

CÔNG TY CỔ PHẦN XUẤT NHẬP KHẨU BÌNH TÂY

TS. NGUYỄN THÁI SƠN

GIẢI TOÁN TRÊN MÁY TÍNH CASIO

fx-570VNPLUS

DÀNH CHO CÁC LỚP **6-7-8-9**

TÀI LIỆU LƯU HÀNH NỘI BỘ

Lời nói đầu

Từ khi các thế hệ máy tính với chức năng giải được phương trình bậc 2, bậc 3 và các hệ phương trình ra đời, việc học tập và thi cử đã có những cải tiến đáng kể. Đến nay sự ra đời của máy tính CASIO 570VN Plus với nhiều tính năng vượt trội:

1. Đối với bậc THCS máy tính thực hiện các phép chia có dư, phân tích thành thừa số nguyên tố, tìm ƯCLN, BCNN.
2. Các phép tính số phức, dạng đại số và dạng lượng giác. Đặc biệt tính được lũy thừa bậc 4 trở lên cho số phức.
3. Lưu các nghiệm của phương trình bậc 2, 3 và nghiệm x, y, z của một hệ (2 ẩn, 3 ẩn) vào các phím nhớ A, B, C, D, E, F để truy xuất.
4. Giải được các bất phương trình bậc 2 và bậc 3, từ đó có thể giải được các bất phương trình khác có thể biến đổi tương đương về bất phương trình bậc 2 và bậc 3, tính trực tiếp tọa độ đỉnh Parabol trên máy tính
5. Tạo bảng số từ 2 hàm trên cùng một màn hình tính toán
6. Các phép tính vectơ, định thức và ma trận, tính toán phân phối trong thống kê.

Rất nhiều tính năng khác mà dòng máy này đem lại như:

- Tính toán với các số thập phân vô hạn tuần hoàn giúp hiểu thêm về tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn.

- Lưu hai kết quả cuối cùng vào bộ nhớ thông qua phím **[Ans]** và **[ALPHA] [Ans]** (**PreAns**). Điều này giúp hiểu biết thêm về dãy số Fibonacci và các dãy số cho bằng các biểu thức qui nạp khác.

Việc sử dụng máy tính thật cần thiết như thế, nhưng rất nhiều học sinh vẫn chưa khai thác hết các tính năng ưu việt của nó. Quyển sách được viết trong một thời gian ngắn để kịp cho các khoa bồi dưỡng giáo viên. Quyển sách có ích cho các thầy cô đang giảng dạy các lớp ở bậc THCS đặc biệt là các thầy cô đang ôn luyện cho học sinh của mình thi vào các lớp 10 trường chuyên. Ngoài ra, quyển sách cũng đề cập đến nhiều nội dung giúp ích cho các thầy cô phụ trách đội tuyển học sinh giỏi máy tính cầm tay ôn luyện để tham gia kỳ thi học sinh giỏi máy tính các cấp.

Tuy rất cố gắng, nhưng chúng tôi tin rằng vẫn còn nhiều vấn đề cần khắc phục để quyển sách được tốt hơn và có ích hơn.

Mọi ý kiến đóng góp gửi về email **nthaison@gmail.com** hoặc email **vinh@bitex.com.vn**, điện thoại **08.3969 9999** (Ext : 005)

Thành phố Hồ Chí Minh ngày 22 tháng 5 năm 2016
TS Nguyễn Thái Sơn ¹

¹Nguyên Trưởng Khoa Toán-Tin, Đại học Sư Phạm TP Hồ Chí Minh (2000-2009)- Nguyên Giám đốc-Tổng biên tập NXB ĐHSP TP HCM (2009-2011)

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM

Độc lập – Tự do – Hạnh phúc

Số: 2683/BGDDT-CNTT

V/v danh sách máy tính cầm tay
được đem vào phòng thi

Hà Nội, ngày 23 tháng 5 năm 2014

Kính gửi: - Các sở giáo dục và đào tạo;
- Các đại học, học viện, các trường đại học, cao đẳng.

Bộ Giáo dục và Đào tạo công bố danh sách máy tính cầm tay được đem vào phòng thi tốt nghiệp trung học phổ thông và phòng thi tuyển sinh đại học, cao đẳng năm 2014 như sau:

a) Về nguyên tắc: Theo Quy chế thi tốt nghiệp trung học phổ thông và Quy chế tuyển sinh đại học và cao đẳng, các máy tính cầm tay được phép đem vào phòng thi là các máy tính:

- Không có chức năng soạn thảo văn bản (như tính năng ghi chép, ghi số điện thoại...);

- Không có thể nhớ cắm thêm vào.

b) Danh sách cụ thể các máy tính cầm tay thông dụng (làm được các phép tính số học, các phép tính lượng giác và các phép tính siêu việt) đáp ứng yêu cầu cơ bản nói trên là:

Casio FX 95, FX 220, FX 500A, FX 500 MS, FX 500 ES, FX 500VNPlus, FX 570 MS, FX 570 ES, FX 570 ES Plus và FX 570 VN Plus;

VinaCal 500MS, 570 MS, 570 ES Plus và 570 ES Plus II;

Vietnam Calculator VN-500RS, VN 500 ES, VN 500 ES plus function, VN 570 RS, VN 570 ES và VN-570ES Plus;

Sharp EL 124A, EL 250S, EL 506W, EL 509WM;

Canon F-788G, F-789GA;

và các máy tính tương đương.

Thông báo này được đăng trên website Bộ Giáo dục và Đào tạo www.moet.gov.vn và [http://thituyensinh.vn./](http://thituyensinh.vn/).

Nơi nhận:

- Như trên;
- Bộ trưởng (để b/c);
- Các Thứ trưởng (để b/c);
- Cục KTKĐCLGD, Vụ GDTrH, Vụ GDTX, Vụ GDĐH, Thanh tra (để phối hợp t/h);
- Website Bộ;
- Lưu: VT, Cục CNTT.

**TL. BỘ TRƯỞNG
CỤC TRƯỞNG
CỤC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN**



Quách Tuấn Ngọc

PHẦN I

**CÁC TÍNH NĂNG VƯỢT TRỘI
CỦA MÁY TÍNH CASIO
FX-570VN PLUS
TRONG CHƯƠNG TRÌNH THCS**

CHƯƠNG 1

CÁC TÍNH NĂNG MỚI TRONG CHƯƠNG TRÌNH LỚP 6

1.1 Tìm thương và dư của một phép chia các số tự nhiên

Trong trường hợp một số tự nhiên a không chia hết cho số tự nhiên b , máy tính CASIO 570VN Plus cho phép tìm được thương và dư của phép chia đó. Để thực hiện công việc này ta:

- Nhập số bị chia a
- Nhấn vào   ($\div$) R
- Nhập số chia b và nhấn phím 

Màn hình sẽ thông báo thương (của phép chia) và dư R của phép chia đó.

Ví dụ 1 (*Đề thi học sinh giỏi Giải toán trên máy tính cấp khu vực, Bộ Giáo dục và Đào tạo, lớp 6, 7, 2001*)

1. Tìm thương và số dư khi chia 18901969 cho 2382001;
2. Tìm thương và số dư khi chia 3523127 cho 2047.

Bài giải:

1. $18901969 \div 2382001$

Ta nhận được thương là 7 và dư $R = 2227962$.

2. $3523127 \div 2047$

Ta nhận được thương là 1721 và dư $R = 240$.

Ví dụ 2. Tìm a, b, c biết số $\overline{11a8b1987c}$ chia hết cho 504.

Bài giải:

Ta phân tích số 504 thành thừa số nguyên tố:

$$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7 = 8 \times 9 \times 7$$

Để số A đã cho chia hết cho 8 thì ba số tận cùng phải chia hết cho 8. Vì $87c = 800 + \overline{7c}$ nên để A chia hết cho 8 thì $c = 2$ (đọc chữ chutong 8).

Số cần tìm có dạng $\overline{11a8b19872}$. Muốn A chia hết cho 9 thì tổng các chữ số phải chia hết cho 9. nghĩa là: $1 + 1 + a + 8 + b + 1 + 9 + 8 + 7 + 2 = 36 + 1 + a + b$ chia hết cho 9. Muốn vậy $1 + a + b$ chia hết cho 9.

Vậy $1 + a + b = 9$ hay $1 + a + b = 18$. Do đó $a + b = 8$ hay $a + b = 17$.

Ta lập bảng xét tất cả các trường hợp có thể xảy ra:

a	b	A	thương $\div 504$	dư	Kết luận
0	8	1108819872	•	216	•
1	7	1118719872	•	144	•
2	6	1128619872	•	72	•
3	5	1138519872	•	0	Đáp số
8	0	1188019872	•	144	•
8	9	1188919872	•	0	Đáp số
9	8	1198819872	•	432	•

Đáp số: Số cần tìm là 1138519872 và 1188919872.

Lưu ý:

Để có thể thực hiện nhanh phép chia có dư trong tất cả các trường hợp vừa nêu, chúng ta sử dụng thuật toán sau đây:

$A=A+1:B=8-A:$

$(1108019872+$

$A \times 10^7 + B \times 10^5) \div R$

504

CALC

Khi bấm **CALC** và được hỏi, bấm **A** bằng -1, sau đó bấm dấu bằng nhiều lần, mỗi lần sẽ xuất hiện thương và dư của phép chia và do đó ta lập được bảng như trên. Sau khi đã hoàn thành bảng với $a + b = 8$ ta dùng mũi tên trái để di chuyển con trỏ lên dòng công thức và thay **B** $\Rightarrow$ **18** $\Rightarrow$ **A**

1.2 Trong trường hợp số bị chia có hơn 10 chữ số.

Ví dụ 1 (Thi học sinh giỏi cấp khu vực, Bộ Giáo dục và Đào tạo. Trung học Cơ sở, 2006)

Tìm số dư trong mỗi phép chia sau:

1. $103103103 : 2006$;
2. $30419753041975 : 151975$;
3. $103200610320061032006 : 2010$.

