BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

~~ĐỀ THI CHÍNH THỨC~~

BẢN CHÍNH

CUỘC THI GIẢI TOÁN TRÊN MÁY TÍNH CẦM TAY
NĂM 2016

Môn: Toán Lớp: 12 Cấp THPT

Thời gian thi: 90 phút (*không kể thời gian giao đề*)

Ngày thi: 30/3/2016

Chú ý: *- Thí sinh trình bày tóm tắt cách giải vào giấy thi do cán bộ coi thi phát;*
- Nếu đề bài không có yêu cầu riêng thì kết quả làm tròn đến ***4 chữ số thập phân.***

Bài 1. (*10 điểm*)

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+9x-1}{3\sqrt{4x^2-8x-1}}$. **a)** Tính $f\left(3+6\sqrt[3]{5}\right)$. **b)** Tìm a, b để đường thẳng $y=ax+b$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số trên tại điểm có hoành độ $x=3+6\sqrt[3]{5}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2-5x+3}{3x^2-x-1}$. Tính khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho.

Bài 2. (*10 điểm*)

Câu 1. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức: $A=\left[\left(\frac{1}{\sqrt{3}}x+\sqrt[3]{2}\right)^2-\frac{1}{\sqrt[3]{5}}\right]^8$.

Câu 2. Cho dãy số $\{u_n\}$ với: $u_1=\sqrt{\frac{1}{2}}; u_2=\sqrt{\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{3}{6}}; u_3=\sqrt{\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{3}{6}}+\sqrt{\frac{5}{12}}; u_4=\sqrt{\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{3}{6}}+\sqrt{\frac{5}{12}}-\sqrt{\frac{7}{20}}$;

$u_n=\sqrt{\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{3}{6}}+\sqrt{\frac{5}{12}}-\sqrt{\frac{7}{20}}+\dots$ (n số hạng). Viết qui trình bấm máy tính u_n và tính giá trị $u_9; u_{18}$.

Bài 3. (*10 điểm*)

Câu 1. Qua một điểm nằm trong tam giác *ABC* kẻ 3 đường thẳng song song với các cạnh của tam giác. Các đường thẳng này chia tam giác thành 6 phần, trong đó có 3 tam giác với các diện tích là S_1=30,32016 cm^2, S_2=31,32016 cm^2, S_3=71,321945 cm^2. Tính diện tích của tam giác *ABC*.

Câu 2. Cho bát diện đều có độ dài của một cạnh là $3\sqrt{2016}$ cm. Tính diện tích xung quanh, thể tích của khối bát diện đều. Tính tỉ số giữa thể tích của khối cầu nội tiếp và thể tích khối cầu ngoại tiếp hình bát diện đều đó.

Bài 4. (*10 điểm*)

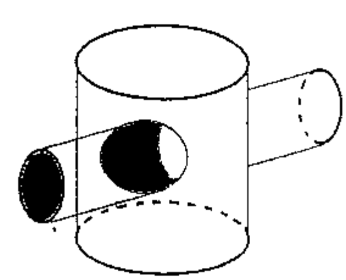
Câu 1. Cho *P(x)* và *Q(x)* là hai đa thức có cùng bậc khác 0, thỏa mãn: $P(Q(x))=(P(x)+Q(x))^2$. Tính giá trị của biểu thức $A=\sqrt{P(200)-Q(300)}$, biết rằng đa thức P(x) có hệ số cao nhất bằng 1, đa thức Q(x) có hệ số cao nhất khác -1 và hệ số tự do bằng 0.

Câu 2. Trong một ngân hàng đề thi có 10 câu hỏi loại khó, 11 câu hỏi loại trung bình và 12 câu hỏi loại dễ. Chọn ngẫu nhiên một đề thi gồm 6 câu hỏi. Xác suất để chọn được một đề thi có đủ cả 3 loại câu hỏi (khó, trung bình và dễ) là bao nhiêu phần trăm?

Bài 5. (*10 điểm*)

Câu 1. Cho hình lăng trụ đứng $ABCDA'B'C'D'$ có đáy là hình thang cân với đáy nhỏ $AB=17\sqrt{3}$, đáy lớn $CD=19\sqrt{7}+6$ và chiều cao của lăng trụ là $h=12\sqrt{13}$. Biết rằng lăng trụ đã cho có một hình trụ nội tiếp. Hãy tính thể tích của khối tạo bởi phần trong của lăng trụ $ABCDA'B'C'D'$ và phần ngoài hình trụ nội tiếp lăng trụ đó.

