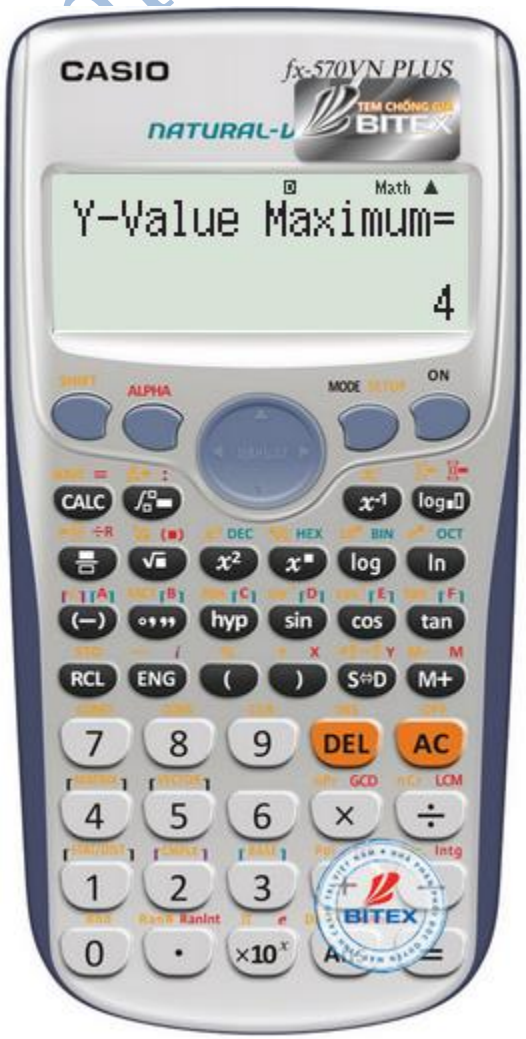
CASIO FX-570VN PLUS TÌM GTLN GTNN TRONG CÁC BÀI TOÁN LỚP 9

(Phiên bản 22.2.2016)

Đa số các em học sinh còn bỡ ngỡ và "ngại" làm dạng toán Tìm Giá trị lớn nhất (GTLN) và Giá trị nhỏ nhất (GTNN) của một số biểu thức Đại số lớp 9 từ những bài đơn giản nhất. Hiện tại trên mạng chưa có tài liệu nào về cách giải nhanh bài toán này với dòng máy tính ưu việt CASIO fx-570VN PLUS.
Chính vì lí do đó, bài viết thủ thuật dưới đây sẽ giúp các em học sinh làm quen và giải thành thạo một số dạng toán tìm GTLN GTNN mà trước đó còn gặp khó khăn. Thông qua sự khởi đầu thuận lợi này để tiếp tục chinh phục những bài toán khó hơn trong các kỳ thi.
Có một ghi chú nhỏ là chỉ CASIO fx-570VN PLUS mới làm được những điều dưới đây thôi các em nhé.



diendanmaytinhcamtay.vn

MỤC LỤC

A. BIỂU THỨC LÀ TAM THỨC BẬC HAI 3
I. Cơ sở lý thuyết 3
1. Phương pháp chính 3
2. Một số ví dụ cơ bản. 3
II. Thủ thuật CASIO 570VN PLUS 4
B. BIỂU THỨC LÀ PHÂN THỨC 7
B.1 PHÂN THỨC CÓ TỬ LÀ HẰNG, MẪU LÀ TAM THỨC BẬC HAI 7
B.2 PHÂN THỨC CÓ TỬ LÀ TAM THỨC BẬC 2, MẪU LÀ BÌNH PHƯƠNG NHỊ THỨC 11
2. Một số ví dụ 12
2. Ví dụ 14
C. BIỂU THỨC CÓ CHỨA DẤU CĂN 16
I. Cơ sở lý thuyết 16
II. Thủ thuật CASIO 570VN PLUS 17
D. Bài tập rèn luyện 26
I. Biểu thức là tam thức bậc 2 26
II. Biểu thức là phân số 26
III. Biểu thức có chứa dấu căn ..... **Error! Bookmark not defined.**
E. Tài liệu tham khảo 27

diendanmaytinhcamtay.vn

NHẮC LẠI NỘI DUNG:

Tìm giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của biểu thức $A(x)$ (A phụ thuộc vào biến x) có ba bước sau:

Bước 1: Ta phải biến đổi sao cho:

$$A(x) \le m$$

Bước 2: Tìm một giá trị x_0 để $A(x_0) = m$.

Bước 3: Kết luận: Giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của $A(x)$ là m khi $x = x_0$.

A. BIỂU THỨC LÀ TAM THỨC BẬC HAI

I. Cơ sở lý thuyết

1. Phương pháp chính

Ta sử dụng hai hằng đẳng thức chính sau:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

2. Một số ví dụ cơ bản.

a.Ví dụ 1

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$A = -x^2 - 2x + 1$$

Bài giải

Đưa biểu thức về hằng đẳng thức như sau:

$$\begin{aligned} A &= -x^2 - 2x + 1 \\ &= -(x^2 + 2x) + 1 \\ &= -(x^2 + 2x + 1) + 2 \\ &= -(x+1)^2 + 2 \end{aligned}$$

diendanmaytinhcamtay.vn

Vì $-(x+1)^2 \le 0$ với mọi x nên:

$$-(x+1)^2 + 2 \le 2 \forall x$$

Do đó

$$\text{Max } A = 2 \Leftrightarrow x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$$

b. Ví dụ 2

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau:

$$B = 2x^2 - 5x + 1$$

Ta cũng phân tích tương tự Ví dụ 1:

$$\begin{aligned} B &= 2x^2 - 5x + 1 \\ &= 2\left(x^2 - \frac{5}{2}x\right) + 1 \\ &= 2\left(x^2 - 2\times\frac{5}{4}x + \frac{25}{16}\right) + 1 \\ &= 2\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{17}{8} \end{aligned}$$

Vì $2\left(x-\frac{5}{4}\right)^2 \ge 0$ với mọi x nên:

$$2\left(x-\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{17}{8} \ge -\frac{17}{8}$$

Do đó

$$\text{Min } B = -\frac{17}{8} \Leftrightarrow \left(x-\frac{5}{4}\right) \Leftrightarrow x = \frac{5}{4}$$

II. Thủ thuật CASIO 570VN PLUS

Đầu tiên ta kể đến một chức năng của 570VN PLUS mà những dòng trước đây không có, đó là

diendanmaytinhcamtay.vn

sau khi tìm được nghiệm của phương trình bậc hai, nhấn = tiếp tục ta sẽ được hai giá trị là (X-Maximum; Y-Maximum) hoặc (X-Minimum; Y-Minimum).

