

CHIA BIỂU THỨC CÓ CHỨA CĂN VỚI MÁY TÍNH CASIO

Mục lục

1	<u>Dạng 1: Kết quả có dạng</u> $Ax + B + C\sqrt{D(x)}$	1
1.1	<u>Nội dung của phương pháp</u>	1
1.2	<u>Bài tập áp dụng</u>	2
2	<u>Dạng 2: Kết quả có dạng</u> $Ax^2 + Bx + C + D\sqrt{E(x)}$	5
2.1	<u>Nội dung của phương pháp</u>	5
2.2	<u>Bài tập áp dụng</u>	6
3	<u>Biểu thức có nhiều dấu căn</u>	7
4	<u>Tài liệu tham khảo</u>	9

Dạng 1: Kết quả có dạng $Ax + B + C\sqrt{D(x)}$

Nội dung của phương pháp

Một biểu thức $\frac{P(x)}{Q(x)}$ với $P(x)$ có bậc $\frac{3}{2}$ (hoặc $\frac{5}{2}$) và $Q(x)$ có bậc $\frac{1}{2}$ (hoặc $\frac{3}{2}$). Khi rút gọn

phép chia, ta được một kết quả có dạng $Ax + B + C\sqrt{D(x)}$.

Từ dạng biểu thức kết quả, ta thấy khi thay một vài giá trị x cụ thể vào biểu thức $\frac{P(x)}{Q(x)}$ và làm

cho $\sqrt{D(x)} \notin \mathbb{N}$ thì trong kết quả ta cũng nhận được $\sqrt{D(x)}$, và tìm được C .

Phần tìm $Ax + B$ được minh họa trong những bước làm sau:

- Bước 1: Nhập biểu thức lên màn hình .
- Bước 2: Tìm x để biểu thức dưới dấu căn $\sqrt{D(x)}$ không phải là một số nguyên. Tạm gọi giá trị này là \sqrt{a} ($\sqrt{a} \notin \mathbb{N}$).
- Bước 3: Tính giá trị của biểu thức tại x bằng phím **CALC** . Nhấn **≡** . Nhận thấy trong kết quả có chứa số nguyên và căn thức. Ta sẽ dùng từng giá trị này để tìm hệ số A, B, C .
- Bước 4: Dự đoán và kiểm tra lại:
 - + Số đứng trước \sqrt{a} là C cần tìm.
 - + Còn lại phần nguyên: Nếu phần nguyên là 0 , ta chưa vội kết luận $A = B = 0$ vì có thể giá trị x thay vào biểu thức khiến $Ax + B = 0$. Vì vậy kiểm tra lại bằng cách tính giá trị biểu thức tại một (hoặc một vài) giá trị x khác với những giá trị x này cũng không làm biểu thức dưới dấu căn $\sqrt{D(x)}$ là một số nguyên.
- Bước 5: Đưa con trỏ lên màn hình bằng cách bấm **⬆** **⬅** để sửa biểu thức. Trừ biểu thức ban đầu cho $C\sqrt{D(x)}$ (a được trả về $\sqrt{D(x)}$). Bấm **CALC** tại $x = 0$ để tìm hệ số tự do B .
Nếu $x = 0$ làm cho biểu thức dưới mẫu bằng 0 thì ta quay lại áp dụng phương pháp **CALC** **1** **0** **0** **0** .
- Bước 6: Đưa con trỏ lên màn hình bằng cách bấm **⬆** **⬆** **⬅** để sửa biểu thức. Trừ biểu thức ban đầu cho $B + C\sqrt{D(x)}$. Rồi chia cả biểu thức đó cho x ta được A .
- Bước 7: Kết luận

Bài tập áp dụng

Rút gọn biểu thức sau:

$$P = \frac{8x + 2 - (2x+2)\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1} - 1}$$

Nhập biểu thức lên màn hình

≡	8	X	+	2	-	(2	X	+	2)	√	2	X	+	1	▶	▼
√	2	X	+	1	▶	-	1											

- Bước 2: Lấy $x = 1$ ta được $\sqrt{2x+1} = \sqrt{3}$.

Tính giá trị của P tại $x = 1$

Nhận thấy kết quả có dạng $Ax + B + 3\sqrt{2x+1}$.