Câu 2. Có 2 khối trụ bằng sắt xuyên qua nhau (như hình vẽ bên). Khối trụ đứng có bán kính đáy là $R=10cm$, khối trụ ngang có bán kính đáy là $r=6cm$. Biết rằng trục của 2 khối trụ vuông góc với nhau và cắt nhau. Tính thể tích phần chung của 2 khối trụ.



.........................*HẾT*.........................

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

CUỘC THI GIẢI TOÁN TRÊN MÁY TÍNH CẦM TAY NĂM 2016

Môn: Toán Lớp: 12 Cấp THPT

HƯỚNG DẪN GIẢI HOẶC ĐÁP SỐ

Bài 1. *(10 điểm)*

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+9x-1}{3\sqrt{4x^2-8x-1}}$.

a) Tính $f\left(3+6\sqrt[3]{5}\right)$.

b) Tìm a, b để đường thẳng $y=ax+b$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số trên tại điểm có hoành độ $x=3+6\sqrt[3]{5}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2-5x+3}{3x^2-x-1}$. Tính khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho.

Giải

Câu 1. a) $f\left(3+6\sqrt[3]{5}\right)\approx 4{,}015726364$;

Kết quả: $f\left(3+6\sqrt[3]{5}\right)=4{,}0157$

b) $a=f'\left(3+6\sqrt[3]{5}\right)\approx 0{,}1545956167$

$b=f\left(3+6\sqrt[3]{5}\right)-f'\left(3+6\sqrt[3]{5}\right).\left(3+6\sqrt[3]{5}\right)\approx 1{,}965810797$

Kết quả: a=0,1546; b=1,9658.

Câu 2.

$y=f(x)=\dfrac{2x^2-5x+3}{3x^2-x-1}$ Đk: $3x^2-x-1\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq\dfrac{1-\sqrt{13}}{6}\\ x\neq\dfrac{1+\sqrt{13}}{6}\end{cases}$

$f'(x)=\dfrac{13x^2-22x+8}{\left(3x^2-x-1\right)^2}$ $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{11+\sqrt{17}}{13}\\ x=\dfrac{11-\sqrt{17}}{13}\end{array}\right.$

$\dfrac{11+\sqrt{17}}{13}$ SHIFT STO A $\dfrac{11-\sqrt{17}}{13}$ SHIFT STO B

Nhập vào màn hình $\dfrac{2X^2-5X+3}{3X^2-X-1}$ ấn CALC máy hiện X?

ấn $\boxed{\text{ALPHA}}\boxed{\text{A}}\boxed{=}\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\text{STO}}\boxed{\text{C}}$

Nhập vào màn hình $\dfrac{2X^2-5X+3}{3X^2-X-1}$ ấn CALC máy hiện X?

ấn $\boxed{\text{ALPHA}}\boxed{\text{B}}\boxed{=}\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\text{STO}}\boxed{\text{D}}$

$d=\sqrt{(B-A)^2+(D-C)^2}=\dfrac{2\sqrt{85}}{13}\approx 1{,}418391455$

Kết quả: $d=1{,}4184$

Bài 2. ***(10 điểm)***

Câu 1. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức:

$$A=\left[\left(\frac{1}{\sqrt{3}}x+\sqrt[3]{2}\right)^2-\frac{1}{\sqrt[3]{5}}\right]^8.$$

Câu 2. Cho dãy số $\{u_n\}$ với:

$$u_1=\sqrt{\frac{1}{2}};\ u_2=\sqrt{\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{3}{6}};\ u_3=\sqrt{\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{3}{6}}+\sqrt{\frac{5}{12}};\ u_4=\sqrt{\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{3}{6}}+\sqrt{\frac{5}{12}}-\sqrt{\frac{7}{20}};$$

$$u_n=\sqrt{\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{3}{6}}+\sqrt{\frac{5}{12}}-\sqrt{\frac{7}{20}}+\dots(n \text{ số hạng}).$$

Viết qui trình bấm máy tính u_n và tính giá trị $u_9; u_{18}$.

