

# ĐỊNH LÝ “CASIO” TRONG BÀI TOÁN TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC

## I. Kiến thức chung

### Cơ sở của Định lý “Casio”

Tính giá trị của căn thức sau:

$$\sqrt{A \pm B\sqrt{C}}$$

Khi gặp căn thức thì ta phải đối mặt với khó khăn là khử căn để đưa về kết quả dễ tính toán hơn. Trong các bài kiểm tra chương trình Toán lớp 9 học kỳ 1 cũng như kỳ thi tuyển sinh lớp 10. Các em học sinh hay gặp dạng Toán này, và yêu cầu đặt ra là tính nhanh và không để mất điểm. Tuy nhiên với những em học sinh tính nhẩm chưa nhanh thì sẽ gặp khó khăn khi đưa về hằng đẳng thức.

Cần đưa căn thức trên về dạng:

$$\sqrt{A \pm B\sqrt{C}} = \sqrt{(\sqrt{x_1} \pm \sqrt{x_2})^2} = |\sqrt{x_1} \pm \sqrt{x_2}| \quad (1)$$

Ta sẽ đi tìm  $x_1, x_2$  bằng máy tính Casio nhờ Định lý Vi-ét đảo sau:

Phương trình bậc hai:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Nếu có tổng và tích của hai nghiệm  $\begin{cases} x_1x_2 = P \\ x_1 + x_2 = S \end{cases}$  thì khi đó  $x_1, x_2$  là nghiệm của phương

trình  $X^2 - SX + P = 0$ .

Ta chia làm hai trường hợp đối với phương trình (1) như sau:

➤ Trường hợp 1: Hệ số B:2.

– Theo (1) thì ta được:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = A = S \\ x_1x_2 = \frac{1}{4}(B\sqrt{C})^2 = P \end{cases}$$

Vậy ta được phương trình bậc 2 sau:

$$X^2 - AX + \frac{1}{4}(B\sqrt{C})^2 = 0$$

– Bấm máy tính ta sẽ được  $x_1, x_2$  cần tìm và định dấu  $\pm$  dựa vào  $\pm B\sqrt{C}$ .

➤ Trường hợp 2: Hệ số  $B$  không chia hết cho 2.

– Phương trình (1) tương đương với:

$$\sqrt{A \pm B\sqrt{C}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2A \pm 2B\sqrt{C}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sqrt{x'_1} \pm \sqrt{x'_2})^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} |\sqrt{x'_1} \pm \sqrt{x'_2}| \quad (1')$$

Vậy ta cũng được phương trình bậc 2 sau:

$$X^2 - 2AX + (B\sqrt{C})^2 = 0$$

– Bấm máy tính ta sẽ được  $x'_1, x'_2$  cần tìm và định dấu  $\pm$  dựa vào  $\pm B\sqrt{C}$ .

**LƯU Ý:** Khi phá dấu trị tuyệt đối nhớ lưu ý dấu để ra một kết quả đúng.

## Bài tập vận dụng

a) Tính giá trị:

$$P = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$$

Cần tìm  $x_1, x_2$  là nghiệm của phương trình:

$$X^2 - 3X + \frac{(2\sqrt{2})^2}{4} = 0$$

Quy trình bấm máy:

Ta được hai nghiệm:  $x_1 = 2; x_2 = 1$ .

Vậy

$$P = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} = |\sqrt{2} + 1| = \sqrt{2} + 1$$

b) Tính giá trị:

$$Q = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$$

Cần tìm  $x_1, x_2$  là nghiệm của phương trình:

$$X^2 - 3X + \frac{(2\sqrt{2})^2}{4} = 0$$

Quy trình bấm máy:

Ta cũng được hai nghiệm:  $x_1 = 2; x_2 = 1$ .