Dựa vào điều này, ta sẽ có "kế hoạch" nhanh gọn cho những bài tìm GTLN, GTNN bên trên nhé. Phương pháp 570VN PLUS như sau:

- Bước 1: Đầu tiên ta vào chế độ giải phương trình bậc hai, sau đó nhập các hệ số và giải phương trình bình thường, bấm bằng "=" liên tục.

Để ý rằng:

+ Với hệ số $a > 0$, ta sẽ tìm được GTNN của biểu thức.

+ Với hệ số $a < 0$, ta sẽ tìm được GTLN của biểu thức.

- Bước 2: Sau khi bấm bằng "=" liên tục, ta sẽ tìm được Y-Maximum hoặc Y-Minimum; Vậy đây chính là những yếu tố mà ta cần tìm.

- Bước 3: Đưa về Hằng đẳng thức như thế nào?

Ta lại tiếp tục giải phương trình bậc 2, tuy nhiên có thay đổi ở hệ số tự do c , các em nhập $c - \text{YMaximum}$ hoặc $c - \text{YMinimum}$

Được một nghiệm x_1 . Dễ thấy đây chính là nghiệm kép cần tìm.

Đưa về phương trình dạng:

$$a\left(x - x_1\right)^2 + \text{YMaximum} \le \text{YMaximum}$$

hoặc

$$a\left(x - x_1\right)^2 + \text{YMinimum} \ge \text{YMinimum}$$

Thực hành hai ví dụ trên:

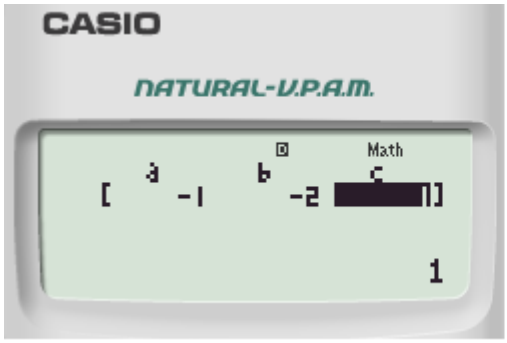
<u>Ví dụ 1:</u>

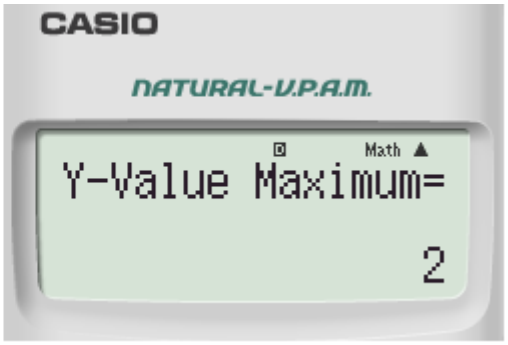
Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$A = -x^2 - 2x + 1$$

+ Bấm máy lần 1:

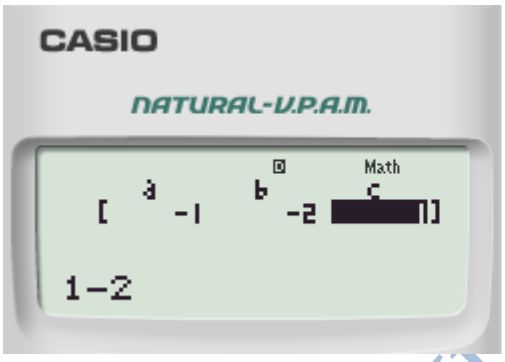
diendanmaytinhcamtay.vn

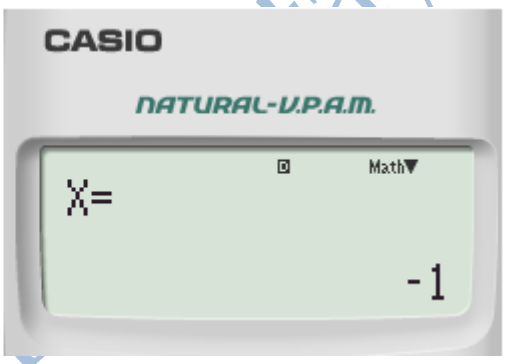




À, vậy biểu thức này có GTLN và GTLN đó là 2.

+ Bấm máy lần 2:





Vậy ta phân tích được:

$$A = -(x+1)^2 + 2 \le 2 \forall x$$

Do đó

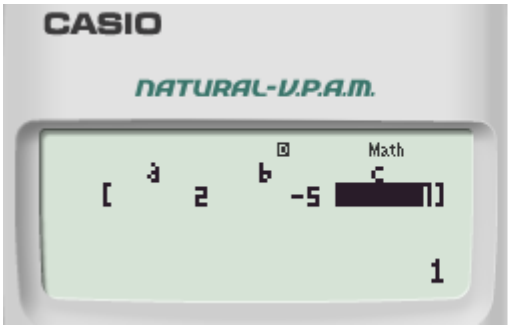
$$\text{Max } A = 2 \Leftrightarrow x+1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

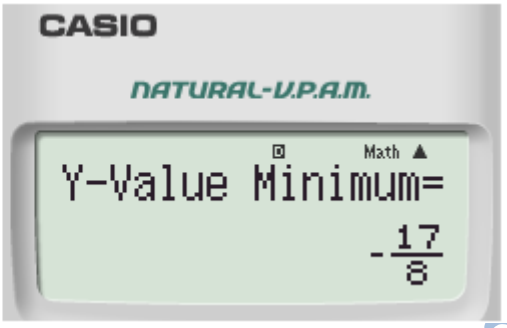
Ví dụ 2:
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau:

$$B = 2x^2 - 5x + 1$$

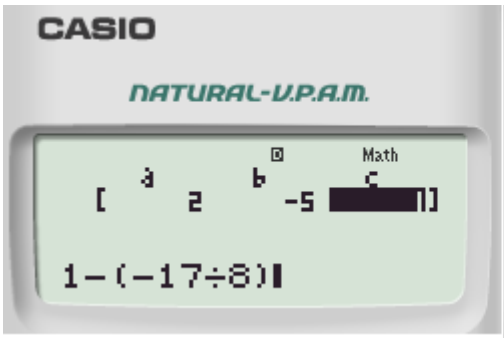
+ Bấm máy lần 1:

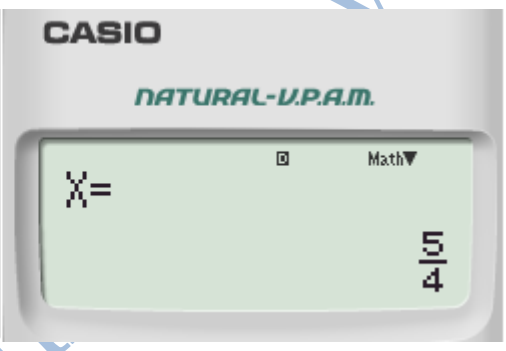
diendanmaytinhcamtay.vn





+ Bấm máy lần 2:





Vậy

$$2\left(x-\frac{5}{4}\right)^2-\frac{17}{8}\geq-\frac{17}{8}$$

Do đó

$$\text{Min B}=-\frac{17}{8}\Leftrightarrow\left(x-\frac{5}{4}\right)\Leftrightarrow x=\frac{5}{4}$$

Chia làm hai giai đoạn bấm máy để các em dễ biến đổi trong quá trình trình bày bài giải. Ví như Giai đoạn hai cũng không cần thiết vì X-Maximum và X-Minimum đã đi kèm trong Giai đoạn bấm máy lần 1. Bài viết khởi đầu có phần "dài dòng" nhưng trên ý tưởng là vậy nhé các em.

B. BIỂU THỨC LÀ PHÂN THỨC

B.1 PHÂN THỨC CÓ TỬ LÀ HẰNG, MẪU LÀ TAM THỨC BẬC HAI

diendanmaytinhcamtay.vn

1. Phương pháp chung:

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

Với biểu thức trên, ta có nhận xét như sau:

+ A đạt GTLN khi $P(x)$ đạt GTLN và $Q(x)$ đạt GTNN.

+ A đạt GTNN khi $P(x)$ đạt GTNN và $Q(x)$ đạt GTLN.

Nếu đa thức A được biến đổi thành dạng:

$$A = a + \frac{b}{Q(x)} \quad (b > 0)$$

Thì A đạt GTLN khi $Q(x)$ đạt GTNN và A đạt GTNN khi $Q(x)$ đạt GTLN.

2. Một số ví dụ

a. Ví dụ 1

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

$$A = \frac{3x^2 + 6x + 11}{x^2 + 2x + 3}$$

Biến đổi A như sau:

$$A = \frac{3x^2 + 6x + 11}{x^2 + 2x + 3} = 3 + \frac{2}{x^2 + 2x + 3} = 3 + \frac{2}{(x+1)^2 + 2}$$

Vậy A đạt GTLN khi $(x+1)^2 + 2$ đạt GTNN, theo phương pháp làm trong Phần đầu tiên ta nhận được $(x+1)^2 + 2$ đạt GTNN là 2.

Vậy GTLN của A là 3 khi

$$(x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

b. Ví dụ 2

Biến đổi B như sau:

$$B = \frac{x^2 + 4x - 10}{x^2 + 4x - 7} = 1 + \frac{3}{-x^2 - 4x + 7} = 1 + \frac{3}{-(x+2)^2 + 11}$$

diendanmaytinhcamtay.vn

Vậy B đạt GTNN khi $-(x+2)^2+11$ đạt GTLN, theo phương pháp làm trong Phần đầu tiên ta nhận được $-(x+2)^2+11$ đạt GTLN là 11.

Vậy GTNN của B là 1 khi

$$(x+2)^2=0 \Leftrightarrow x=-2.$$

Tiếp theo chúng ta giải quyết GTLN GTNN biểu thức phân số có tử là hằng bằng máy tính CASIO fx-570VN PLUS:

Tiếp theo chúng ta giải quyết GTLN GTNN biểu thức phân số có tử là hằng bằng máy tính CASIO fx-570VN PLUS:

II. Thủ thuật CASIO 570VN PLUS

1. Phương pháp

Nhận dạng: Để biểu thức A:

$$A=\frac{a_1x^2+b_1x+c_1}{a_2x^2+b_2x+c_2}$$

về được dạng:

$$A=a+\frac{b}{Q(x)} \quad b>0$$

thì ta phải có điều kiện:

$$a_1,a_2\neq 0;\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\Rightarrow a_1b_2=a_2b_1$$

Ta sẽ sử dụng máy tính CASIO fx-570VN PLUS để tìm các số $a,\ b$ vì $Q(x)$ đã được cho ở đề bài rồi.

+ Tìm a:

$$a=\frac{a_1}{a_2}$$

diendanmaytinhcamtay.vn

+ Tìm b :

Nhập vào màn hình biểu thức:

$$(A-a).Q(x)$$

Bấm CALC và nhập một số giá trị khác nhau liên tục, ta được một kết quả duy nhất và đó là hệ số b cần tìm.

2. Ví dụ

Giải hai ví dụ bên phần cơ sở lý thuyết trên:

a. Ví dụ 1

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

$$A=\frac{3x^2+6x+11}{x^2+2x+3}$$

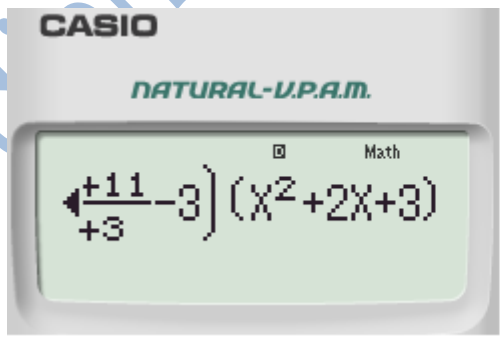
Nhận xét: A đưa được về dạng biểu thức phân số có tử là hằng số vì: $3\times 2=6\times 1$.

+ Bước 1: Tìm hệ số $a=3\div 1=3$.