Giải

Câu 1. $A=\sum_{k=0}^{8}C_8^k\left(\frac{1}{\sqrt{3}}x+\sqrt[3]{2}\right)^{2k}\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{5}}\right)^{8-k}$

$$=\sum_{k=0}^{8}C_8^k\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{5}}\right)^{8-k}\sum_{i=0}^{2k}C_{2k}^i\left(\frac{1}{\sqrt{3}}x\right)^i(\sqrt[3]{2})^{2k-i}$$

Hệ số của x^{10} ứng với $i=10$ với $\begin{cases}i\le 2k\\ k\le 8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k\ge 5\\ k\le 8\end{cases}\Rightarrow k=5;6;7;8.$

Hệ số của x^{10} là:

$$C_8^5C_{10}^{10}\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{5}}\right)^3\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{10}(\sqrt[3]{2})^0+C_8^6C_{12}^{10}\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{5}}\right)^2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{10}(\sqrt[3]{2})^2+$$

$$+C_8^7C_{14}^{10}\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{5}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{10}(\sqrt[3]{2})^4+C_8^8C_{16}^{10}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{10}(\sqrt[3]{2})^6\approx 87,33893$$

Kết quả: Hệ số của x^{10} là: 87,3389

Câu 2. Quy trình : Gán: 0 SHIFT STO X

0 SHIFT STO A

Ghi vào màn hình:

$$X=X+1:A=A+(-1)^{X+1}\sqrt{\frac{2X-1}{X(X+1)}}\ \ CALD====$$

Kết quả: $u_9=0,5498;\ u_{18}=0,1797$

Bài 3. ***(10 điểm)***

Câu 1. Qua một điểm nằm trong tam giác ABC kẻ 3 đường thẳng song song với các cạnh của tam giác. Các đường thẳng này chia tam giác thành 6 phần, trong đó có 3 tam giác với các diện tích là S_1=30,32016 cm^2, S_2=31,32016 cm^2, S_3=71,321945 cm^2. Tính diện tích của tam giác ABC.

Câu 2. Cho bát diện đều có độ dài của một cạnh là $3\sqrt{2016}\ cm$. Tính diện tích xung quanh, thể tích của khối bát diện đều. Tính tỉ số giữa thể tích của khối cầu nội tiếp và thể tích khối cầu ngoại tiếp hình bát diện đều đó.

Giải

Câu 1.

$$\frac{S_1}{S_{ABC}}=\left(\frac{NP}{BC}\right)^2 \text{ hay } \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_{ABC}}}=\frac{NP}{BC}$$

Tương tự, $\dfrac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S_{ABC}}}=\dfrac{DF}{BC}=\dfrac{BN}{BC};\dfrac{\sqrt{S_3}}{\sqrt{S_{ABC}}}=\dfrac{FE}{BC}=\dfrac{PC}{BC}$

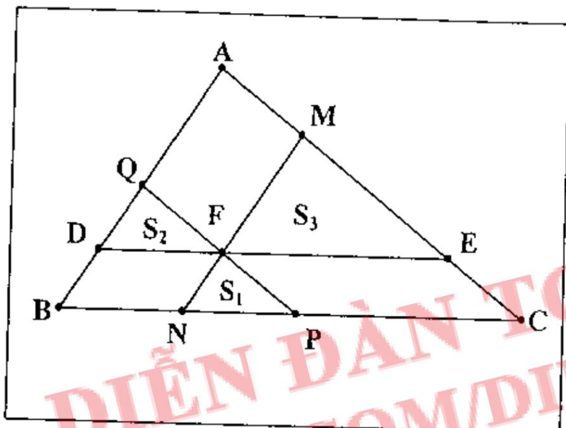
Từ đó $\dfrac{\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}+\sqrt{S_3}}{\sqrt{S_{ABC}}}=\dfrac{BN+NP+PC}{BC}=1$