Vậy

$$Q = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = |\sqrt{2} - 1| = \sqrt{2} - 1$$

c) Tính giá trị:

$$R = \sqrt{3 + \sqrt{5}}$$

Biến đổi  $R$  lại một chút bằng cách nhân 2 bên trong căn thức và chia  $\sqrt{2}$  ra ngoài căn thức như sau:

$$R = \sqrt{3 + \sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$$

Cần tìm  $x_1, x_2$  là nghiệm của phương trình:

$$X^2 - 6X + \frac{(2\sqrt{5})^2}{4} = 0$$

Quy trình bấm máy:

Ta cũng được hai nghiệm:  $x_1 = 5; x_2 = 1$ .

Vậy

$$R = \sqrt{3 + \sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} |\sqrt{5} + 1| = \frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{2}}$$

d) Tính giá trị:

$$R = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

Biến đổi R lại một chút bằng cách nhân 2 bên trong căn thức và chia  $\sqrt{2}$  ra ngoài căn thức như sau:

$$R = \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$$

Cần tìm  $x_1, x_2$  là nghiệm của phương trình:

$$X^2 - 4X + \frac{(2\sqrt{3})^2}{4} = 0$$

Quy trình bấm máy:

**AC** **MODE** **5** **3** **1** **=** **-** **4** **=** **(** **2** **√** **3** **)** **)** **)** **x<sup>2</sup>** **÷** **4** **=** **=** **=**

Ta cũng được hai nghiệm:  $x_1 = 1; x_2 = 3$ .

Vậy

$$R = \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} |1 - \sqrt{3}| = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}}$$

## ĐỊNH LÝ CASIO

### II. Đề thi Tuyển sinh 10 các năm trong các tỉnh thành cả nước.

#### 1. Đề thi thành phố Hồ Chí Minh các năm

a) Năm học 2015 – 2016:

Thu gọn các biểu thức sau:

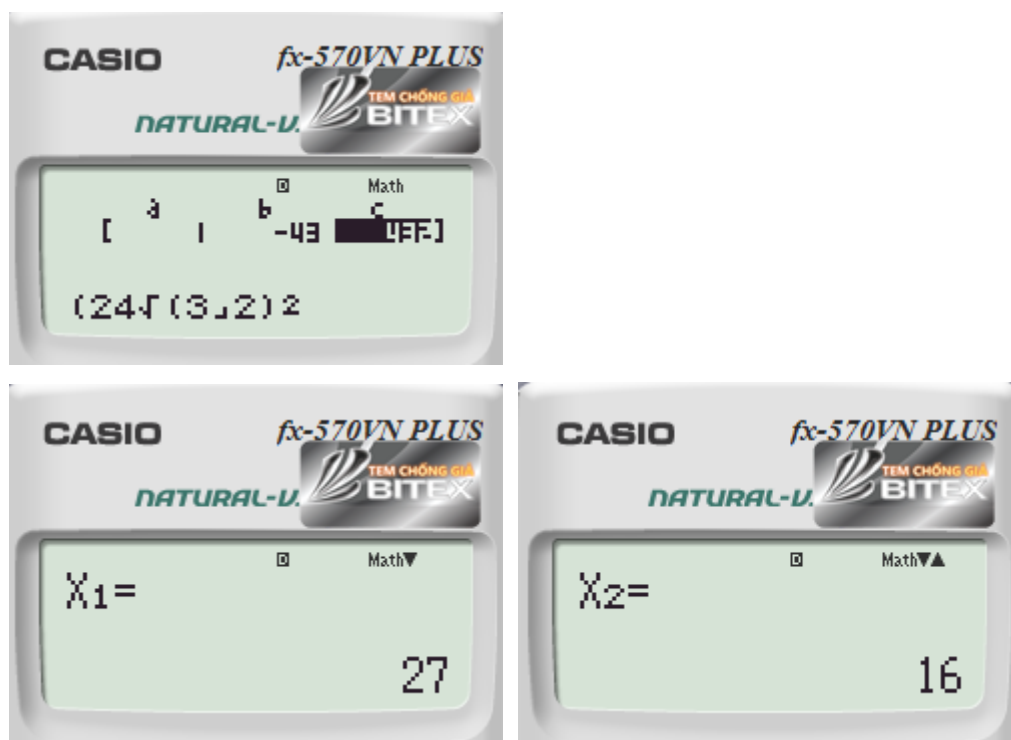
Phân tích:

$$\sqrt{43 + 24\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2}$$

Sử dụng máy tính để tìm  $x_1, x_2$ .