Sửa biểu thức và tìm A, B

Kiểm tra lại kết quả

Ta thấy kết quả đều ra 0.

Kết luận: Vậy

$$P = -2x + 1 + 3\sqrt{2x+1}$$

Rút gọn biểu thức sau:

$$Q = \frac{3x^2 - 3x + 2 + (x^2 + x - 2)\sqrt{x+1}}{x\sqrt{x+1} + 2x - 2}$$

Nhập biểu thức lên màn hình

Keypad sequence: 3 x^2 $-$ 3 x $+$ 2 $+$ $($ x x^2 $+$ x $-$ 2 $)$ $\sqrt{\square}$ x $+$ 1 $\sqrt{\square}$ x $+$ 1 \rightarrow $+$ 2 x $-$ 2

- Bước 2: Lấy $x = 2$ ta được $\sqrt{x+1} = \sqrt{3}$.

Tính giá trị của P tại $x = 2$

Keypad sequence: CALC 2 $=$

Display:
$$\frac{3x^2 - 3x + 2 + (x^2 + x - 2)\sqrt{x+1}}{x\sqrt{x+1} + 2x - 2}$$

 $1 + \sqrt{3}$

Nhận thấy kết quả có dạng $Ax + B + \sqrt{x+1}$.

Sửa biểu thức và tìm A, B

Keypad sequence: \uparrow \leftarrow $-$ $\sqrt{\square}$ x $+$ 1

Nhận thấy với $X = 0$ thì mẫu của biểu thức xác định, nên sau khi ta trừ biểu thức cho $\sqrt{x+1}$ thì ta tính giá trị tại $x = 0$ để tìm B:

Keypad sequence: CALC 0 $=$

Display:
$$\frac{(x-2)\sqrt{x+1}}{2x-2} - \sqrt{x+1}$$

Vậy $B = -1$

Sửa biểu thức trên màn hình \uparrow \leftarrow $+$ 1

Tìm A: Chia cả biểu thức trên màn hình cho X sau khi cho cả biểu thức đó vào trong dấu ngoặc

Keypad sequence: \uparrow \rightarrow $($ \leftarrow \leftarrow $)$ CALC x

Display:
$$\left(\frac{3x^2 - 3x + 2 + (x^2 + x - 2)\sqrt{x+1}}{x\sqrt{x+1} + 2x - 2} \right)$$

Ta bấm liên tiếp \leftarrow CALC 2 $=$ CALC 3 $=$ CALC 4 $=$ đều thấy kết

quả ra 1, vậy $A = 1$.

Kiểm tra lại kết quả

Xóa lại mẫu biểu thức trên, thay vì X ta điền 1 để quay về phân số trước khi tìm A .



Thấy kết quả ra 0.

Kết luận: Vậy

$$Q = x - 1 + \sqrt{x+1}$$

Dạng 2: Kết quả có dạng $Ax^2 + Bx + C + D\sqrt{E(x)}$

Nội dung của phương pháp

Một biểu thức $\frac{P'(x)}{Q'(x)}$ với $P'(x)$ có bậc $\frac{5}{2}$ (hoặc $\frac{7}{2}$) và $Q'(x)$ có bậc $\frac{1}{2}$ (hoặc $\frac{3}{2}$). Khi rút

gọn phép chia, ta được một kết quả có dạng $Ax^2 + Bx + C + D\sqrt{E(x)}$.

Từ dạng biểu thức kết quả, ta thấy khi thay một vài giá trị x cụ thể vào biểu thức $\frac{P'(x)}{Q'(x)}$ và làm

cho $\sqrt{E(x)} \notin \mathbb{N}$ thì trong kết quả ta cũng nhận được $\sqrt{E(x)}$, và tìm được D .

Phần tìm $Ax^2 + Bx + C$ được minh họa trong những bước làm sau:

- Bước 1: Nhập biểu thức lên màn hình và lưu bằng cách nhấn $\boxed{=}$.
- Bước 2: Tìm x để biểu thức dưới dấu căn $\sqrt{E(x)}$ không phải là một số nguyên. tạm gọi giá trị này là \sqrt{a} ($\sqrt{a} \notin \mathbb{N}$).
- Bước 3: Tính giá trị của biểu thức tại x bằng phím \boxed{CALC} . Nhấn $\boxed{=}$. Nhận thấy trong kết quả có chứa số nguyên và căn thức. Ta sẽ dùng từng giá trị này để tìm hệ số A, B, C, D .