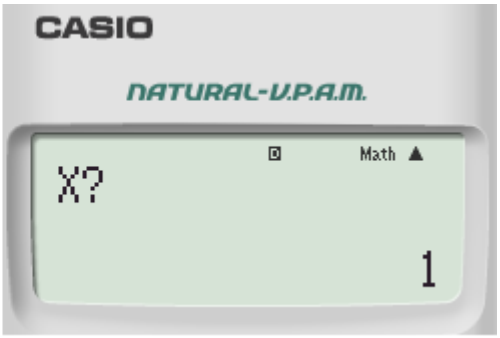
+ Bước 2:
Nhập vào màn hình biểu thức:

$$\left(\frac{3x^2+6x+11}{x^2+2x+3}-3\right)\left(x^2+2x+3\right)$$

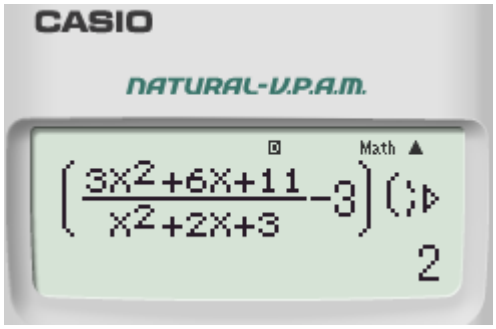
Nhấn CALC:
Ta tính giá trị của biểu thức trên tại một vài điểm $x=1;\ x=2;\ x=3;\ x=4$.



CALC



diendanmaytinhcamtay.vn



Vậy $b = 2$.
Bằng cách áp dụng lại Phần A, ta cũng đưa mẫu về dạng hằng đẳng thức.
Ghi lại quá trình làm như sau:

$$A = \frac{3x^2 + 6x + 11}{x^2 + 2x + 3} = 3 + \frac{2}{x^2 + 2x + 3} = 3 + \frac{2}{(x+1)^2 + 2}$$

Vậy A đạt GTLN khi $(x+1)^2 + 2$ đạt GTNN, theo phương pháp làm trong Phần đầu tiên ta nhận được $(x+1)^2 + 2$ đạt GTNN là 2.

Vậy GTLN của A là 3 khi

$$(x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

b. Ví dụ 2
Các em tự thực hành nhé.

B.2 PHÂN THỨC CÓ TỬ LÀ TAM THỨC BẬC 2, MẪU LÀ BÌNH PHƯƠNG NHỊ THỨC

1. Phương pháp chung:

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \frac{P(x)}{\left(Q(x)\right)^2}$$

Với Q(x) là nhị thức bậc nhất.

Hay ta viết lại A dưới dạng

diendanmaytinhcamtay.vn

$$A = \frac{a_1x^2 + b_1x + c_1}{a_2x^2 + b_2x + c_2}$$

Nếu biểu thức A được biến đổi về dạng:

$$A = a + \frac{b}{Q(x)} + \frac{c}{\left(Q(x)\right)^2}$$

Ta đặt $y = Q\left(x\right)$ và biểu thức trên trở về tìm GTLN, GTNN của:

$$A' = a + \frac{b}{y} + \frac{c}{y^2}$$

Và cũng bấm máy tính như bài viết đầu tiên, ta tìm được GTLN, GTNN của biểu thức A'. Đây cũng là GTLN của biểu thức A cần tìm.
Dấu "=" xảy ra khi y bằng một giá trị nhất định, thế ngược lại cách đặt ban đầu ta tìm được x để hàm số đạt GTLN, GTNN.

2. Một số ví dụ

a. Ví dụ 1

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

$$A = \frac{-3x^2 + 8x - 6}{x^2 - 2x + 1}$$

Nhận thấy ở đây A không đưa về được dạng 1 của bài toán tìm GTLN, GTNN của bài toán phân thức vì $(-3)\times(-2) \neq 1\times 8$ nhưng do mẫu số là hằng đẳng thức nên ta làm như sau:

+ **Bước 1:** Đặt $y = x - 1 \Leftrightarrow x = y + 1$.

Biến đổi A như sau:

$$A = \frac{-3(x-1)^2 + 2(x-1) - 1}{(x-1)^2} = -3 + \frac{2}{(x-1)} - \frac{1}{(x-1)^2} = -3 + \frac{2}{y} - \frac{1}{y^2}$$

+ **Bước 2:** Ta phân tích

$$A = -3 + \frac{2}{y} - \frac{1}{y^2} = -\left(\frac{1}{y} - 1\right)^2 - 2$$

diendanmaytinhcamtay.vn

+ **Bước 3:** Vậy A đạt GTLN là -2 khi

$$\frac{1}{y}-1=0 \Leftrightarrow y=1 \Leftrightarrow x=2$$

b. Ví dụ 2

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau:

$$B=\frac{4x^2+14x+15}{\left(2x+3\right)^2}$$

+ **Bước 1:** Đặt $y=2x+3 \Leftrightarrow x=\frac{y-3}{2}$.

Biến đổi B như sau:

$$B=\frac{(2x+3)^2+(2x+3)+3}{(2x+3)^2}=1+\frac{1}{(2x+3)}+\frac{3}{(2x+3)^2}=1+\frac{1}{y}+\frac{3}{y^2}$$

+ **Bước 2:** Ta phân tích

$$B=1+\frac{2}{y}+\frac{3}{y^2}=3\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{6}\right)^2+\frac{11}{12}$$

+ **Bước 3:** Vậy A đạt GTNN là $\frac{11}{12}$ khi

$$\frac{1}{y}+\frac{1}{6}=0 \Leftrightarrow y=-6 \Leftrightarrow x=-\frac{9}{2}$$

Tiếp theo chúng ta giải quyết GTLN GTNN biểu thức phân số có tử là tam thức bậc hai, mẫu là bình phương nhị thức bằng máy tính CASIO fx-570VN PLUS:

II. Thủ thuật CASIO 570VN PLUS

1. Phương pháp

Nhận dạng: Biểu thức A :

diendanmaytinhcamtay.vn

$$A = \frac{a_1x^2 + b_1x + c_1}{a_2x^2 + b_2x + c_2}$$

đưa về được dạng:

$$A = a + \frac{b}{Q(x)} + \frac{c}{\left(Q(x)\right)^2}$$

Ta sẽ sử dụng máy tính CASIO fx-570VN PLUS để tìm các số a, b, c vì $Q(x)$ đã được cho ở đề bài rồi.

+ Tìm a:

$$a = \frac{a_1}{a_2}$$

+ Tìm b, c:

Nhập vào màn hình biểu thức:

$$a_1x^2 + b_1x + c_1 - a_1\left(x + \frac{b_2}{2a_2}\right)^2$$

Bấm CALC, nhập 1000 và bấm =, ta được một số và từ đây tách ra để tìm b, c .