Bài giải:

1. $103103103 \text{ [ALPHA] [1/x] } (\div R) 2006 \text{ [=]} \quad 51397, R = 721$

2. $30419753041975 \text{ [SHIFT] [RCL] (STO) [(-)] (A)}$ tránh “*tam sao thất bản*”

$151975 \text{ [SHIFT] [RCL] (STO) [0] [0] [0] (B)}$

$A \text{ [ALPHA] [1/x] } (\div R) B \text{ [=] [ALPHA] [+] (Int) [Ans] [=] \quad 200162875$

Vậy thương của phép chia là 200162875 và dư của phép chia là $A \text{ [-] B [Ans]} \quad R = 113850$.

Lưu ý: Nếu máy xuất ra một kết quả dưới dạng một số thập phân với **1 số** sau dấu chấm, ta thực hiện việc tìm thương và dư như trên. Tuy nhiên nếu kết quả là một số viết dưới **dạng lũy thừa**, ta không sử dụng kết quả này mà thực hiện như sau:

3. $1032006103 | 200610 | 32006 : 2010$.

- 2010 $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(\text{STO})} \boxed{\text{tan}} \boxed{(\text{F})}$ tránh “tam sao thất bản”
- Lấy 10 chữ số đầu tiên 1032006103 chia có dư cho (F)
 $1032006103 \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{CALC}} \boxed{(\div \text{R})} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{F}} \boxed{=}$ 513435, $R = 1753$
 $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(\text{STO})} \boxed{(\text{C})} \boxed{(\text{A})}$ lưu số 513435 vào (A)
- “gắn” thêm 6 chữ số tiếp theo vào số 1753 thành số có 10 chữ số 1753200610
 $1753200610 \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{CALC}} \boxed{(\div \text{R})} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{F}} \boxed{=}$ 872239, $R = 220$
 $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(\text{STO})} \boxed{\text{B}} \boxed{(\text{B})}$ lưu số 872239 vào (B)
- “gắn” thêm các chữ số còn lại vào số 220 thành số 22032006
 $22032006 \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{CALC}} \boxed{(\div \text{R})} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{F}} \boxed{=}$ 10961, $R = 396$
 $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(\text{STO})} \boxed{\text{hyp}} \boxed{(\text{C})}$ lưu số 10961 vào (C)

Kết luận:

Thương và dư của phép chia $103200610320061032006 : 2010$ là:

$$Q = 51343587223910961, R = 396$$

(“lắp ghép” các số đã lưu **A**, **B**, **C** thành $\overline{ABC}$, dư của phép chia là “dư cuối cùng”)

Để tránh những nhầm lẫn không đáng có, chúng tôi thực hiện phép chia trên một cách tường minh, qua đó làm cơ sở cho phép chia có dư trong trường hợp này và các trường hợp tương tự.

- $103200610320061032006 = 1032006103 \times 10^{11} + 20061032006$
 $1032006103 \times 10^{11} \div 2010 = (513435 \times 2010 + 1753) \times 10^{11}$
 như vậy sau số **513435** còn 11 số nữa sẽ tìm sau.

- $1753 \times 10^{11} + 20061032006 = 1753200610 \times 10^5 + 32006$
 $1753200610 \times 10^5 \div 2010 = (872239 \times 2010 + 220) \times 10^5$
 như vậy sau số **872239** còn 5 số nữa sẽ tìm sau.
- $220 \times 10^5 + 32006 = 22032006$
 $202200610 \div 2010 = \mathbf{10961} \times 2010 + 396$

Tóm lại: $103200610320061032006 =$
 $= (513435 \times 10^{11} + 872239 \times 10^5 + 10961) \times 2010 + 396$

1.3 Trong trường hợp số bị chia có dạng lũy thừa.

Ta dùng phép đồng dư theo công thức:

Với các số nguyên a, b, c, m, n

$$\begin{cases} a \equiv m \pmod{p} \\ b \equiv n \pmod{p} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \times b \equiv m \times n \pmod{p} \\ a^c \equiv m^c \pmod{p} \end{cases}$$

Giả sử ta muốn tìm số dư của phép chia a^n cho b . Theo dõi bài tập thực hành sau đây:

Ví dụ 1 Tìm số dư của phép chia 2004^{376} cho 1975.

$10 : \log(2004) = 3, \dots$	$2004^3 \equiv 689 \pmod{1975}$	2004^3
$10 : \log(689) = 3, \dots$	$689^3 \equiv 1044 \pmod{1975}$	2004^9
$10 : \log(1044) = 3, \dots$	$1044^3 \equiv 884 \pmod{1975}$	2004^{27}
$10 : \log(884) = 3, \dots$	$884^3 \equiv 1479 \pmod{1975}$	2004^{81}
$10 : \log(1479) = 3, \dots$	$1479^3 \equiv 1439 \pmod{1975}$	2004^{243}
$1439 \times 1479 \times 884$	$\equiv 1579 \pmod{1975}$	2004^{351}
1579×1044^2	$\equiv 1844 \pmod{1975}$	2004^{369}
1844×689^2	$\equiv 349 \pmod{1975}$	2004^{375}
349×2004	$\equiv 246 \pmod{1975}$	2004^{376}

Vậy dư của phép chia 2004^{376} cho 1975 là 246.

Ví dụ 2: Đề thi HSG toàn quốc MTCT môn Toán năm 2010-2011.

Một mảnh sân hình chữ nhật kích thước $760 \text{ cm} \times 1120 \text{ cm}$ được lát bởi các viên gạch vuông cạnh 20 cm . Giả sử trên viên gạch thứ nhất ta đặt 1 hạt đậu, trên viên gạch thứ hai ta đặt 7 hạt đậu, trên viên gạch thứ ba ta đặt 49 hạt đậu, trên viên gạch thứ tư ta đặt 243 hạt đậu v.v...cho đến viên gạch cuối cùng. Gọi S là tổng số hạt đậu đặt lên các viên gạch của sân đó. Tìm ba chữ số tận cùng của số $6S + 5$.

Giải: Ta tính được số viên gạch lát trên sân là:

$$\frac{760 \times 1120}{20^2} = 2128$$

Do đó tổng số hạt đậu đặt lên tất cả các viên gạch trên sân là:

$$S = 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2128}$$

đây là tổng của 2128 số hạng đầu tiên của một cấp số nhân với

$$u_1 = 1, q = 7, n = 2128 \text{ nên } S = u_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{7^{2128} - 1}{6}.$$

Vậy $T = 6S + 5 = 7^{2128} + 4$. Ta tìm dư của phép chia T cho 1000.

$10 : \log(7) = 11, \dots$	$7^{11} \equiv 743 \pmod{1000}$	7^{11}
$10 : \log(743) = 3, \dots$	$743^3 \equiv 407 \pmod{1000}$	7^{33}
$10 : \log(407) = 3, \dots$	$407^3 \equiv 143 \pmod{1000}$	7^{99}
$10 : \log(143) = 4, \dots$	$143^4 \equiv 601 \pmod{1000}$	7^{396}
$10 : \log(601) = 3, \dots$	$601^3 \equiv 801 \pmod{1000}$	7^{1188}

Ta có nhận xét: $2128 = 1188 + 396 \times 2 + 99 + 33 + 11 + 5$.

$$801 \times 601^2 \equiv 1 \pmod{1000}$$

$$143 \times 407 \times 743 \equiv 343 \pmod{1000}$$

$$343 \times 7^5 \equiv 801 \pmod{1000}$$

Vậy ba chữ số tận cùng của T là $801 + 4 = 805$.

1.4 Áp dụng định lý Fermat

Định lý Fermat:

Nếu p là số nguyên tố và a là số nguyên không chia hết cho p thì:

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$

Áp dụng:

Ví dụ 1: Tìm số dư trong các phép chia: $2009^{2010} : 2011$

Vì 2011 là số nguyên tố và 2009 không chia hết cho 2011 nên:

$$2009^{2011-1} \equiv 1 \pmod{2011}$$

nghĩa là dư của phép chia 2009^{2010} cho 2011 là 1.

Lưu ý: Nếu không sử dụng định lý Fermat ta phải thực hiện như sau:

$$2009^3 \equiv 2003 \pmod{2011}$$

$$2009^9 \equiv 1499 \pmod{2011}$$

$$2009^{27} \equiv 434 \pmod{2011}$$

$$2009^{81} \equiv 1365 \pmod{2011}$$

$$2009^{243} \equiv 480 \pmod{2011}$$

$$2009^{729} \equiv 1077 \pmod{2011}$$

$$2009^{1458} \equiv 1593 \pmod{2011}$$

Vì $2010 = 1458 + 486 + 54 + 9 + 3$ nên thực hiện tiếp như sau:

$$1593 \times 480^2 \equiv 1601 \pmod{2011}$$

$$1601 \times 434^2 \equiv 462 \pmod{2011}$$

$$462 \times 1499 \times 2003 \equiv 1 \pmod{2011}$$

Vậy số dư của phép chia 2009^{2010} cho 2011 là 1.

Ví dụ 2: Tìm số dư trong các phép chia: $1997^{2008} : 2003$

Vì 2003 là số nguyên tố và 1997 không chia hết cho 2003 nên:

$$1997^{2002} \equiv 1 \pmod{2003}$$

Ngoài ra: $1997^3 \equiv 1787 \pmod{2003}$

và $1787^2 \equiv 587 \pmod{2003}$

Vậy số dư của phép chia $1997^{2008} : 2003$ là 587.

BÀI TẬP

1. Tìm chữ số b sao cho số $\overline{469283866b3658}$ chia hết cho 2007.

Bài giải

Phân tích ra thừa số nguyên tố ta có:

$$2007 = 9 \times 223$$

Vậy số cần tìm chia hết cho 9. Ta tìm điều kiện cho số cần tìm chia hết cho 9. Tổng các chữ số của số này bằng $74 + b$, suy ra $b = 7$.

Cuối cùng ta kiểm tra lại số $\overline{46928386673658}$ chia hết cho 2007 như sau:

$$4692838667 \times 10^4 + 3658 \quad \boxed{\text{ALPHA}} \quad \boxed{\div} \quad \boxed{2007} \quad \boxed{=}$$

$$\boxed{23382355094}$$

Vậy $b = 7$.

2. Đề thi Giải toán trên máy tính, Trung học Cơ sở, Sở Giáo dục và Đào tạo Hòa Bình, 2007-2008.

Tìm các chữ số a và b biết $\overline{686430a8b}$ chia hết cho 2008.