Vào phương trình bậc 2  $ax^2 + bx + c = 0$  và nhập các hệ số tương ứng như sau:

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -43 \\ c = \left(\frac{24\sqrt{3}}{2}\right)^2 \end{cases}$$



Vậy

$$\sqrt{43+24\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{27} + \sqrt{16})^2} = \sqrt{27} + \sqrt{16}$$

Biến đổi:

$$B = (13 - 4\sqrt{3})(7 + 4\sqrt{3}) - 8\sqrt{20 + 2\sqrt{43 + 24\sqrt{3}}}$$

$$B = 91 + 52\sqrt{3} - 28\sqrt{3} - 48 - 8\sqrt{20 + 2\sqrt{(\sqrt{16} + 3\sqrt{3})^2}}$$

$$B = 43 + 24\sqrt{3} - 8\sqrt{20 + 2(4 + 3\sqrt{3})}$$

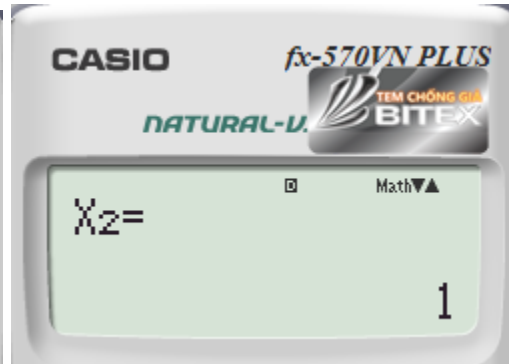
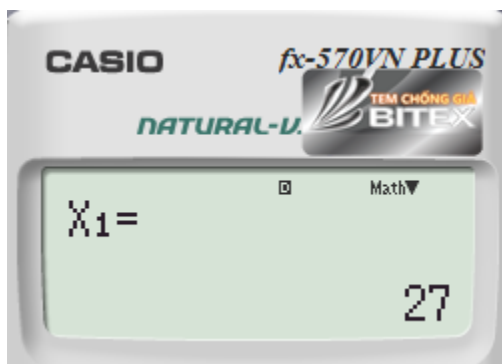
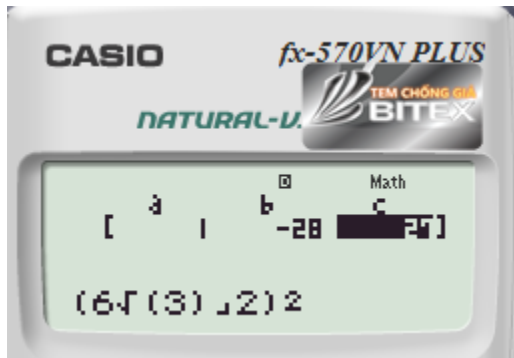
$$B = 43 + 24\sqrt{3} - 8\sqrt{28 + 6\sqrt{3}} \quad (1)$$

$$B = 43 + 24\sqrt{3} - 8\sqrt{(3\sqrt{3} + 1)^2}$$

$$B = 43 + 24\sqrt{3} - 8(3\sqrt{3} + 1)$$

$$B = 35$$

Trong đó (1) được biến đổi:



b) Năm học 2013 – 2014

$$B = 21\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{3-\sqrt{5}}\right)^2 - 6\left(\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2 - 15\sqrt{5}$$

Thực hiện tương tự.