- Bước 4: Dự đoán và kiểm tra lại:
 - + Số đứng trước \sqrt{a} là D cần tìm.
 - + Còn lại phần nguyên: Nếu phần nguyên là 0 , ta chưa vội kết luận $A = B = C = 0$ vì có thể giá trị x thay vào biểu thức khiến $Ax^2 + Bx + C$. Vì vậy kiểm tra lại bằng cách tính giá trị biểu thức tại một (hoặc một vài) giá trị x khác với những giá trị x này cũng không làm biểu thức dưới dấu căn $\sqrt{D(x)}$ là một số nguyên.
- Bước 5: Đưa con trỏ lên màn hình bằng cách bấm $\blacktriangle \blacktriangleleft$ để sửa biểu thức. Trừ biểu thức ban đầu cho $D\sqrt{E(x)}$ (a được trả về $\sqrt{E(x)}$). Bấm $\boxed{\text{CALC}}$ tại $x = 0$ để tìm hệ số tự do C .
Nếu $x = 0$ làm cho biểu thức dưới mẫu bằng 0 thì ta quay lại áp dụng phương pháp $\boxed{\text{CALC}} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0}$.
- Bước 6: Phần tìm $Ax^2 + Bx + C$ có thể xem lại bài KHAI TRIỂN ĐA THỨC bằng một trong hai cách làm sau:
 - + Phương pháp $\boxed{\text{CALC}} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0}$.
 - + Phương pháp tính giá trị đạo hàm tại một điểm.
- Bước 7: Kết luận.

Bài tập áp dụng

Rút gọn biểu thức sau

$$R = \frac{2x^2 + 7x - 5 + (x^2 + 2x + 5)\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1} + 2}$$

Nhập biểu thức lên màn hình

$\frac{\square}{\square}$	2	\times	x^2	$+$	7	\times	$-$	5	$+$	$($	\times	x^2	$+$	2	\times	$+$	5	$)$	
$\sqrt{\square}$	\times	$-$	1	\blacktriangleright	\blacktriangledown	$\sqrt{\square}$	\times	$-$	1	\blacktriangleright	$+$	2							

Để thấy với $x = 3$ thì $\sqrt{x-1} = \sqrt{2}$.

Tính giá trị của P tại $x = 3$

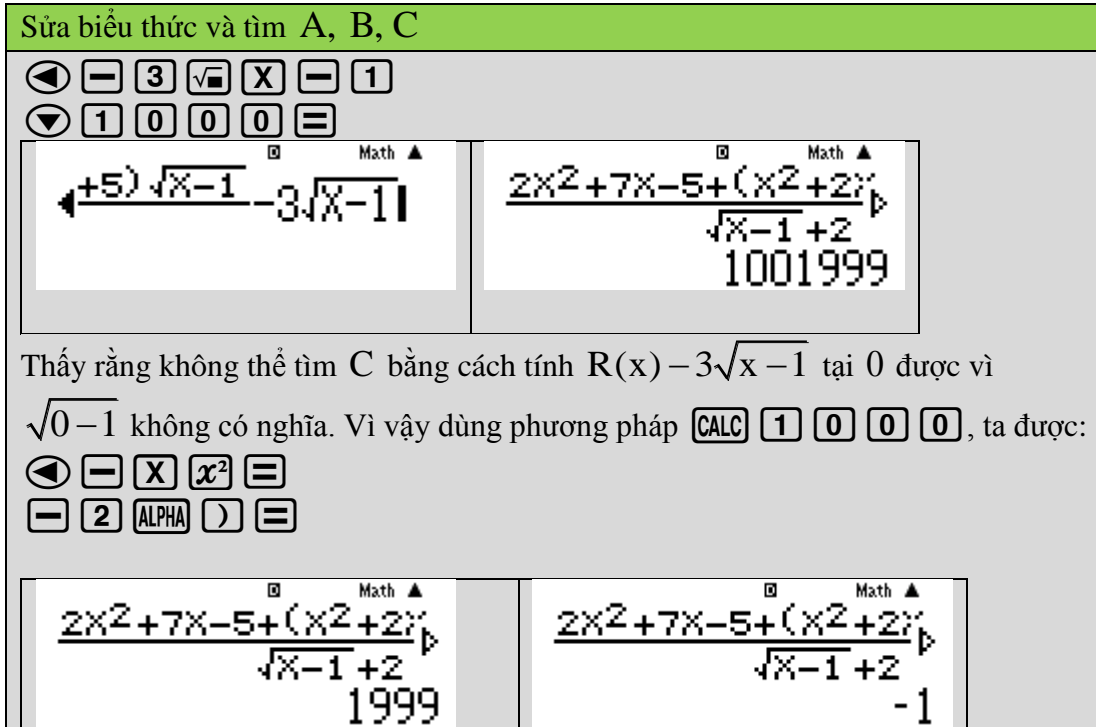
$\boxed{\text{CALC}} \boxed{3} \boxed{=}$