Bài giải

(a) Phân tích 2008 ta thừa số nguyên tố: $2008 = 2^3 \times 251$

(b) Số đã cho chia hết cho 4 nên $b \in \{0, 4, 8\}$

(c) Ta lập bảng cho hai hàm số

$$f(x) = \frac{686430000 + 100x + 80}{2008} \text{ và}$$

$$g(x) = \frac{686430000 + 100x + 84}{2008},$$

với x nguyên chạy từ 0 đến 9. Kết quả chỉ có một giá trị của x để kết quả là số nguyên, đó là:

x	$f(x)$	$g(x)$
7	(loại)	341848

(d) Bấm $\boxed{AC}$, điều chỉnh hàm $f(x)$ thành

$$f(x) = \frac{686430000 + 100x + 88}{2008},$$

xoá bỏ hàm $g(x)$, kết quả không có giá trị nào của x làm cho $f(x)$ là số nguyên.

(e) $341848 \times 2008 = 686430784$.

Vậy $a = 7 ; b = 4$.

3. Đề thi Giải toán trên máy tính, Trung học Cơ sở, Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2009-2010 Tìm số dư trong các phép chia sau:

- $2009^{2010} : 2011$;
 - $22009201020112012 : 2020$;
 - $1234567890987654321 : 2010$.
- Tìm số dư r khi chia số 24728303034986074 cho 2003
ĐS: 401

1.5 Tìm ước số chung lớn nhất (GCD) của hai số

Ví dụ 1: (Sở Giáo dục và Đào tạo Thái Nguyên. Đề chọn đội tuyển thi học sinh giỏi cấp khu vực, 2004) Tìm ước chung lớn nhất của 1754298000 và 75125232.

Bài giải

$\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\times} \text{ (GCD)} 1754298000 \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{)} (,)} 75125232 \boxed{\text{)} \boxed{=}$
825552

Nhận xét

UCLN của ba số được xác định như sau:

$$\text{GCD}(a, b, c) = \text{GCD}(\text{GCD}(a, b), c)$$

Ví dụ 2: Tìm ước chung lớn nhất của ba số

$$a = 1193984; b = 157993; c = 38743.$$

Bài giải

$$\text{UCLN}(1193984, 157993, 38743) = 53$$

($\frac{\square}{\square}$) $\times$ (GCD) α $\times$ (GCD) 1193984 $\square$ (,)
157993 $\square$ $\square$ (,) 38743 $\square$ $\square$ 53

1.6 Tìm bội số chung nhỏ nhất (LCM) của hai số

Ví dụ 1: Tìm BCNN của hai số $a = 195; b = 1890$.

Giải: $\square$ $\square$ (LCM) 195 $\square$ $\square$ (,) 1890 $\square$ $\square$ 24570

Nhận xét: Bội chung nhỏ nhất của ba số a, b, c được xác định như sau:

$$\text{LCM}(a, b, c) = \text{LCM}(\text{LCM}(a, b), c)$$

Trong trường hợp bị tràn bộ nhớ máy sẽ thông báo Math Error. Khi đó ta khắc phục như sau:

a $\square$ $\square$ (STO) $\square$ (A)

b $\square$ $\square$ (STO) $\square$ (B)

c $\square$ $\square$ (STO) $\square$ (C)

α $\square$ (LCM) A $\square$ (,) B $\square$ $\square$ $\square$ (STO) $\square$ (D)

$$\text{LCM}(a, b, c) = \frac{CD}{\text{GCD}(C, D)}$$

Ví dụ 2: Tìm BCNN của ba số $a = 195; b = 1890; c = 1975$.

bài giải

LCM(LCM(195, 1890), 1975)
9705150

(ALPHA) (÷) (LCM) (ALPHA) (÷) (LCM) 1 9 5 (SHIFT) (>)
(,) 1 8 9 0 (SHIFT) (>) (,) 1 9 7 5 (SHIFT) (=)

Ví dụ 3. (Thi học sinh giỏi Giải toán trên máy tính. Sở Giáo dục Đào tạo Thừa Thiên-Huế, lớp 8, 9, 11, 2005). Cho ba số $a = 1193984; b = 157993; c = 38743$.

- Tìm UCLN của ba số a, b, c ;
- Tìm BCNN của ba số a, b, c với kết quả đúng.

Bài giải

1. Tìm UCLN(1193984; 57993; 38743):

($\frac{\square}{\square}$) (X) (GCD) (ALPHA) (X) (GCD) 1193984
(SHIFT) (>) (,) 157993 (SHIFT) (>) (,) 38743
(SHIFT) (=) 53

2. Tìm BCNN của ba số a, b, c với kết quả đúng.

1193984 (SHIFT) (RCL) (STO) (←) (A)
157993 (SHIFT) (RCL) (STO) (←) (B)
38743 (SHIFT) (RCL) (STO) (←) (C)

Bài giải tiếp theo

(ALPHA) (L) (LCM) A (SHIFT) () () B () (SHIFT) (RCL) (STO) (sin) (D)
 () (ALPHA) (C) (ALPHA) (D) () (ALPHA) (X) (GCD) (ALPHA) (C) (SHIFT) () ()
 () (ALPHA) (D) () $2.365294244 \times 10^{11}$

Số dưới dạng lũy thừa chỉ là hiển thị của số trong bộ nhớ (Ans). Ta truy xuất số này như sau:

- (Ans) () 2 (x10^x) 11 () $3.652942438 \times 10^{10}$
- (Ans) () 3 (x10^x) 10 () 6529424384

Vậy số cần truy xuất là 236529424384.

Do đó: BCNN(1193984; 57993; 38743) = 236529424384

BÀI TẬP

Bài 1 (Đề thi Giải toán trên máy tính, Trung học Cơ sở, Sở Giáo dục và Đào tạo Hòa Bình, 2005-2006) Tìm UCLN và BCNN của hai số

$$a = 457410, b = 831615$$

Bài 2 (Đề thi Giải toán trên máy tính, Trung học Cơ sở, Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, 2004-2005) Tìm UCLN và BCNN của hai số

1. $a = 9148, b = 16632$;
2. $a = 75125232, b = 175429800$.

Bài 3 (Thi giải toán trên máy tính, Tạp chí Toán Tuổi thơ 2, số 25 và 27, tháng 3 và tháng 5, 2005) Tìm UCLN và BCNN của hai số $a = 3022005, b = 7503021930$.

Bài 4 (Thi giải toán trên máy tính, Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ, tháng 11, 2004 và tháng 1, 2005) Tìm UCLN và BCNN của hai số $a = 1234566$, $b = 9876546$.

Bài 5 Tìm một số có ba chữ số là bội của 72 và ba chữ số đó sắp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn thì tỉ lệ với 1, 2, 3.

Bài giải

Lập bảng: **MODE** **7**

$$f(x) = 72x$$

Start **2** **=**

End **13** **=**

Bài giải (tiếp theo)

Step **1** **=**

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f(x)	144	216	288	360	432	504	576	648	720
x	11	12	13						
f(x)	792	864	936						

Nhìn vào bảng ta thấy số cần tìm là: **936**.

1.7 Phân tích một số ra thừa số nguyên tố

Số nguyên tố là số tự nhiên chỉ chia hết cho 1 và chính nó. Ngoài ra nó không chia hết cho bất cứ số nào khác. Số 0 và 1 không được coi là số nguyên tố.

Số 2 là số nguyên tố nhỏ nhất, và 2 cũng là số nguyên tố chẵn duy nhất.

Trong toán học, một cặp số nguyên tố sexy là một cặp hai số nguyên tố có hiệu bằng sáu; so với các cặp số nguyên tố song sinh, là các cặp số nguyên tố có hiệu bằng 2, và cặp số nguyên tố họ hàng, là cặp số nguyên tố có hiệu bằng 4. Tên “số nguyên tố sexy” xuất phát từ tiếng Latin “sex” là từ chỉ số sáu (6).

Các số nguyên tố sexy nhỏ hơn 500 là:

(5,11), (7,13), (11,17), (13,19), (17,23), (23,29), (31,37), (37,43), (41,47), (47,53), (53,59), (61,67), (67,73), (73,79), (83,89), (97,103), (101,107), (103,109), (107,113), (131,137), (151,157), (157,163), (167,173), (173,179), (191,197), (193,199), (223,229), (227,233), (233,239), (251,257), (263,269), (271,277), (277,283), (307,313), (311,317), (331,337), (347,353), (353,359), (367,373), (373,379), (383,389), (433,439), (443,449), (457,463), (461,467)

Các số nguyên tố song sinh

(3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19), (29, 31), (41, 43), (59, 61), (71, 73), (101, 103), (107, 109), (137, 139), (149, 151), (179, 181), (191, 193), (197, 199), (227, 229), (239, 241), (269, 271), (281, 283), (311, 313), (347, 349), (419, 421), (431, 433), (461, 463), (521, 523), (569, 571), (599, 601), (617, 619), (641, 643), (659, 661), (809, 811), (821, 823), (827, 829), (857, 859), (881, 883), (1019, 1021), (1031, 1033), (1049, 1051), (1061, 1063), (1091, 1093), (1151, 1153), (1229, 1231), (1277, 1279), (1289, 1291), (1301, 1303), (1319, 1321), (1427, 1429), (1451, 1453), (1481, 1483), (1487, 1489), (1607, 1609), (1619, 1621), (1667, 1669), (1697, 1699), (1721, 1723), (1787, 1789), (1871, 1873), (1877, 1879), (1931, 1933), (1949, 1951), (1997, 1999), (2027, 2029),

(2081, 2083), (2087, 2089), (2111, 2113), (2129, 2131), (2141, 2143), (2237, 2239), (2267, 2269), (2309, 2311), (2339, 2341), (2381, 2383)

Trong quá trình phân tích một số thành thừa số nguyên tố ta sẽ sử dụng định lý dưới đây:

Định lý

Nếu N là hợp số thì nó có thừa số nguyên tố p thỏa điều kiện:

$$p \leq \sqrt{N}$$

Ví dụ 1: Phân tích số 29601 ra thừa số nguyên tố.

Bài giải

$$29601 \quad \boxed{=}\quad \boxed{\text{SHIFT}}\quad \boxed{\text{FACT}} \quad 3^2 \times 11 \times 13 \times 23$$

Ví dụ 2: Phân tích số 8824575375 ra thừa số nguyên tố.

