrt{1-(x+1)^2}) dx + \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx \right]$.
- Ⓓ $\left[\int_{-2}^0 (\sqrt{4-x^2} + \sqrt{1-(x+1)^2}) dx - \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx \right]$.

📁 Câu 15.

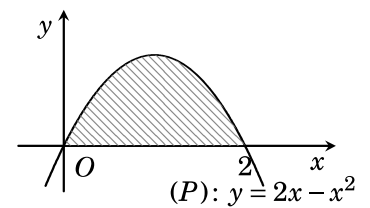
Công thức thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox là



- Ⓐ $\pi \int_1^4 \ln x \cdot dx$.
- Ⓑ $\pi \int_1^4 \sqrt{\ln x} dx$.
- Ⓒ $\pi \int_1^4 (\sqrt{\ln x} - 1) dx$.
- Ⓓ $\pi \int_1^4 (\ln x - 1) \cdot dx$.

📁 Câu 16.

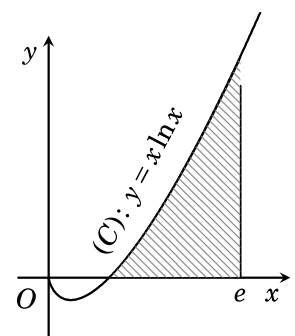
Công thức thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox là



- Ⓐ $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$.
- Ⓑ $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x) dx$.
- Ⓒ $\pi \int_0^2 (4x^2 - 4x^3 + x^4) dx$.
- Ⓓ $\pi \int_0^2 (4x^2 + 4x^3 - x^4) dx$.

📁 Câu 17.

Công thức thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox là

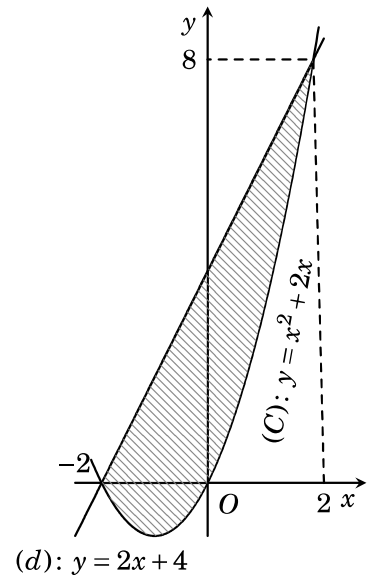


- Ⓐ $\pi \int_1^e [(x \cdot \ln x)^2 - e^2] dx$.
- Ⓑ $\pi \int_1^e (x \cdot \ln x) dx$.
- Ⓒ $\pi \int_1^e (x \cdot \ln x - e) dx$.
- Ⓓ $\pi \int_1^e (x \cdot \ln x)^2 dx$.

📁 Câu 18.

Công thức thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox là

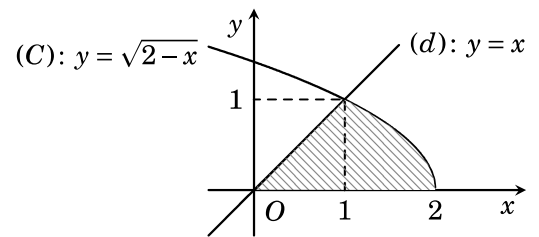
- (A) $\pi \int_{-2}^2 [x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 16x + 16] dx$. (B) $\pi \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx$.
 (C) $\pi \int_{-2}^2 [-x^4 - 4x^3 + 16x + 16] dx$. (D) $\pi \int_{-2}^2 (x^2 + 4x + 4) dx$.



➤ Câu 19.

Công thức thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox là

- (A) $\pi \int_0^1 (2-x) dx + \pi \int_1^2 x^2 dx$. (B) $\pi \int_0^1 x^2 dx + \pi \int_1^2 (2-x) dx$.
 (C) $\pi \int_0^2 (2-x+x^2) dx$. (D) $\pi \int_0^2 x^2 dx + \pi \int_2^4 (2-x) dx$.



➤ Câu 20.

Miền phẳng trong hình vẽ giới hạn bởi hàm số $y = f(x)$ và parabol $y = x^2 - 2x$. Biết $\int_{-\frac{1}{2}}^1 f(x) dx = \frac{7}{5}$. Khi đó diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bằng

- (A) $S = 1$. (B) $S = \frac{71}{40}$. (C) $S = \frac{41}{40}$. (D) $S = 2$.