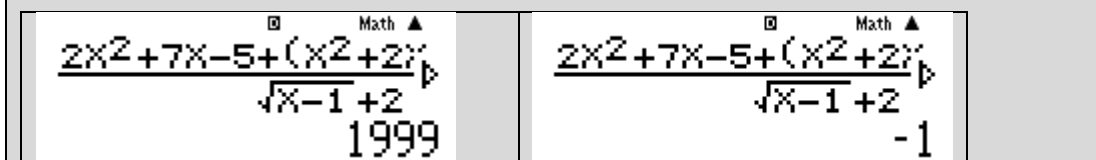
$$\frac{2x^2 + 7x - 5 + \frac{(x^2 + 2)}{\sqrt{x-1} + 2}}{14 + 3\sqrt{2}}$$

Nhận thấy kết quả có dạng $Ax^2 + Bx + C + 3\sqrt{x-1}$.

Sửa biểu thức và tìm A, B, C



Thấy rằng không thể tìm C bằng cách tính $R(x) - 3\sqrt{x-1}$ tại 0 được vì $\sqrt{0-1}$ không có nghĩa. Vì vậy dùng phương pháp **CALC** **1** **0** **0** **0**, ta được:



Vậy

$$R = x^2 + 2x - 1 + 3\sqrt{x-1}$$

Biểu thức có nhiều dấu căn

Cách làm tương tự như trên, nhưng với hai căn thức thì ta cần tìm lần lượt X sao cho biểu thức dưới dấu căn không ra số nguyên. Bài toán ví dụ như sau:

Rút gọn biểu thức sau:

$$T = \frac{4x - 2 + (x + 4\sqrt{x+1} + 2)\sqrt{x-1} + (x+2)\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1}}$$

Nhập biểu thức lên màn hình máy tính



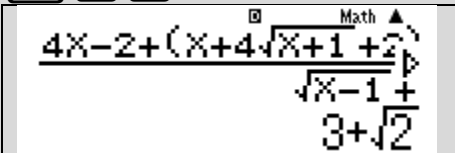
$\boxed{\times} \boxed{-} \boxed{1} \boxed{\rightarrow} \boxed{+} \boxed{(} \boxed{\times} \boxed{+} \boxed{2} \boxed{)} \boxed{\sqrt{\square}} \boxed{\times} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{\rightarrow} \boxed{\downarrow} \boxed{\sqrt{\square}} \boxed{\times} \boxed{-}$
 $\boxed{1} \boxed{\rightarrow} \boxed{+} \boxed{\sqrt{\square}} \boxed{\times} \boxed{+} \boxed{1}$

Tìm hệ số đứng trước $\sqrt{x+1}$

Tìm x để $\sqrt{x+1}$ không ra số nguyên: $x=1$.

Tìm hệ số đứng trước $\sqrt{x+1}$ bằng cách tính giá trị của T tại 1

$\boxed{\text{CALC}} \boxed{1} \boxed{=}$

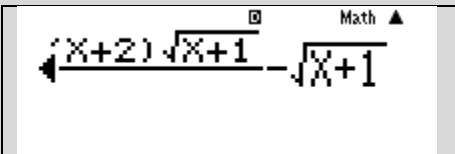


Đoán được hệ số cần tìm là 1.