Bài giải

$$8824575375 \quad \boxed{=}\quad \boxed{\text{SHIFT}}\quad \boxed{\text{FACT}} \quad 3^5 \times 5^3 \times 7^4 \times 11^2$$

Ví dụ 3: Phân tích số 7396812423 ra thừa số nguyên tố.

Bài giải

7396812423    (FACT) $3^2 \times 7 \times 11 \times 13 \times 19 \times 79 \times 547$

Nhận xét: Với khả năng tính toán nhanh, CASIO 570VN Plus có thể phân tích một số khá lớn dưới 10 chữ số ra các thừa số nguyên tố có ba chữ số. Tuy nhiên, cho đến hiện tại CASIO 570VN Plus cũng còn có hạn chế là nó chưa thể phân tích các số có chứa các số nguyên tố lớn hơn 4 chữ số ra thừa số nguyên tố.

Ví dụ 4: (Thi học sinh giỏi Giải toán trên máy tính, Tỉnh Thừa Thiên-Huế, Trung học cơ sở, 2006-2007)
Phân tích số 9405342019 thành thừa số nguyên tố.

Bài giải

9405342019    (FACT) $19^3 \times (1371241)$

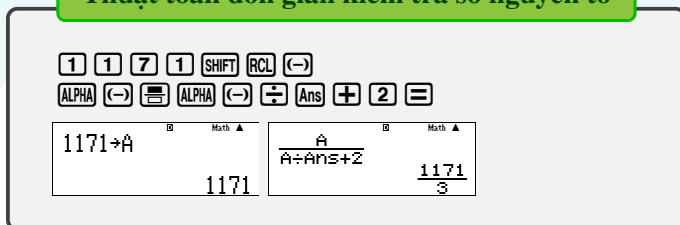
Khi CASIO 570VN Plus xuất ra kết quả dưới dạng một số nằm trong dấu ngoặc đơn, ý muốn nói rằng cho đến hiện tại, máy chưa phân tích số đó thành các thừa số nguyên tố được vì các thừa số nguyên tố (nếu phân tích được) có từ 4 chữ số trở lên.

Do đó ta sẽ phân tích số này thành thừa số nguyên tố một cách thủ công như sau:

- Khai căn số 1371241 ta được 1171. Vậy $1371241 = 1171^2$
- Tiếp tục khai căn số 1171 ta được: $\sqrt{1171} = 34.21987726$
Theo Định lý trên, nếu 1171 không phải là số nguyên tố thì nó sẽ có ước nguyên tố $p \leq 34$

- Ta chứng minh số 1171 không có ước nguyên tố nào nhỏ hơn hay bằng 31 (các số 32, 33, 34 không là số nguyên tố). Xét thuật toán:

Thuật toán đơn giản kiểm tra số nguyên tố



bấm liên tiếp dấu “bằng ” $\boxed{=}$ cho đến khi mẫu số bằng 31 ta thấy dư của phép chia luôn khác 0. Vậy số 1171 là số nguyên tố.

Tóm lại: $9405342019 = 19^3 \times 1171^2$

BÀI TẬP

Bài 1 (Đề thi Giải toán trên máy tính, Trung học Cơ sở, Sở Giáo dục và Đào tạo Sóc Trăng, 2003-2004)

Phân tích các số 20387 và 139231 ra thừa số nguyên tố.

Bài 2 (Thi học sinh giỏi Giải toán trên máy tính, Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, Trung học cơ sở, 2005-2006)

Phân tích các số 252633033 và 8863701824 ra thừa số nguyên tố.

Bài 3 (*Đề thi Giải toán trên máy tính, Trung học Cơ sở, Sở Giáo dục và Đào tạo Hòa Bình, 2007-2008*)

Phân tích các số 8563513664 và 244290303 ra thừa số nguyên tố.

Bài 4 Tìm số nguyên tố nhỏ nhất lớn hơn 1.000.000.

CHƯƠNG 2

CÁC TÍNH NĂNG MỚI TRONG CHƯƠNG TRÌNH LỚP 7

2.1 Số thập phân vô hạn tuần hoàn

Để chuyển một số thập phân vô hạn tuần hoàn thành phân số ta thực hiện như sau:

- Nhập phần phía trước phần tuần hoàn.
- Bấm phím $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\sqrt{\square}}$
- con trỏ sẽ vào dấu $(\overline{})$
- nhập phần tuần hoàn vào đó rồi nhấn dấu $\boxed{=}$

Ví dụ 1. Chuyển các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau đây sang phân số

$$0,1(6) \quad 0.1 \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\sqrt{\square}} \boxed{6} \boxed{=}$$

$$0,(45) \quad 0. \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\sqrt{\square}} \boxed{45} \boxed{=}$$

$$0,(4) \quad 0. \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\sqrt{\square}} \boxed{4} \boxed{=}$$

$$0,3(8) \quad 0.3 \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\sqrt{\square}} \boxed{8} \boxed{=}$$

$$\frac{1}{\frac{6}{5}} = \frac{11}{4} = \frac{9}{7} = \frac{18}{18}$$

Ví dụ 2. Hai số sau đây 0,(31) và 0,3(13) có bằng nhau không?

Trả lời: 0,(31) 0, $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\sqrt{\square}} \boxed{31} \boxed{=}$ $\frac{31}{99}$
 0,3(13) 0,3 $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\sqrt{\square}} \boxed{13} \boxed{=}$ $\frac{31}{99}$

Ví dụ 3. Tìm số lẻ thập phân thứ 15 của phép chia 17 cho 13.

Trả lời: 17 $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\div} \boxed{13} \boxed{=}$ 1.(307696)
 Phần tuần hoàn có chu kỳ 6, lấy 15 $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\div} \boxed{6}$ có dư R = 3. Vậy lẻ thập phân thứ 15 của phép chia 17 cho 13 là 7 (thứ ba từ trái sang).

Ví dụ 4. Thi HS giải toán trên MTCT TP HCM, năm 2007.

Tìm số lẻ thập phân thứ 2007 của phép chia 2007 cho 2008.

Trả lời: 2007 $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\div} \boxed{2008} \boxed{=}$
 0.999(5019920318725099601593625498007968127490039
 8406374)

Phần tuần hoàn có chu kỳ 50, lấy 2004 $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\div} \boxed{50}$ có dư R = 4.
 Vậy số lẻ thập phân thứ 2007 của phép chia 2007 cho 2008 là 9 (thứ tư phần tuần hoàn từ trái sang).

Ví dụ 5. Chọn đội tuyển THCS MTCT TP HCM, năm 2013.

Tìm số lẻ thập phân thứ 2013 của phép cộng 2.(085) + 1.2(915).

Trả lời: Nếu ta nhập
 2. $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\div} \boxed{085} \boxed{+} \boxed{2.12} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\div} \boxed{915} \boxed{=}$

Rất tiếc ta không ra được số thập phân vô hạn tuần hoàn (*chưa rõ lý do*) mà là **3.376676677**. Tuy rằng ta có thể dự đoán **3.3(766)** nhưng vẫn chưa chắc chắn.

Chúng tôi đề nghị cách khắc phục như sau:

- ① 2. $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{MC}} \boxed{085} \boxed{=}$ $\frac{2083}{999}$
 $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(\text{STO})} \boxed{(\rightarrow)} \boxed{(\text{A})} .$
- ② 1.2 $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\sqrt{\square}} \boxed{915} \boxed{=}$ $\frac{4301}{3330}$
 $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(\text{STO})} \boxed{\rightarrow} \boxed{(\text{B})} .$
- ③ $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{MC}} \boxed{(\text{LCM})} \boxed{999} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{M} \rightarrow \text{M}} \boxed{3330} \boxed{=}$ 9990
 $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(\text{STO})} \boxed{(\tan)} \boxed{(\text{F})}$
- ④ $\text{AF} + \text{BF}$ $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{MC}} \boxed{\text{F}} \boxed{=}$ 3, R=3763
- ⑤ $3763 \boxed{\text{MC}} \boxed{\text{F}} \boxed{=}$ $\boxed{\text{S} \rightarrow \text{D}}$ 0.3(766)

Vậy $2.(085) + 1.2(915) = 3.3(766)$

Phần tuần hoàn có chu kỳ 3, lấy 2012 $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{MC}} \boxed{3}$ có dư R = 2. Vậy số lẻ thập phân thứ 2013 của phép cộng là 6 (thứ hai phần tuần hoàn từ trái sang).

2.2 Số vô tỉ - Khái niệm về căn bậc hai

Ví dụ 1: Thu gọn các biểu thức sau đây:

$$\textcircled{1} A = \sqrt{6 - 2\sqrt{\sqrt{2} + \sqrt{12} + \sqrt{18 + 8\sqrt{2}}}}$$

$$\textcircled{2} A = \left(\sqrt{11 + 2\sqrt{30}} - \sqrt{8 - 4\sqrt{3}} \right) (\sqrt{5} - \sqrt{2})$$

$$\textcircled{3} \text{Thi HSG giải toán trên MTCT cấp Bộ năm 2010-2011.}$$

$$B = \sqrt{2 + 3 \sqrt[3]{4 + 5 \sqrt[5]{6 + 7 \sqrt[7]{8 + 9 \sqrt[9]{10 + 11 \sqrt[11]{12}}}}}}$$

Thực hành

$$10 + 11 \times \sqrt[11]{12} \quad 10 \quad + \quad 11 \quad \times \quad \boxed{x^y} \quad 11 \quad \rightarrow \quad 12 \quad =$$

$$8 + 9 \times \sqrt[9]{\text{Ans}} \quad 8 \quad + \quad 9 \quad \times \quad \boxed{\text{Ans}} \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Ans}} \quad =$$

$$6 + 7 \times \sqrt[7]{\text{Ans}} \quad 6 \quad + \quad 7 \quad \times \quad \boxed{\text{Ans}} \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Ans}} \quad =$$

$$4 + 5 \times \sqrt[5]{\text{Ans}} \quad 4 \quad + \quad 5 \quad \times \quad \boxed{\text{Ans}} \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Ans}} \quad =$$

$$2 + 3 \times \sqrt[3]{\text{Ans}} \quad 2 \quad + \quad 3 \quad \times \quad \boxed{\text{Ans}} \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Ans}} \quad =$$

$$\sqrt{\text{Ans}} \quad \rightarrow \quad \boxed{\sqrt{\text{Ans}}} \quad =$$

Vậy: **B=3.002658374**

Ví dụ 2: Tìm x biết rằng:

$$\textcircled{1} \quad \frac{x^2}{3969} = \sqrt{125 - 10^2}$$

$$x = \pm \boxed{\sqrt{\text{Ans}}} \quad 3969 \quad \sqrt{\text{Ans}} \quad 125 \quad - \quad 10 \quad \boxed{x^2} \quad = \quad \pm 63\sqrt{5}$$

$$\textcircled{2} \quad (x^2 - 1) \times 49 = 312$$

$$x = \pm \boxed{\sqrt{\text{Ans}}} \quad \frac{312}{49} + 1 \quad = \quad \pm \frac{19}{7}$$

③ $\sqrt{3x^2 + 2} = \sqrt{29}$

2.3 Đại lượng tỉ lệ thuận, đại lượng tỉ lệ nghịch

Bấm **MODE** **▲** **2**

Tùy theo phép toán là tỉ lệ thuận hay tỉ lệ nghịch ta chọn tiếp **1** hay **2**. Sau đó ta nhập số a **=** số b **=** số d (hoặc số c) **=**.