2. Ví dụ

Giải hai ví dụ bên phần cơ sở lý thuyết trên

a. Ví dụ 1

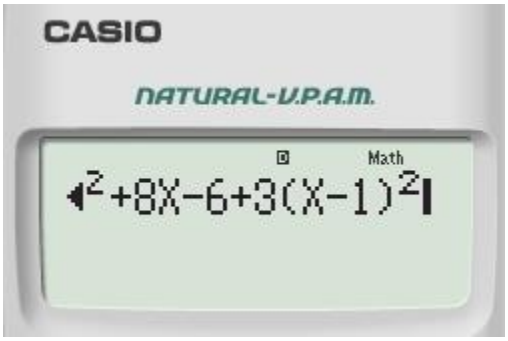
Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

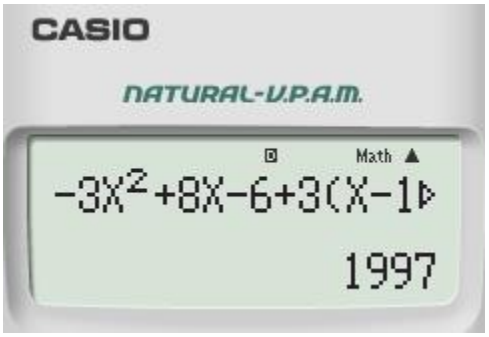
$$A = \frac{-3x^2 + 8x - 6}{x^2 - 2x + 1}$$

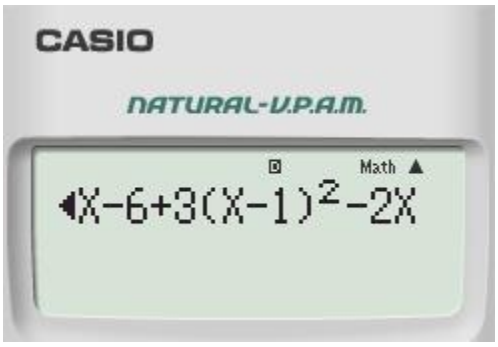
+ **Bước 1:** Tìm a: a=-3.

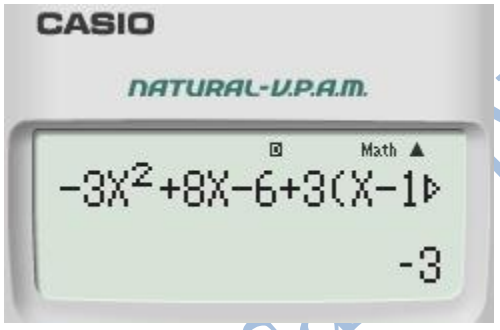
+ **Bước 2:** Tìm b. Nhập lên màn hình:

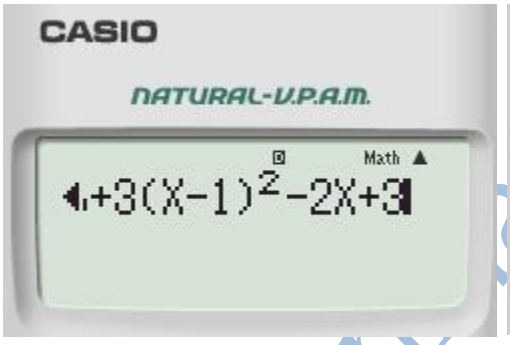
diendanmaytinhcamtay.vn

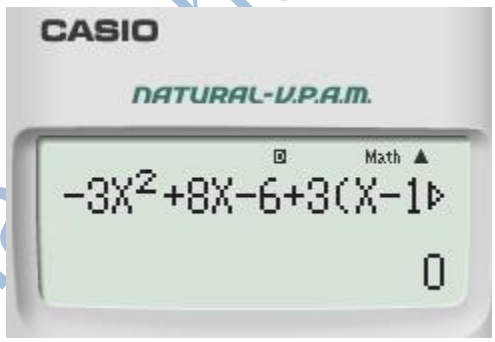












+ **Bước 3:** Tìm c từ Bước 2.

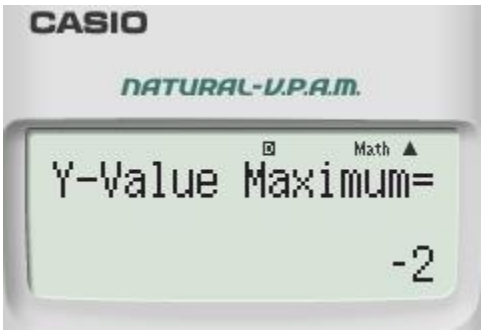
Ta được biến đổi sau:

Biến đổi A như sau:

$$A = \frac{-3(x-1)^2 + 2(x-1) - 1}{(x-1)^2} = -3 + \frac{2}{(x-1)} - \frac{1}{(x-1)^2} = -3 + \frac{2}{y} - \frac{1}{y^2}$$

Ta phân tích

diendanmaytinhcamtay.vn



$$A=-3+\frac{2}{y}-\frac{1}{y^2}=-\left(\frac{1}{y}-1\right)^2-2$$

Tìm GTLN của biểu thức mới này

Vậy A đạt GTLN là -2 khi

$$\frac{1}{y}-1=0\Leftrightarrow y=1\Leftrightarrow x=2$$

b. Ví dụ 2

Được thực hiện tương tự Ví dụ 1.

C. BIỂU THỨC CÓ CHỨA DẤU CĂN

I. Cơ sở lý thuyết

1. Biểu thức có một dấu căn

a/ Tìm Giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P=\sqrt{a\ \ x+b\ ^2+c}$$

Với điều kiện $a<0$, vậy thì

$$a\ \ x+b\ ^2+c\le c$$

Chia làm hai trường hợp sau:

+ Trường hợp 1: Nếu $c>0$ thì $\max P=\sqrt{c}$ khi và chỉ khi $x=-b$.

+ Trường hợp 2: Nếu $c<0$ thì biểu thức dưới dấu căn luôn âm với mọi $x\in\mathbb{R}$. Vậy nên P không tồn tại Giá trị lớn nhất.

diendanmaytinhcamtay.vn

+ Trường hợp 3: Nếu $c=0$ thì $\max P=0$ khi và chỉ khi $x=-b$.

b/ Tìm Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=\sqrt{a\ \ x+b\ ^2+c}$$

Với điều kiện $a>0$, vậy thì

$$a\ \ x+b\ ^2+c\geq c$$

Chia làm hai trường hợp sau:

+ Trường hợp 1: Nếu $c>0$ thì $\min P=\sqrt{c}$ khi và chỉ khi $x=-b$.

+ Trường hợp 2: Nếu $c\leq 0$ thì $\min P=0$ khi và chỉ khi $a\ \ x+b\ ^2+c=0$. Giải phương trình này ta được kết quả của x.