Sửa màn hình và tìm hệ số đứng trước $\sqrt{x-1}$

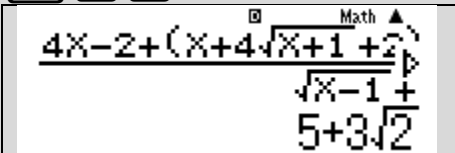
Sửa màn hình bằng cách trừ cho hệ số nhân với $\sqrt{x+1}$ vừa tìm được:

$\boxed{\leftarrow} \boxed{-} \boxed{\sqrt{\square}} \boxed{\times} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{\rightarrow}$



Tìm hệ số đứng trước $\sqrt{x-1}$ bằng cách tính giá trị biểu thức sửa tại 3:

$\boxed{\text{CALC}} \boxed{3} \boxed{=}$

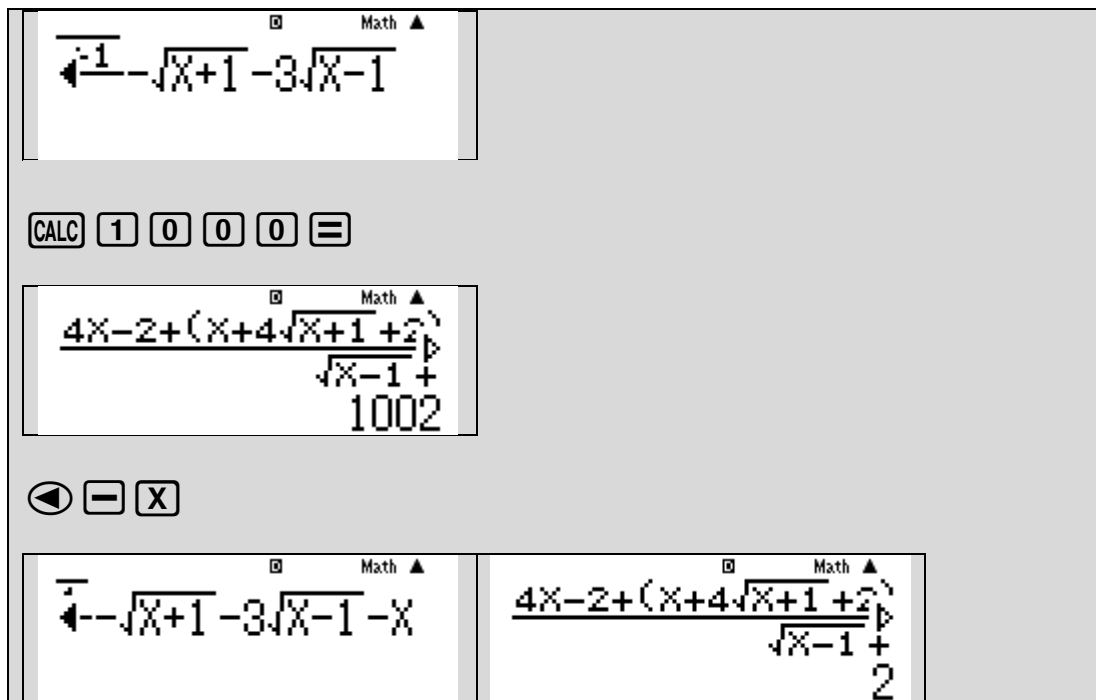


Đoán được hệ số cần tìm là 3.

$\boxed{\text{CALC}} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0}$ để tìm hệ số của nhị thức bên ngoài

Sửa biểu thức trên màn hình:

$\boxed{\leftarrow} \boxed{-} \boxed{\sqrt{\square}} \boxed{3} \boxed{\times} \boxed{-} \boxed{1} \boxed{\rightarrow}$



Kết luận: Vậy

$$T = x + 2 + 3\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1}$$

Tài liệu tham khảo

- [1] Tài liệu Thủ thuật giải toán trên máy tính CASIO, Khai triển đa thức bằng máy tính CASIO, Bitex, 9-2015.
- [2] Forum Toán học: diendantoanhoc.net.