Ví dụ 1: Cho biết x và y tỉ lệ thuận. Hãy điền số thích hợp vào bảng sau đây:

x	4	5	6	6.3
y	12			

Tỉ lệ thuận ta chọn “trên dưới”, x nằm dưới mẫu ta chọn **MODE** **▲** **2** **2**.

MODE **▲** **2** **2** 4 **=** 12 **=** 5 **=** **=** 15
= **▶** **▶** 6 **=** **=** 18
= **▶** **▶** 6.3 **=** **=** $\frac{189}{10}$

Vậy:

x	4	5	6	6.3
y	12	15	18	18.9

Ví dụ 2: Cho biết x và y tỉ lệ thuận. Hãy điền số thích hợp vào bảng sau đây:

x	3	-4	5	7		
y				-28	40	49.2

Tỉ lệ thuận ta chọn “trên dưới”, bên trái x nằm dưới mẫu ta chọn

MODE $\blacktriangle$ **2** **2** , bên phải x nằm trên tử ta chọn **MODE** $\blacktriangle$ **2** **1**

MODE $\blacktriangle$ **2** **2** **7** $\equiv$ -28 $\equiv$ 5 $\equiv$ $\equiv$ -20

$\equiv$ $\blacktriangleright$ $\blacktriangleright$ -4 $\equiv$ $\equiv$ 16

$\equiv$ $\blacktriangleright$ $\blacktriangleright$ 3 $\equiv$ $\equiv$ -12

MODE $\blacktriangle$ **2** **1** **7** $\equiv$ -28 $\equiv$ 40 $\equiv$ $\equiv$ -10

$\blacktriangleright$ $\blacktriangleright$ 49.2 $\equiv$ $\equiv$ -12.3

Vậy:

x	3	-4	5	7	-10	-12.3
y	-12	16	-20	-28	40	49.2

Ví dụ 3: Tìm x, y, z biết rằng $\frac{4}{x} = \frac{7}{y} = \frac{12}{z}$ và $2x + 3y + 4z = 1925$

Ta có: $\frac{4}{x} = \frac{7}{y} = \frac{12}{z} = \frac{8+21+48}{1925} = \frac{1}{25}$

Tỉ lệ thuận ta chọn “trên dưới”, x, y, z nằm dưới mẫu ta chọn **MODE**

$\blacktriangle$ **2** **2** .

Tỉ lệ thuận: “trên dưới”

MODE $\blacktriangle$ **2** **2** **1** $\equiv$ 25 $\equiv$ 4 $\equiv$ $\equiv$ 100

175

$\equiv$ $\blacktriangleright$ $\blacktriangleright$ 7 $\equiv$ $\equiv$

$\equiv$ $\blacktriangleright$ $\blacktriangleright$ 12 $\equiv$ $\equiv$ 300

Đáp số: $x = 100$; $y = 175$; $z = 300$

Ví dụ 4: Cho biết x, y tỉ lệ nghịch, hãy điền số thích hợp vào bảng:

x	-12	-7	-4	5			
y				630	450	350	150

Tỉ lệ nghịch ta chọn “*ngang ngược*” và dựa vào sơ đồ sau đây để biết x nằm trên tử hay ở dưới mẫu.



Giả sử ta bắt đầu từ số 630, bên phải x đều nằm trên tử ta chọn **MODE** **▲** **2** **1**.

bên phải x đều nằm trên tử

MODE **▲** **2** **1** 630 **=** 450 **=** 5 **=** 7
= **▶** 350 **=** **▶** **=** 9
= **▶** 150 **=** **▶** **=** 21

Giả sử ta lại bắt đầu từ số 630, bên trái x đều nằm dưới mẫu ta chọn **MODE** **▲** **2** **2**.

bên trái x đều nằm dưới mẫu

MODE **▲** **2** **2** -4 **=** 5 **=** 630 **=** **=** -787.5
= -7 **=** **▶** **▶** **=** -450
= -12 **=** **▶** **▶** **=** -262.5

Vậy:

x	-12	-7	-4	5	7	9	21
y	-262.5	-450	-787.5	630	450	350	150

2.4 Vấn đề làm tròn số

SHIFT **MODE** **6**

Khi được hỏi **Fix 0 ~ 9 ?** muốn làm tròn đến 4 số lẻ ta nhập số 4.

Nhập một số muốn làm tròn nhấn dấu bằng sẽ lưu vào **Ans**

Bấm **SHIFT** **Rnd** **Ans** **=** sẽ làm tròn số đó với 4 số lẻ.

Ví dụ: 17 **=** 13 **=** 1.(307692)

SHIFT **Rnd** **Ans** **=** 1.3077

2.5 Thống kê

Trình tự sử dụng MODE Thống kê như sau:

- ① Nhấn **MODE** **1** để xóa số liệu thống kê cũ.
- ② Cài đặt chế độ số liệu có tần số: **SHIFT** **MODE** **▲** **4** **1**
- ③ Chuyển sang MODE thống kê: **MODE** **3** **1**
- ④ Nhập số liệu xong nhấn **AC** , lưu ý sau mỗi lần **viết** số liệu xong ta nhấn **=** để **nhập** liệu.
- ⑤ Để tính tổng, tổng bình phương ta nhấn **SHIFT** **1** **3** **2** (TỔNG), **SHIFT** **1** **3** **1** (TỔNG BÌNH PHƯƠNG) rồi nhấn **=** .
- ⑥ Để tính TRUNG BÌNH ta nhấn **SHIFT** **1** **4** **2** **=** .
- ⑦ Để tính TẦN SỐ ta nhấn **SHIFT** **1** **4** **1** **=** .
- ⑧ Muốn xem ĐỘ LỆCH TIÊU CHUẨN ta nhấn **SHIFT** **1** **4** **4** **=**

- ⑨ Muốn xem PHƯƠNG SAI ta nhấn SHIFT 1 4 3 = x^2 =

Ví dụ 1: Một xạ thủ thi bắn súng. Kết quả số lần bắn và điểm số được ghi như sau:

Điểm	4	5	6	7	8	9
Lần bắn	8	14	3	12	9	13

Tính:

- Tổng số lần bắn.
- Tổng số điểm
- Số điểm trung bình cho mỗi lần bắn.

MODE 1 (xóa số liệu thống kê cũ)
 SHIFT MODE 4 1 (bật chế độ thống kê có tần số)
 MODE 3 1 (vào MODE thống kê)
 4 = 5 = 6 = 7 = 8 = 9 = (Nhập số liệu)
 ▶ ▲ ▲ ▲ ▲ ▲
 8 = 14 = 3 = 12 = 9 = 13 = AC (Nhập tần số tương ứng)

- Tổng số lần bắn n : SHIFT 1 4 1 = 59
- Tổng số điểm (sum): SHIFT 1 3 2 = 393
- Số điểm trung bình cho mỗi lần bắn $\bar{x}$: SHIFT 1 4 2 = 6.66.

Ví dụ 2: Sản lượng lúa (đơn vị tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng tần số sau đây:

Sản lượng (x)	20	21	22	23	24
Tần số (n)	5	8	11	10	6

Tính sản lượng trung bình của 40 thửa ruộng.

MODE **1** (xóa số liệu thống kê cũ)
SHIFT **MODE** **▼** **4** **1** (bật chế độ thống kê có tần số)
MODE **3** **1** (vào MODE thống kê)
20 **≡** **21** **≡** **22** **≡** **23** **≡** **24** **≡** (Nhập số liệu)
▶ **▲** **▲** **▲** **▲**
5 **≡** **8** **≡** **11** **≡** **10** **≡** **6** **≡** **AC** (Nhập tần số tương ứng)

Sản lượng trung bình của 40 thửa ruộng: $\bar{x}$: **SHIFT** **1** **4** **2** **≡** 22.1 (tạ).

2.6 Tính giá trị của một biểu thức một hoặc nhiều biến

- ① Nếu $f(x)$ là biểu thức theo một biến x , ta nhập biểu thức với biến x nhấn **ALPHA** **X** và kết thúc bằng cách nhấn **≡**. Muốn tìm giá trị của biểu thức, ta nhấn **CALC**, nhập giá trị của x và nhấn dấu **≡**.
- ② Nếu $f(x, y)$ là biểu thức theo hai biến x, y , ta nhập biểu thức (biến y nhấn **ALPHA** **Y**) và kết thúc bằng cách nhấn **≡**. Muốn tìm giá trị của biểu thức, ta nhấn **CALC**, nhập giá trị của x , sau đó nhập giá trị của y và nhấn dấu **≡**.

- ③ Nếu $f(x, y, z)$ là biểu thức theo ba biến x, y, z , ta thực hiện như trên nhưng thay z bằng $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{C}}$.

Lưu ý:

- Nếu $f(a) = 0$ thì a là nghiệm của phương trình $f(x) = 0$
- Dư của phép chia $f(x)$ cho nhị thức $ax + b$ ($a \neq 0$) là $f\left(-\frac{b}{a}\right)$.