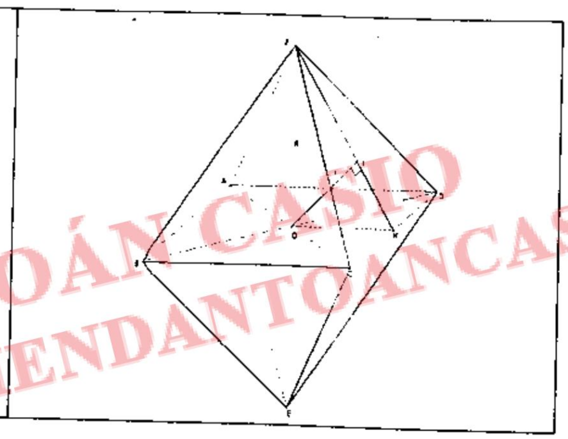
Suy ra $\sqrt{S_{ABC}}=\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}+\sqrt{S_3}$

Hay $S_{ABC}=\left(\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}+\sqrt{S_3}\right)^2$

Thay số ta có: $S_{ABC}\approx 382{,}1261924\ cm^2$

Kết quả: $S_{ABC}=382{,}1262\ cm^2$





Câu 2. $S_{xq}=8.\dfrac{1}{2}.a.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=2a^2\sqrt{3}\approx 62852{,}65971$

$$V_{batdien}=2.\frac{1}{3}.a^2\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}\approx 1152108{,}283$$

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp bát diện đều

$$R=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Bán kính mặt cầu nội tiếp:

$$r=\frac{Ra}{\sqrt{a^2+4R^2}}=\frac{a\sqrt{6}}{6}$$

Tỉ số thể tích cần tìm là: $k=\left(\dfrac{r}{R}\right)^3=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^3\approx 0{,}1924500897$

Kết quả: $S_{xq}=62852{,}6597cm^2;V_{batdien}=1152108{,}283cm^3;\ k=0{,}1925.$

Bài 4. ***(10 điểm)***

Câu 1. Cho *P(x)* và *Q(x)* là hai đa thức có cùng bậc khác 0, thỏa mãn: $P(Q(x))=(P(x)+Q(x))^2$. Tính giá trị của biểu thức $A=\sqrt{P(200)-Q(300)}$, biết rằng đa thức P(x) có hệ số cao nhất bằng 1, đa thức Q(x) có hệ số cao nhất khác -1 và hệ số tự do bằng 0.

Câu 2. Trong một ngân hàng đề thi có 10 câu hỏi loại khó, 11 câu hỏi loại trung bình và 12 câu hỏi loại dễ. Chọn ngẫu nhiên một đề thi gồm 6 câu hỏi. Xác suất để chọn được một đề thi có đủ cả 3 loại câu hỏi (khó, trung bình và dễ) là bao nhiêu phần trăm?

Giải

Câu 1. Gọi bậc của hai đa thức là a nên bậc của $P(Q(x))$ là a^2.

Vì đa thức P(x) có hệ số cao nhất bằng 1 còn đa thức Q(x) có hệ số cao nhất khác -1 nên $(P(x)+Q(x))^2$ có bậc là 2a.

Vì $P(Q(x))=(P(x)+Q(x))^2$ nên $a^2=2a \Leftrightarrow a=2$ khi đó ta có:

$P(x)=x^2+bx+c; Q(x)=mx^2+nx$

$\Rightarrow (mx^2+nx)^2+b(mx^2+nx)+c=\left[(1+m)x^2+(b+n)x+c\right]^2$

$\Leftrightarrow m^2x^4+2mnx^3+n^2x^2+mbx^2+nbx+c$

$=(1+m)^2x^4+(b+n)^2x^2+c^2+2(1+m)(b+n)x^3+2(b+n)cx+2c(1+m)x^2$

$$\Rightarrow \begin{cases} m^2=(1+m)^2 \\ 2mn=2(1+m)(b+n) \\ n^2+mb=(b+n)^2+2c(1+m) \\ nb=2(b+n)c \\ c=c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\dfrac{-1}{2} \\ b=-2n \\ n=c \\ \left[\begin{array}{l} c=0 \\ c=1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m=\dfrac{-1}{2} \\ b=n=c=0 \end{cases} \\ \begin{cases} m=\dfrac{-1}{2} \\ b=-2 \\ n=c=1 \end{cases} \end{array}\right.$$

- Trường hợp 1: $P(x)=x^2; Q(x)=\dfrac{-1}{2}x^2 \Rightarrow A\approx 291,5475947$

- Trường hợp 2: $P(x)=(x-1)^2; Q(x)=\dfrac{-1}{2}x^2+x \Rightarrow A\approx 290,3463449$

Kết quả: $A=291,5476$; A=290,3463.