2. Biểu thức có 2 dấu căn

Tìm GTLN, GTNN của biểu thức có dạng sau:

$$P=\sqrt{a_1x^2+b_1x+c_1}+\sqrt{a_2x^2+b_2x+c_2}$$

Thông thường ta sẽ tìm GTLN, GTNN của từng cái căn rồi được hai số và cộng lại. Tuy nhiên với $x=a$ thì cái căn thứ nhất được GTLN, với $x=b$ thì cái căn thứ hai được GTLN, mà $a\neq b$. Vậy x không thể đồng thời nhận hai giá trị được. Cách làm này hoàn toàn sai lầm.

Cách làm đúng như sau:

Ta áp dụng bất đẳng thức:

$$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}\geq\sqrt{a+c\ ^2+\ b+d\ ^2}$$

II. Thủ thuật CASIO 570VN PLUS

1. Phương pháp chung

2. Một số ví dụ

<u>Ví dụ 3</u>

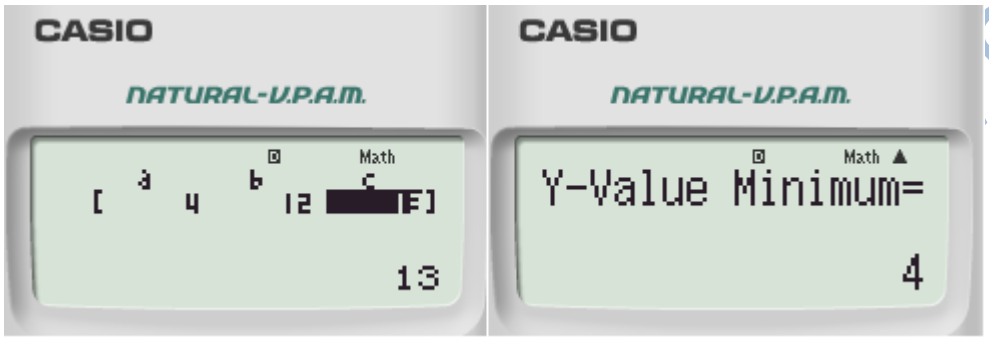
diendanmaytinhcamtay.vn

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

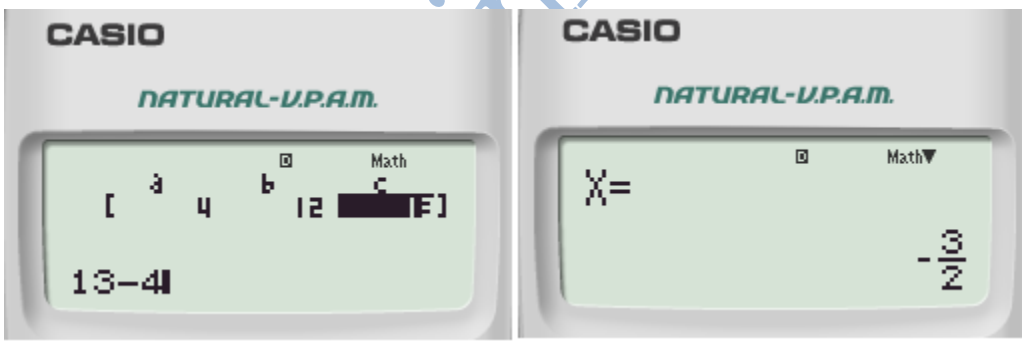
$$P=\sqrt{4x^2+12x+13}$$

(Trích đề thi ViOlympic 9)

+ Bước 1: Bấm máy lần 1:



+ Bước 2: Bấm máy lần 2:



Vậy

$$P=\sqrt{4x^2+12x+13}=\sqrt{4\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+4}\ge\sqrt{4}=2$$

Do đó

$$\text{Min } P=2\Leftrightarrow\left(x-\frac{3}{2}\right)\Leftrightarrow x=\frac{3}{2}$$

II. Thủ thuật 570VN PLUS

1. Biểu thức có một dấu căn

Ta thực hiện trình tự như phần lý thuyết và gồm có 5 ví dụ sau đây:

a. Ví dụ 1

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

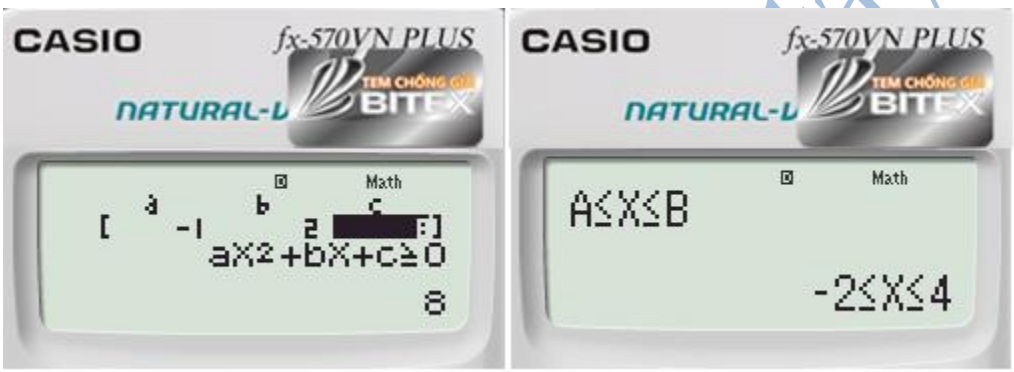
$$A=\sqrt{-x^2+2x+8}$$

Điều kiện để A có nghĩa. Sử dụng công cụ trợ giúp là máy tính 570VN PLUS để đưa ra điều kiện của x thỏa mãn:

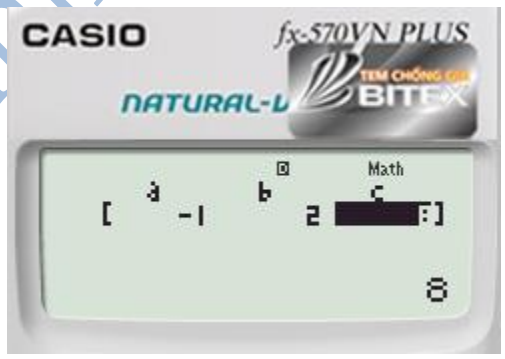
$$-x^2+2x+8\geq 0$$

+ Vào chế độ giải bất phương trình bậc 2 bằng cách bấm: wR113

+ Nhập các hệ số a,b,c tương ứng như giải một phương trình bậc hai:



Thực hiện thao tác bấm máy tìm GTLN: w53



diendanmaytinhcamtay.vn

Thu được:

$$A=\sqrt{-x^2+2x+8}=\sqrt{-\ x-1\ ^2+9}$$

Mà $a=-1<0;c=9$ nên Max $A=\sqrt{9}=3\Leftrightarrow x=1$.

b. Ví dụ 2

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

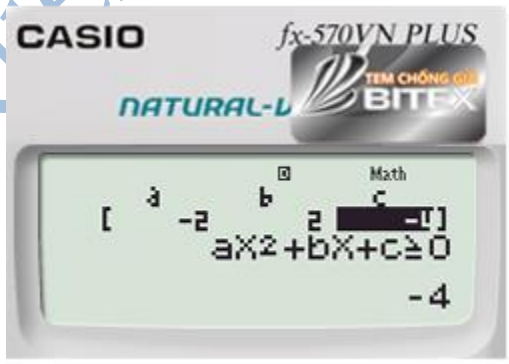
$$B=\sqrt{-2x^2+2x-4}$$

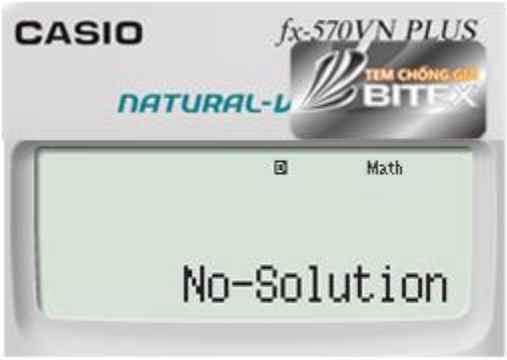
Điều kiện để B có nghĩa. Sử dụng công cụ trợ giúp là máy tính 570VN PLUS để đưa ra điều kiện của x thỏa mãn:

$$-2x^2+2x-4\geq 0$$

+ Vào chế độ giải bất phương trình bậc 2 bằng cách bấm: wR113

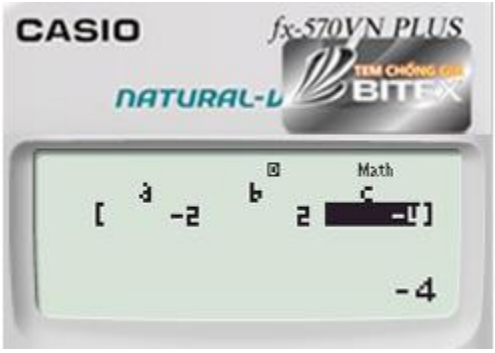
+ Nhập các hệ số a,b,c tương ứng như giải một phương trình bậc hai:

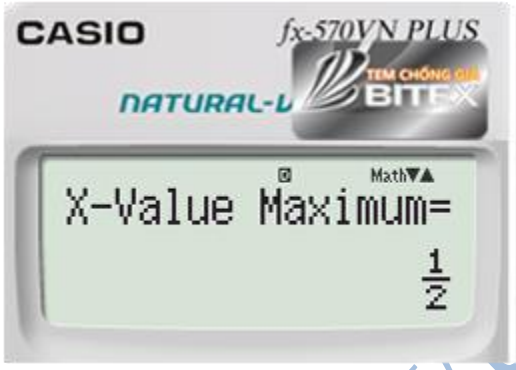


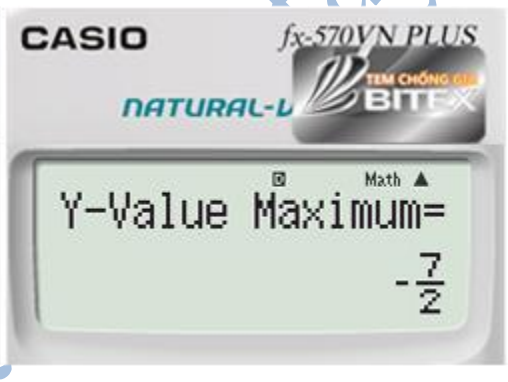


diendanmaytinhcamtay.vn

Thực hiện thao tác bấm máy tìm GTLN: w53







Thu được:

$$B=\sqrt{-2x^2+2x-4}=\sqrt{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{7}{2}}$$

Mà $a=-2<0; c=\frac{-7}{2}<0$ nên biểu thức B không có giá trị lớn nhất.

c. Ví dụ 3

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$C=\sqrt{-x^2+2x-1}$$

Ta cũng biến đổi tương tự và nhận thấy rằng $C=\sqrt{-x^2+2x-1}=\sqrt{-\ x-1\ ^2}$

diendanmaytinhcamtay.vn

Vậy Max C=0 $\Leftrightarrow$ x=1 .

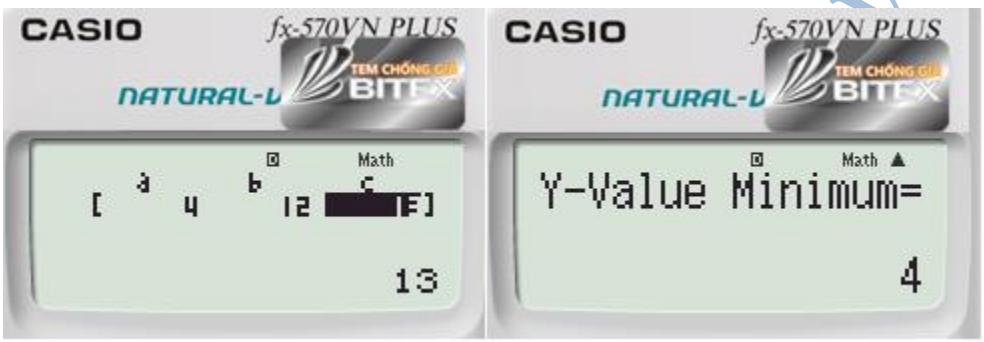
d. Ví dụ 4:

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=\sqrt{4x^2+12x+13}$$

(Trích đề thi ViOlympic 9)

+ Bước 1: Bấm máy lần 1:



+ Bước 2: Bấm máy lần 2:

Vậy

$$P=\sqrt{4x^2+12x+13}=\sqrt{4\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+4}\geq\sqrt{4}=2$$