Ví dụ:

- Số -3 có phải là nghiệm của phương trình sau đây hay không?

Trả lời

$$f(x) = 3x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 8x - 465 = 0$$

$\boxed{3} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{X}} \boxed{x^4} \boxed{4} \boxed{-} \boxed{5} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{X}} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{x^3} \boxed{+} \boxed{7} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{X}} \boxed{x^2} \boxed{-} \boxed{8} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{X}} \boxed{-} \boxed{4} \boxed{6} \boxed{5} \boxed{\text{CALC}} \boxed{(-)} \boxed{3} \boxed{=}$

Vậy -3 là nghiệm của phương trình.

- Tính giá trị của biểu thức $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + x - 5$ tại $x = -1; x = 5$

Thực hiện như trên bằng cách nhập biểu thức:

$$2x^3 - 4x^2 + x - 5$$

$\boxed{\text{CALC}} \boxed{(-)} \boxed{1} \boxed{=}$ -12

bấm tiếp $\boxed{\text{CALC}} \boxed{5} \boxed{=}$ 150

- Tính giá trị của B :

$$B = 3xy^2 + 2x^2y^3 \text{ tại } x = \frac{1}{2}; y = -4$$

3 ALPHA X ALPHA Y x² + 2 ALPHA X x² ALPHA
Y SHIFT x² CALC 1 $\frac{\square}{\square}$ 2 = (-) 4 =

8

- Tính giá trị của C

Tương tự như trên nhưng riêng biến z ta thay bằng $\square$ ta có:
C = 2

$$C = 4xyz + xy^2z^3 - 2xz \text{ tại } x = \frac{1}{2}; y = -2; z = 3$$

4 ALPHA X ALPHA Y ALPHA hyp + ALPHA X ALPHA Y x²
ALPHA hyp SHIFT x² - 2 X ALPHA hyp CALC 1 $\frac{\square}{\square}$ 2
= (-) 2 = 3 =

8

CHƯƠNG 3

CÁC TÍNH NĂNG MỚI TRONG CHƯƠNG TRÌNH LỚP 8

3.1 Tính giá trị của đa thức

Ví dụ 1: Tính giá trị của đa thức:

$$Q = \frac{1}{2}x^3y \left(3xy^2 - \frac{3}{4}x^3y + y^3 \right)$$

tại $x = -2; y = \frac{1}{2}$.

Bấm phím tương tự như chương trình lớp 7, ta có: $Q = -\frac{13}{4}$

Ví dụ 2: Cho đa thức $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, biết $P(1) = 1, P(2) = 4, P(3) = 9, P(4) = 16, P(5) = 25$

1. Tính $P(6), P(7)$
2. Viết lại $P(x)$ với các hệ số là các số nguyên.

Theo giả thiết ta có:

$$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5) + x^2$$

Do đó ta nhập vào màn hình biểu thức:

$$(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5) + x^2$$

$$\boxed{\text{CALC}} \boxed{6} \boxed{=}$$

$$\boxed{\text{CALC}} \boxed{7} \boxed{=}$$

$$P(x) = x^5 - 15x^4 + 85x^3 - 224x^2 + 274x - 120$$

3.2 Phép chia đa thức

Ví dụ 1: Tìm số dư của phép chia $3x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 2x - 7$ cho $x - 5$.

Như chương trình lớp 7 ta tìm giá trị của biểu thức $3x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 2x - 7$ khi $x = 5$ và kết quả là 2403

$$3x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 2x - 7 \text{ khi } x = 5$$

$$\boxed{3} \boxed{\times} \boxed{x^4} \boxed{4} \boxed{+} \boxed{5} \boxed{\times} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{x^3} \boxed{-} \boxed{4} \boxed{\times} \boxed{x^2} \boxed{+} \boxed{2} \boxed{\times} \boxed{-}$$

$$\boxed{7} \boxed{\text{CALC}} \boxed{5} \boxed{=}$$

Ví dụ 2: Tìm số dư của phép chia $x^5 - 7x^3 + 3x^2 + 5x - 4$ cho $x + 3$.

Ta tìm giá trị của biểu thức $x^5 - 7x^3 + 3x^2 + 5x - 4$ khi $x = -3$ và kết quả là -46

$$x^5 - 7x^3 + 3x^2 + 5x - 4 \text{ khi } x = -3$$

$$\boxed{\times} \boxed{x^5} \boxed{5} \boxed{-} \boxed{7} \boxed{\times} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{x^3} \boxed{+} \boxed{3} \boxed{\times} \boxed{x^2} \boxed{+} \boxed{5} \boxed{\times} \boxed{-} \boxed{4}$$

$$\boxed{\text{CALC}} \boxed{(-)} \boxed{3} \boxed{=}$$

Ví dụ 3: Tìm số dư của phép chia $3x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 2x - 7$ cho $4x - 5$.

$$P(x) = 3x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 8x - 465$$

3.3 Liên phân số

$$A = 3 + \frac{5}{2 + \frac{4}{2 + \frac{5}{2 + \frac{4}{2 + \frac{5}{3}}}}}$$

$2 + 5 = 3 = x^1 = \times 4 =$
 $+ = x^1 = \times =$
 $+ 2 = x^1 = \times =$
 $+ 2 x^1 = \times = + =$

$$B = \frac{329}{1051} = \frac{1}{3 + \frac{1}{5 + \frac{1}{a + \frac{1}{b}}}}$$

$$\begin{aligned} & \boxed{3} \boxed{2} \boxed{9} \boxed{\div} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{5} \boxed{1} \boxed{=} \boxed{x^2} \boxed{=} \boxed{S\text{D}} \boxed{-} \boxed{3} \boxed{=} \\ & \boxed{x^2} \boxed{=} \boxed{S\text{D}} \boxed{-} \boxed{5} \boxed{=} \\ & \boxed{x^2} \boxed{=} \boxed{S\text{D}} \boxed{-} \boxed{7} \boxed{=} \quad \frac{1}{9} \end{aligned}$$

Vậy $a = 7$; $b = 9$.

Ví dụ 3: Biểu diễn M ra phân số:

$$M = \frac{1}{5 + \frac{1}{4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}}} + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}}}$$

Tương tự như Ví dụ 1, liên phân số thứ nhất lưu vào **A** , liên phân số thứ hai lưu vào **B** , sau đó lấy **A** $\oplus$ **B** .

3.4 Phương trình bậc nhất một ẩn

Ví dụ 1: Giải phương trình bậc nhất một ẩn sau đây:

$$x \left(1\frac{5}{3} - \frac{7}{2} \right) + \frac{7}{5} \left(x - \frac{11}{9} \right) = 3\frac{7}{8} - \frac{5}{11}$$

Nhập biểu thức $1\frac{5}{3} - \frac{7}{2}$ $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(\text{STO})} \boxed{(-)} \boxed{\text{A}}$ lưu vào **A**

nhập $\frac{7}{5}$ $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(\text{STO})} \boxed{(\text{B})}$ lưu vào **B**

nhập biểu thức: $3\frac{7}{8} - \frac{5}{11} + \frac{7}{5} \times \frac{11}{9}$ $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(\text{STO})} \boxed{(\text{hyp})} \boxed{\text{C}}$ lưu vào **C**

x sẽ bằng $\boxed{\text{C}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{A}} \boxed{+} \boxed{\text{B}} \boxed{=}$ $\frac{20321}{2244}$

Ví dụ 2: Giải phương trình bậc nhất một ẩn sau đây:

$$\frac{2+\sqrt{3}}{3-\sqrt{5}}x - \frac{1-\sqrt{6}}{3+\sqrt{2}}\left(x - \frac{3-\sqrt{7}}{4-\sqrt{3}}\right) = \frac{15-\sqrt{11}}{2\sqrt{3}-5}$$

Thực hiện tương tự như ví dụ 1, ta có $x = -1.4492$

$$\begin{aligned} & \frac{2+\sqrt{3}}{3-\sqrt{5}} - \frac{1-\sqrt{6}}{3+\sqrt{2}} \text{ [SHIFT] [RCL] (STO) [(-)] (A)} \\ & - \frac{1-\sqrt{6}}{3+\sqrt{2}} \times \frac{3-\sqrt{7}}{4-\sqrt{3}} + \frac{15-\sqrt{11}}{2\sqrt{3}-5} \text{ [SHIFT] [RCL] (STO) [MATH] (B)} \\ & \text{B [MATH] A [MATH]} \end{aligned}$$

Ví dụ 3: Giải phương trình:

$$4 + \frac{x}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}} = \frac{x}{4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}} \text{ [SHIFT] [RCL] (STO) [(-)] (A)} \\ & \frac{1}{4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}}$$

$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} (\text{STO}) \boxed{\text{B}}$

$\boxed{4} \boxed{\text{=}} \boxed{\text{A}} \boxed{-} \boxed{\text{B}} \boxed{=}$

$$-\frac{12556}{1459}$$

CHƯƠNG 4

CÁC TÍNH NĂNG MỚI TRONG CHƯƠNG TRÌNH LỚP 9

4.1 Tính giá trị của biểu thức chứa căn

Ví dụ 1:

① $A = 3\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \sqrt[5]{(6x+1)^2 \times (x^2+9)^3}$ tại $x = 4$

Calculator interface showing the calculation of A at $x = 4$. The display shows -15 .

② $\sqrt[3]{(4x+1)(3x+5)^2} - (x^2 + 2x + 3)$ tại $x = 3$

Calculator interface showing the calculation of the expression at $x = 3$. The display shows -4.341600611 .