Câu 2. Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_{33}^6$.

Gọi A là biến cố: "Chọn được một đề thi có đủ cả 3 loại câu hỏi khó, trung bình và dễ".

Khi đó $\overline{A}$ = "Chọn được một đề thi không có đủ cả 3 loại câu hỏi khó, trung bình và dễ".

Để chọn được một đề thi không có đủ cả 3 loại câu hỏi khó, trung bình và dễ chỉ xảy ra các trường hợp sau:

+ Chọn được 6 câu dễ, có C_{12}^6 cách chọn;

+ Chọn được 6 câu trung bình, có C_{11}^6 cách chọn;

+ Chọn được 6 câu khó, có C_{10}^6 cách chọn;

+ Chọn được 6 câu đủ 2 loại dễ và trung bình, có $C_{23}^6-C_{11}^6-C_{12}^6$ cách chọn;

+ Chọn được 6 câu đủ 2 loại khó và trung bình, có $C_{21}^6-C_{10}^6-C_{11}^6$ cách chọn;

+ Chọn được 6 câu đủ 2 loại dễ và khó, có $C_{22}^6-C_{10}^6-C_{12}^6$ cách chọn;

Vậy $|\overline{A}| = C_{21}^{6} + C_{22}^{6} + C_{23}^{6} - C_{10}^{6} - C_{11}^{6} - C_{12}^{6}$.

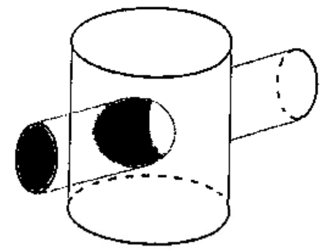
Suy ra $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \dfrac{|\overline{A}|}{|\Omega|} \approx 79,3937708\%$.

Kết quả: $P(A) = 79,3938\%$.

Bài 5. (*10 điểm*)

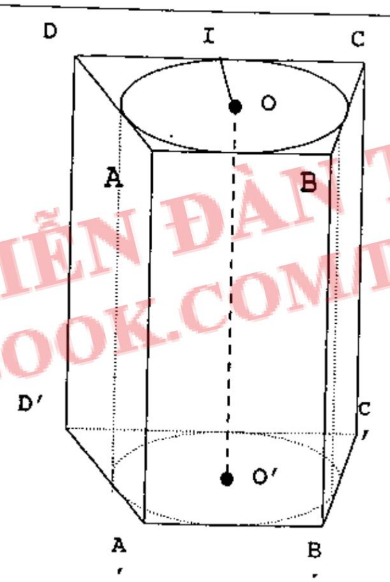
Câu 1. Cho hình lăng trụ đứng $ABCDA'B'C'D'$ có đáy là hình thang cân với đáy nhỏ $AB = 17\sqrt{3}$, đáy lớn $CD = 19\sqrt{7} + 6$ và chiều cao của lăng trụ là $h = 12\sqrt{13}$. Biết rằng lăng trụ đã cho có một hình trụ nội tiếp. Hãy tính thể tích của khối tạo bởi phần trong của lăng trụ $ABCDA'B'C'D'$ và phần ngoài hình trụ nội tiếp lăng trụ đó.

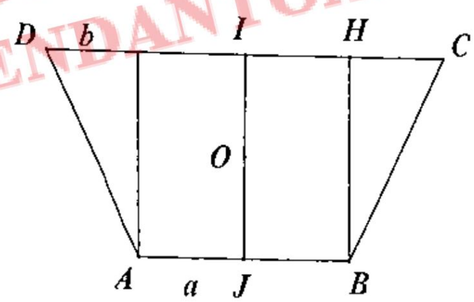
Câu 2. Có 2 khối trụ bằng sắt xuyên qua nhau (như hình vẽ bên). Khối trụ đứng có bán kính đáy là $R = 10cm$, khối trụ ngang có bán kính đáy là $r = 6cm$. Biết rằng trục của 2 khối trụ vuông góc với nhau và cắt nhau. Tính thể tích phần chung của 2 khối trụ.



Giải

Câu 1.





