

CÁC CHỮ SỐ ĐẦU TIÊN, TẬN CÙNG THEO QUY LUẬT

Đề bài: Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất sao cho n^3 là một số có dạng 1111...1111
(Trả lời câu hỏi cho thắc mắc của GV lớp tập huấn máy tính Casio 570 VN PLUS)

Bài giải:

1) Để n^3 có tận cùng là 11 thì n có tận cùng là 1. Thử trên máy các số

11; 21;31;41;51;61;71;81;91

được 71 khi lấy mũ 3 lên có tận cùng là 11.

Sở dĩ có lập luận này là vì ta áp dụng hằng đẳng thức thứ 4:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3ab(a+b) + b^3$$

2) Để n^3 có tận cùng là 111 thì n phải có tận cùng là ?

Ta cũng thử với các số

171;271;371;471;571;671;771;871;971

được 471.

3) Để n^3 có tận cùng là 1111 thì n phải có tận cùng là ?

Ta cũng thử với các số

1471;2471;3471;4471;5471;6471;7471;8471;9471

4) Gọi số chữ số đứng giữa 4 chữ số đầu và 4 chữ số cuối là m :

+ Nếu $m=3k$ ta có:

$$\sqrt[3]{11110 \cdot 10^{k+1}} \leq \sqrt[3]{n^3} \leq \sqrt[3]{11120 \cdot 10^{k+1}} \quad 22.31 \times 10^{k+1} \leq n \leq 22.32 \times 10^{k+1}$$

Với $k=1$ ta thấy kết quả không thỏa mãn.

+ Nếu $m=3k+1$ ta có:

$$\sqrt[3]{111100 \cdot 10^{k+1}} \leq \sqrt[3]{n^3} \leq \sqrt[3]{111200 \cdot 10^{k+1}} \quad 48.073 \times 10^{k+1} \leq n \leq 48.087 \times 10^{k+1}$$

Lấy $k=1$ là số nhỏ nhất. Được $n=4808471$ và thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+ Nếu $m=3k+3$ thì ta được một số lớn hơn $n=4808471$.

Vậy số nhỏ nhất thỏa mãn yêu cầu bài toán là

$$n=4808471$$

Đề bài: Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất sao cho n^3 là một số có dạng 1111...1111

(Trả lời câu hỏi cho thắc mắc của GV lớp tập huấn máy tính Casio 570 VN PLUS)

Bài giải:

1) Để n^3 có tận cùng là 11 thì n có tận cùng là 1. Thử trên máy các số

$$11; \sqrt[3]{21}; \sqrt[3]{31}; \sqrt[3]{41}; \sqrt[3]{51}; \sqrt[3]{61}; \sqrt[3]{71}; \sqrt[3]{81}; \sqrt[3]{91}$$

4) Gọi số chữ số đứng giữa 4 chữ số đầu và 4 chữ số cuối là m :

+ Nếu $m=3k$ ta có:

$$\sqrt[3]{111110 \cdot 10^{k+1}} \leq \sqrt[3]{n^3} \leq \sqrt[3]{111120 \cdot 10^{k+1}} \Leftrightarrow 22,31 \times 10^{k+1} \leq n \leq 22,32 \times 10^{k+1}$$

Với $k=1$ ta thấy kết quả không thỏa mãn.

+ Nếu $m=3k+1$ ta có:

$$\sqrt[3]{1111100 \cdot 10^{k+1}} \leq \sqrt[3]{n^3} \leq \sqrt[3]{1111200 \cdot 10^{k+1}} \Leftrightarrow 48,073 \times 10^{k+1} \leq n \leq 48,087 \times 10^{k+1}$$

Lấy $k=1$ là số nhỏ nhất. Được $n=4808471$ và thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+ Nếu $m=3k+3$ thì ta được một số lớn hơn $n=4808471$.

Vậy số nhỏ nhất thỏa mãn yêu cầu bài toán là

$$n=4808471$$

Đề bài: Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất sao cho n^3 là một số có dạng $105\dots 687$.
(Trích câu hỏi từ Diễn đàn Toán học)

Bài giải:

1) Để n^3 có tận cùng là 87 thì n có tận cùng là 83. Thử trên máy các số
 $13; 23; 33; 43; 53; 63; 73; 93$

2) Để n^3 có tận cùng là 687 thì n phải có tận cùng là 783
Ta cũng thử với các số

$183; 283; 383; 483; 583; 683; 883; 983$

3) Gọi số chữ số đứng giữa 3 chữ số đầu và 3 chữ số cuối là m :
+ Nếu $m=3k$ ta có:

$$\sqrt[3]{105} \cdot 10^{k+1} \leq \sqrt[3]{n^3} \leq \sqrt[3]{106} \cdot 10^{k+1} \quad 4,71769398 \times 10^{k+1} \leq n \leq 4,732623491 \times 10^{k+1}$$

Với $k=0; 1; 2; 3; 4; 5$ ta tìm được $n=471783$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.
+ Nếu $m=3k+1$ ta có:

$$\sqrt[3]{1050} \cdot 10^{k+1} \leq \sqrt[3]{n^3} \leq \sqrt[3]{1060} \cdot 10^{k+1} \quad 10,16396357 \times 10^{k+1} \leq n \leq 10,19612822 \times 10^{k+1}$$

Lấy $k=4$ là số nhỏ nhất. Được $n=101783$ và thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+ Nếu $m=3k+2$ thì ta cũng $n=2189783$ nhưng số này lớn hơn 101783

Vậy số nhỏ nhất thỏa mãn yêu cầu bài toán là

$$n=101783$$