③ $B = \frac{x^3 + 10}{2x + 3} - \frac{4x + 1}{x^3 + 11}$ tại $x = 3$



4.2 Hàm số

Ví dụ 1: Điền các giá trị của hàm số $y = -3x + 2$ vào bảng sau đây: Dùng **CALC**

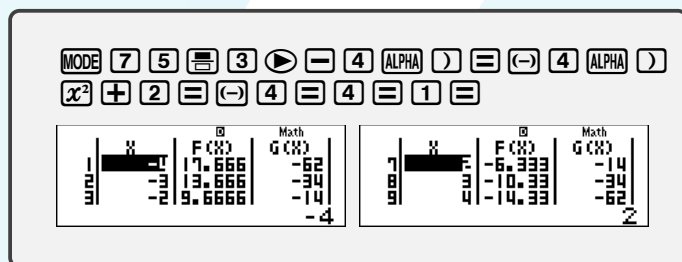
x	-5.3	-4	$-\frac{4}{3}$	2.17	$4\frac{3}{7}$	$5\sqrt{7}$
y						

Kết quả:

x	-5.3	-4	$-\frac{4}{3}$	2.17	$4\frac{3}{7}$	$5\sqrt{7}$
y	$\frac{179}{10}$	14	6	$-\frac{451}{100}$	$-\frac{79}{7}$	$2 - 3\sqrt{7}$

Ví dụ 2: Thực hiện trên máy tính để điền các giá trị của các hàm số $y = f(x) = \frac{5}{3} - 4x$ và $y = g(x) = -4x^2 + 2$ vào bảng sau đây: Dùng **MODE** **7**

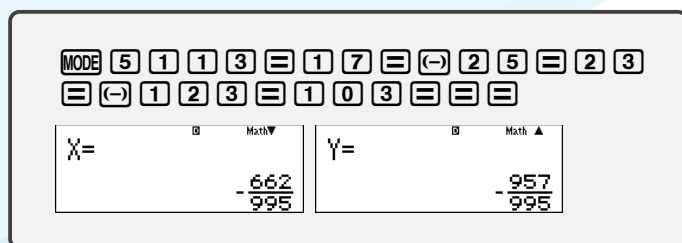
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$									
$g(x)$									



4.3 Hệ phương trình

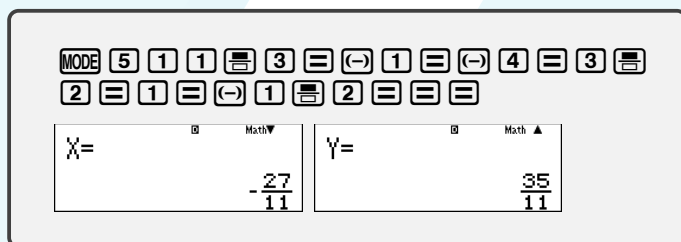
Ví dụ 1: Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn:

$$\begin{cases} 13x + 17y + 25 = 0 \\ 23x - 123y - 103 = 0 \end{cases}$$



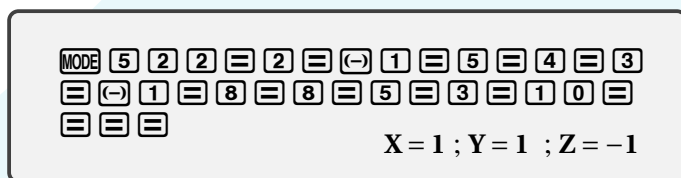
Ví dụ 2: Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x + 4 \\ y = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \end{cases}$$



Ví dụ 3: Giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn:

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 5 \\ 4x + 3y - z = 8 \\ 8x + 5y + 3z = 10 \end{cases}$$



Ví dụ 4: Giải hệ phương trình bậc nhất bốn ẩn:

$$\begin{cases} x - y - z + t = 35 \\ 2x - y + 3z + 5t = -70 \\ x + 2y + 3z - 4t = 0 \\ x - y - 4z + t = 14. \end{cases}$$

Khử $t = -x + y + z + 35$ giữa các phương trình của hệ, ta có:

$$\begin{cases} 2x - y + 3z + 5(-x + y + z + 35) = -70 \\ x + 2y + 3z - 4(-x + y + z + 35) = 0 \\ x - y - 4z + (-x + y + z + 35) = 14. \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3x + 4y + 8z = -245 \\ 5x - 2y - z = 140 \\ -3z = -21. \end{cases}$$

MODE 5 2 (←) 3 = 4 = 8 = (←) 2 4 5 =
 5 = (←) 2 = (←) 1 = 1 4 0 = 0 = 0 =
 (←) 3 =

= X= Math ▴
-1 SHIFT RCL (STO) (←) (A)

= Y= Math ▴
-76 SHIFT RCL (STO) (←) (B)

= Z= Math ▴
7 SHIFT RCL (STO) (hyp) (C)

MODE 1 (←) ALPHA (←) (A) ALPHA (←) (B) + ALPHA (hyp) (C) + 3 5 =

Math ▴
 -A+B+C+35
-33

4.4 Hàm số bậc hai và phương trình bậc hai

Ví dụ 1: Cho hàm số bậc hai

$$y = -1,32x^2 + \frac{3,1 - 2\sqrt{5}}{\sqrt{6,4} - 7,2}x - 7,8 + 3\sqrt{2}$$

- ① Tính giá trị của hàm số khi $x = 2 + \sqrt{3}$
- ② Giải phương trình $y = 0$

- ③ Tìm giá trị lớn nhất của hàm số (làm tròn đến 5 số lẻ)

Ví dụ 2: Giải các phương trình sau đây:

① $3x^2 - 4x + 7 = 0$

② $x^2 + 5x + 3 = 0$

③ $(x - 4)^2 + (2x + 1)^2 = 25 - 5x$

Bài 3 bấm phím như sau:

MODE 5 3
1 + 4 = (-) 8 + 4 + 5 = 1 6 + 1
- 2 5 =

Ví dụ 3: Kỳ thi HS giải toán trên MTCT Huế, 2007.

Giải phương trình (lấy kết quả với các chữ số thập phân tính được trên máy):

$$\sqrt{2007 + 2008\sqrt{x^2 + x + 0,1}} = 20 + \sqrt{2008 - 2007\sqrt{x^2 + x + 0,1}}$$

Giải:

Đặt $t = \sqrt{x^2 + x + 0,1}$; $t \geq 0$. Phương trình được viết:

$$\sqrt{2007 + 2008t} = 20 + \sqrt{2008 - 2007t}$$

Ta nhận xét phương trình này có tối đa một nghiệm trong khoảng $\left(0; \frac{2008}{2007}\right)$. (HS đội tuyển sẽ hiểu ngay nhận xét này).

Ngoài ra $x^2 + x + 0,1 - t^2 = 0$ có $\frac{c}{a} = 0, 1 - t^2 < 0$ nên phương trình đã cho có tối đa hai nghiệm và hai nghiệm này trái dấu.

Nhập phương trình:

$$\sqrt{2007 + 2008\sqrt{x^2 + x + 0,1}} = 20 + \sqrt{2008 - 2007\sqrt{x^2 + x + 0,1}}$$

vào máy tính, bấm **SHIFT** **CALC** (**SOLVE**) khi được hỏi **X** ta nhập số 0 và nhấn dấu **=**, chờ một lát ta được nghiệm $x = 0.082722755$, sau đó bấm tiếp **SHIFT** **CALC** (**SOLVE**) khi được hỏi **X** ta nhập số -1 và nhấn dấu **=**, chờ một lát ta được nghiệm $x = -1.082722755$.

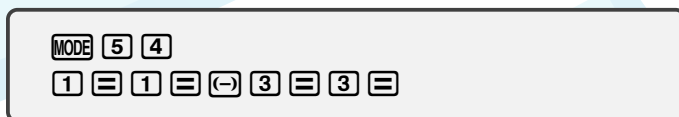
Kết luận phương trình đã cho có *đúng* hai nghiệm là:

$$x = 0.082722755 \vee x = -1.082722755$$

4.5 Phương trình bậc 3

Ví dụ: Giải các phương trình sau đây:

① $x^3 + x^2 - 3x + 3 = 0$

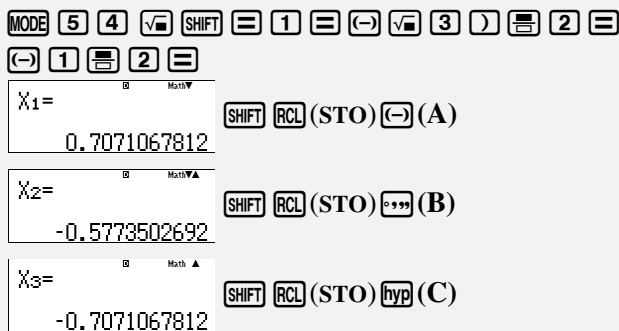


Ta nhận được một nghiệm thực là

$X_1 =$	-2.598674508
---------	----------------

② $\sqrt{3}x^3 + x^2 - \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2} = 0$

Bấm phím như sau:



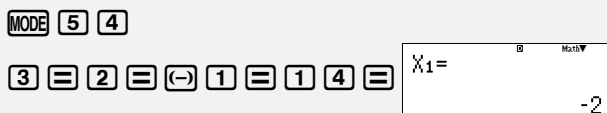
Nhận xét:

(A) **2** **=** **x²** **=** 2.

(B) **3** **=** **x³** **=** 3.

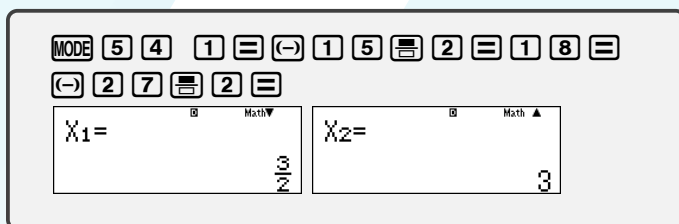
Vậy $x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $x_2 = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ và $x_3 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

③ $3x^3 + 2x^2 - x + 14 = 0$



Chú ý: x_2 và x_3 là nghiệm phức.

④ $x^3 - \frac{15}{2}x^2 + 18x - \frac{27}{2} = 0$



4.6 Lượng giác

Ở lớp 9 ta cho màn hình hiển thị MODE độ **SHIFT** **MODE** **3**.