Vì đáy hình lăng trụ tồn tại đường tròn nội tiếp nên:

$AB + CD = 2BC \Rightarrow BC = AD = \dfrac{a+b}{2}$, với $AB = a; CD = b$.

$IJ = BH = \sqrt{BC^2 - CH^2} = \sqrt{\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{b-a}{2}\right)^2} = \sqrt{ab}$.

Suy ra thể tích của lăng trụ là: $V_{L.tru} = h.\dfrac{(a+b)\sqrt{ab}}{2}$, với $h = OO'$.

Bán kính của đường tròn (O) là: $R = \dfrac{IJ}{2} = \dfrac{\sqrt{ab}}{2}$ suy ra thể tích của hình trụ là:

$V_{H.tru} = h.\pi.R^2 = \pi h\dfrac{ab}{4}$.

Vậy thể tích cần tìm là: $V = V_{L.tru} - V_{H.tru} = \frac{h}{4}\left[2(a+b)\sqrt{ab} - \pi ab\right]$.

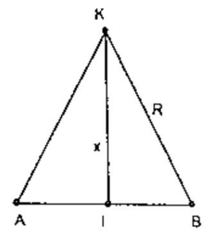
Tính trên máy tính ta được $V \approx 19175,22741$

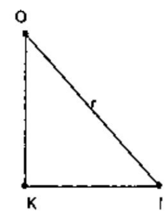
Kết quả: V = 19175,2274

Câu 2. Gọi T là phần chung của hai khối trụ, d là trục của hình trụ đứng, d' là trục của hình trụ nằm ngang. Chọn hệ trục Oxy nằm trong mặt phẳng chứa d và vuông góc với d', O trùng với giao của hai trục, Oy trùng với d. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với trục Ox và cách O một khoảng là $x, 0 \le x \le r$. Khi đó thiết diện của (P) và T là một hình chữ nhật. Giả sử thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ với AB song song với trục ngang.

Gọi K là giao điểm của d với mặt phẳng chứa AB và vuông góc với d.

I là trung điểm AB, khi đó $AB = 2BI = 2\sqrt{R^2 - x^2}$.





$AD = 2OK = 2\sqrt{r^2 - x^2}$.

Suy ra $S_{ABCD} = 4\sqrt{(r^2 - x^2)(R^2 - x^2)}$.

Vậy $V_{(T)} = 2\int_0^r 4\sqrt{(r^2 - x^2)(R^2 - x^2)}dx = 8\int_0^6 \sqrt{(36 - x^2)(100 - x^2)}\,dx$.

Tính trên máy tính ta được $V_{(T)} \approx 2154,96262$

Kết quả: $V = 2154,9626\text{cm}^3$.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

CUỘC THI GIẢI TOÁN TRÊN MÁY TÍNH CẦM TAY
NĂM 2016
Môn: Toán Lớp: 12 Cấp THPT

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

Bài 1. (*10 điểm*)

Kết quả	Điểm
Câu 1. a) $f\left(3+6\sqrt[3]{5}\right)=4,0157$	**2,0**
b) a=0,1546; b=1,9658.	**3,0**
Câu 2. $d=1,4184$	**5,0**

Bài 2. (*10 điểm*)

Kết quả	Điểm
Câu 1. Kết quả: Hệ số của x^{10} là: 87,3389	**5,0**
Câu 2. Kết quả: $u_9=0,5498$; $u_{18}=0,1797$	**5,0**

Bài 3. (*10 điểm*)

Kết quả	Điểm
Câu 1. $S_{ABC}=382,1262\ cm^2$	**5,0**
Câu 2. $S_{xq}=62852,6597cm^2; V_{batdien}=1152108,283cm^3$; $k=0,1925$.	**5,0**

Bài 4. (*10 điểm*)

Kết quả	Điểm
Câu 1. $A=291,5476$; A=290,3463	**5,0**
Câu 2. $P(A)=79,3938\%$.	**5,0**

Bài 5. (*10 điểm*)

Kết quả	Điểm
Câu 1. $V=19175,2274$	**5,0**
Câu 2. $V=2154,9626\ cm^3$.	**5,0**

Chú ý : Tổ chấm thi căn cứ vào hướng dẫn giải để chia điểm chi tiết. Các cách giải khác nếu đúng, giám khảo căn cứ vào khung thang điểm để cho điểm.