Do đó

$$\text{Min } P=2\Leftrightarrow\left(x-\frac{3}{2}\right)\Leftrightarrow x=\frac{3}{2}$$

e. Ví dụ 5.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

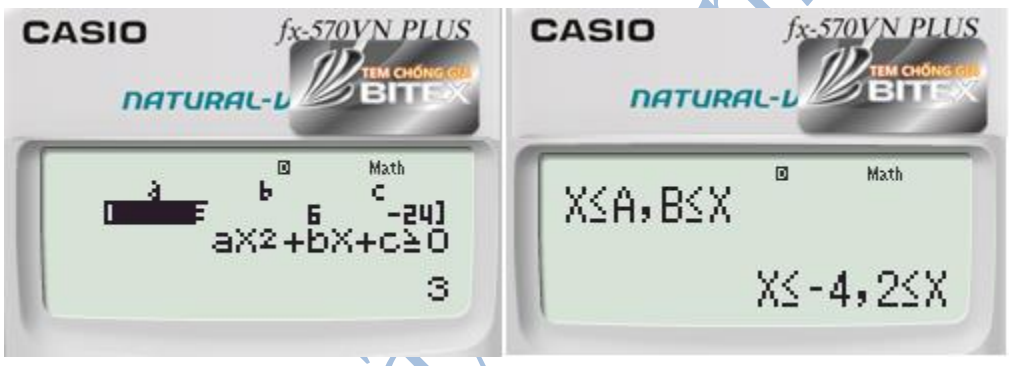
$$E = \sqrt{3x^2 + 6x - 24}$$

Điều kiện để E có nghĩa. Sử dụng công cụ trợ giúp là máy tính 570VN PLUS để đưa ra điều kiện của x thỏa mãn:

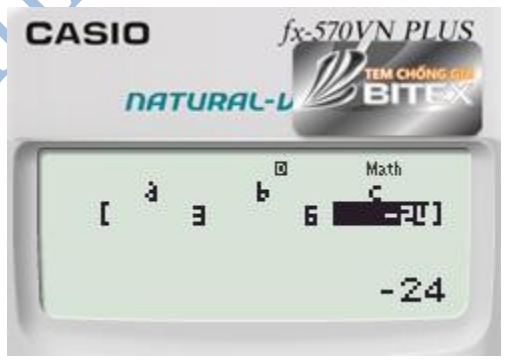
$$3x^2 + 6x - 24 \geq 0$$

+ Vào chế độ giải bất phương trình bậc 2 bằng cách bấm: wR113

+ Nhập các hệ số a, b, c tương ứng như giải một phương trình bậc hai:



+ Thực hiện thao tác bấm máy tìm giá trị nhỏ nhất:



diendanmaytinhcamtay.vn

diendanmaytinhcamtay.vn

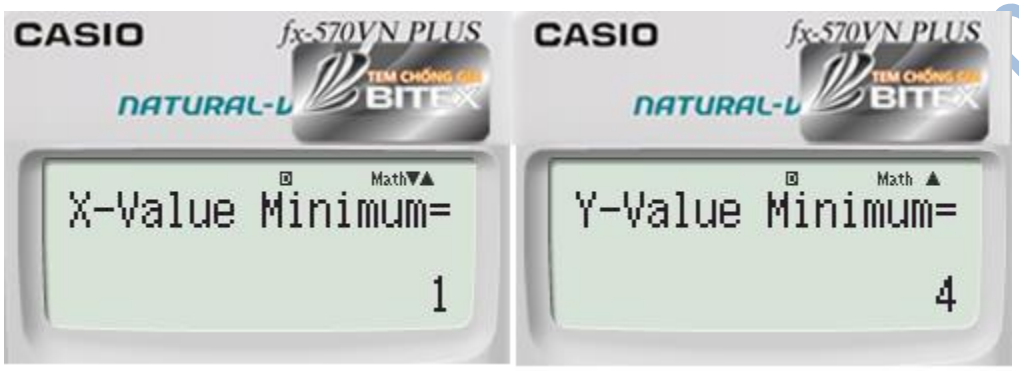
2. Biểu thức chứa hai dấu căn

Tìm giá trị nhỏ nhất

Ví dụ 1: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau:

$$A=\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2-2x+5}$$

Đưa về dạng tổng bình phương:



Ta được

$$\begin{aligned}A&=\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2-2x+5}\\&=\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x-1^{\,2}+2^2}\\&=\sqrt{x^2+1^2}+\sqrt{1-x^{\,2}+2^2}\\&\geq\sqrt{x+1-x^{\,2}+1+2^{\,2}}\\&\geq\sqrt{10}\end{aligned}$$

+ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\frac{x}{1-x}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là $\sqrt{10}$ khi và chỉ khi $x=\frac{1}{3}$.

Xét thêm một số ví dụ khác: Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức dưới đây:

$$B=\sqrt{-x^2+4x+12}-\sqrt{-x^2+2x+3}$$
$$C=\sqrt{x^2-x+1}+\sqrt{x^2+x+1}$$
$$D=\sqrt{25x^2-20x+2015}+\sqrt{25x^2-30x+2016}$$

diendanmaytinhcamtay.vn

D. Bài tập rèn luyện

I. Biểu thức là tam thức bậc 2

1. Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau:

a. $A = x - x^2$.

b. $B = \dfrac{-x^3 + 4x^2 - x - 2}{x - 1}$.

c. $C = (1+x)(1-2x)(x+2)(3-2x)$

2. Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau:

a. $A = x^2 + 3x + 1$.

b. $B = 2x^2 + \sqrt{6}x - 5$.

c. $C = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$.

d. Cho x và y thỏa mãn điều kiện: $x + y = 2$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $D = x^2 + y^2$.

II. Biểu thức là phân số

1. Phân số có tử số là hằng, mẫu là tam thức bậc hai

a. Tìm giá trị lớn nhất của: $B = \dfrac{15x^2 + 5x + 13}{3x^2 + x + 1}$.

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của: $A = \dfrac{2x^2 - 1}{x^2 + 1}$.

c. Cho phương trình:

$$(6m^2 - 4m + 1)x^2 - (3m^2 - 2m + 2)x - 3m^2 + 2m - 2 = 0$$

diendanmaytinhcamtay.vn

Với x_1; x_2 là nghiệm của phương trình trên. Tìm m để tổng hai nghiệm đạt GTLN và tích hai nghiệm đạt GTNN.

E. Tài liệu tham khảo

Nội dung: Kinh nghiệm cá nhân.
Phần mềm kiểm tra đáp án: http://www.wolframalpha.com/

diendanmaytinhcamtay.vn