Ví dụ 1: Tính

- ① $\sin 36^\circ$ **sin** **36** **=**
- ② $\tan 78^\circ$ **tan** **78** **=**
- ③ $\cot 62^\circ$ **tan** **62** **x⁻¹** **=**

Ví dụ 2: Tính

- ① $\cos 43^\circ 27' 43''$ **cos** **43** **°** **27** **'** **43** **"**
- ② $\sin 71^\circ 52' 14''$ **sin** **71** **°** **52** **'** **14** **"**
- ③ $\tan 69^\circ 0' 57''$ **tan** **69** **°** **0** **'** **57** **"**

Ví dụ 3: Tìm góc nhọn x đo bằng độ, phút, giây biết

- ① $\sin x = 0.5$ **SHIFT** **sin** **0.5** **=** **°**
- ② $\cos x = 0.3561$ **SHIFT** **cos** **0.3561** **=** **°**

$$\textcircled{3} \tan x = \frac{3}{4} \quad \text{[SHIFT] [tan] 3 [÷] 4 [=] [°]}$$

$$\textcircled{4} \cot x = \sqrt{5} \quad \text{[SHIFT] [tan] 1 [√] 5 [=] [°]}$$

Ví dụ 4: Tìm góc nhọn x biết

$$\textcircled{1} \sin x = \frac{\sqrt{5}-1}{4} \quad \text{[SHIFT] [sin] [√] 5 [-] 1 [÷] 4 [=] [°]}$$

$$\textcircled{2} \tan x = \sqrt{2}-1 \quad \text{[SHIFT] [tan] [√] 2 [-] 1 [=] [°]}$$

Ví dụ 5: Tính giá trị của biểu thức:

$$\textcircled{1} A = \sin^3 18^\circ + \sin^2 18^\circ \quad \text{[sin] 18 [x^2] [+ sin] 18 [x^2] [=]}$$

$$\textcircled{2} B = \frac{2 - 3\sqrt{3}\sin^3 90^\circ + \cot^3 30^\circ + \cos^2 45^\circ}{\tan^4 60^\circ + \sin^2 30^\circ \cos^3 60^\circ}$$

$$\textcircled{3} C = \frac{1}{3} \cot 55^\circ + \frac{\sin^2 40^\circ \cos^2 20^\circ}{\tan^3 108^\circ}$$

$$1 [÷] 3 [×] [tan] 55 [x^2] [+ [÷] [sin] 40 [x^2] cos] 20 [x^2] [÷] [tan] 108 [x^2] [SHIFT] [x^2] [=]$$

Hướng dẫn:

- Để gõ $\sin^3 18^\circ$ ta thực hiện như sau: [SHIFT] [MODE] 3 chuyển sang mode độ.

$$[sin] 18 [x^2] [SHIFT] [x^2]$$

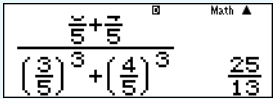
- Để gõ $\cot 55^\circ$ ta gõ như sau: [tan] 55 [x^2]

Ví dụ 6: Cho góc nhọn α sao cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}$$

Giải

Cách 1: Ta có: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{9}{25}$. Vậy $\cos \alpha = \frac{3}{5}$.
Do đó:

$$A = \frac{\frac{3}{5} + \frac{4}{5}}{\left(\frac{3}{5}\right)^3 + \left(\frac{4}{5}\right)^3} = \frac{25}{13}$$


Cách 2: Ta có: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{9}{25}$. Vậy $\cos \alpha = \frac{3}{5}$.

$$A = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{(\sin \alpha + \cos \alpha)(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha)}$$

$$\text{Vậy: } A = \frac{1}{1 - \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{1 - \frac{12}{25}} = \frac{25}{13}.$$

Nhận xét: Cách 1 là ưu thế sử dụng máy tính, cách 2 dành cho học sinh nắm vững hằng đẳng thức.

PHẦN II

CÁC BÀI TOÁN THI GIẢI TOÁN TRÊN MÁY TÍNH CẦM TAY

CHƯƠNG 5

CÁC CHỦ ĐỀ THƯỜNG GẶP TRONG KỲ THI HS GIẢI TOÁN TRÊN MÁY TÍNH.

5.1 Chủ đề giải hệ phương trình

Việc giải một hệ phương trình vừa là yêu cầu của một bài toán đại số nhưng đồng thời cũng vừa là một công cụ để giải các bài toán đại số khác, ví dụ tìm hệ số của một đa thức hay tìm giao điểm của hai đường thẳng.

Bài 1 Giải các hệ phương trình bậc nhất ba ẩn sau đây:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y - z = 1 \\ 3x + 5y + 2z = 8 \\ -2y - 3z = -1 \end{array} \right. & \text{b)} \left\{ \begin{array}{l} 2x - 5y + 2z = 7 \\ x + 2y - 4z = 3 \\ 3x - 4y - 6z = -5 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\text{ĐS: a)} \quad x = 6; \quad y = -\frac{32}{11}; \quad z = \frac{25}{11}$$

$$\text{ĐS: b)} \quad x = \frac{195}{23}; \quad y = \frac{73}{23}; \quad z = \frac{68}{23}$$

Bài 2 Giải hệ phương trình bậc nhất bốn ẩn sau đây:

$$\begin{cases} x + 2y - 4z + 3t = 1 \\ -x - 2y + 5z - 2t = -3 \\ x + 2y - 3z + 4t = 5 \\ -2x - 4y + 10z - 4t = 6. \end{cases} \quad (\text{Khử } x)$$

Hướng dẫn: Sau khi khử x ta có một hệ phương trình ba ẩn y, z, t , tiến hành bấm phím như trên.

Bài 3 Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$. Xác định a, b, c để cho (P) đi qua các điểm

$$A\left(2; \frac{13}{3}\right) \quad B\left(-\frac{3}{4}; \frac{2551}{48}\right) \quad C\left(\frac{2}{5}; -\frac{199}{15}\right)$$

Parabol đi qua 3 điểm và có trục thẳng đứng

MODE 5 2

4 2 1 13 3

9 16 3 4 1 2551 48

4 25 2 5 1 199 15

$$\text{ĐS: } y = 25x^2 - 49x + \frac{7}{3}$$

Bài 4 Đề thi chọn đội tuyển MTCT TP HCM năm 2014. Cho $P(x)$ là đa thức bậc 5 với hệ số bậc 5 là 3, chia hết cho $x^2 + 1$ và sao cho $P(0) = -1, P(1) = 4, P(2) = 85$. Tìm dư khi chia $P(100)$ cho $P(5)$.

Hướng dẫn: $P(x) = (3x^3 + ax^2 + bx + c)(x^2 + 1)$.

5.2 Chủ đề đa thức bậc 3

Cho một đa thức bậc 3 có dạng $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ trong đó a, b, c, d là 4 ẩn số cần xác định. Nếu giả thiết cho 4 điều kiện về các giá trị của đa thức ta sẽ thiết lập được một hệ phương trình theo 4 ẩn. Giải hệ này ta sẽ xác định được đa thức.

Ví dụ 1: *Thi học sinh giỏi Giải toán trên máy tính, Sở Giáo dục và Đào tạo Hải Phòng, Trung học cơ sở, 2007-2008.*

1. Tìm đa thức bậc ba $P(x)$ biết:

$$P(0) = 10; P(1) = 12; P(2) = 4; P(3) = 1.$$

2. Với đa thức $P(x)$ tìm được ở câu trên, trình bày cách tìm giá trị đúng của $P(2008)$.

Bài giải:

Giả sử đa thức có dạng $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Theo giả thiết

$$\begin{cases} P(0) = 10 \\ P(1) = 12 \\ P(2) = 4 \\ P(3) = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} d = 10 & (1) \\ a + b + c + d = 12 & (2) \\ 8a + 4b + 2c + d = 4 & (3) \\ 27a + 9b + 3c + d = 1 & (4) \end{cases}$$

Ta lần lượt lấy (1) trừ (2); lấy (2) trừ (3); lấy (3) trừ (4) (thể hiện trên máy tính CASIO 570VN Plus)

MODE **5** **2**
 $0 - 1 = 0 - 1 = 0 - 1 = 10 - 12 =$
 $1 - 8 = 1 - 4 = 1 - 2 = 12 - 4 =$
 $8 - 27 = 4 - 9 = 2 - 3 = 4 - 1 =$
 $\Rightarrow X = \frac{5}{2}$ **SHIFT** **RCL** **(STO)** **(←)** **(A)**
 $\Rightarrow Y = -\frac{25}{2}$ **SHIFT** **RCL** **(STO)** **(←)** **(B)**
 $\Rightarrow Z = 12$ **SHIFT** **RCL** **(STO)** **(←)** **(C)**

Vậy đa thức cần tìm là $P(x) = \frac{5}{2}x^3 - \frac{25}{2}x^2 + 12x + 10$

MODE **1** **10** **SHIFT** **RCL** **(STO)** **(sin)** **(D)**
 A **(X)** **(x³)** **-** **2** **5** **=** **2** **(X)** **(x²)** **+** **1** **2** **(X)** **+** **1** **0**
CALC **=** **2** **0** **0** **8** **=** **=** **=** $2.019058459 \times 10^{10}$
Ans **-** **2** **(x10²)** **1** **0** **=** 190584586

Sau dấu chấm là 10 chữ số thập phân. Ở đây chỉ có 9 chữ do bỏ số 0 đứng đầu, do đó ta phục hồi số 0. Vậy:

$$P(2008) = 20190584586$$

Ví dụ 2: *Thi học sinh giỏi Giải toán trên máy tính, Sở Giáo dục và Đào tạo Đắk Nông, Trung học cơ sở, 2007-2008*

Tìm một đa thức bậc ba $P(x)$, biết rằng khi chia $P(x)$ cho $x - 1$; $x - 2$; $x - 3$ đều được số dư là 6 và $P(-1) = -18$.

Bài giải:

Giả sử đa thức có dạng $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Theo giả thiết

$$\left\{ \begin{array}{l} P(1) = 6 \\ P(2) = 6 \\ P(3) = 6 \\ P(-1) = -18 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a + b + c + d = 6 \quad (1) \\ 8a + 4b + 2c + d = 6 \quad (2) \\ 27a + 9b + 3c + d = 6 \quad (3) \\ -a + b - c + d = -18 \quad (4) \end{array} \right.$$

Ta lần lượt lấy (1) trừ (2); lấy (2) trừ (3); lấy (3) trừ (4) (thể hiện trên máy tính CASIO 570VN Plus)

MODE 5 2
 1 - 8 1 - 4 1 - 2 6 - 6 =
 = = = = 8 = - = 27 = 4 - 9 2 - 3 6 - 6
 2 7 + 1 = 9 - 1 = 3 + 1 = 6 + 1 8 =
 = X = 1 SHIFT RCL (STO) (-) (A)
 = Y = -6 SHIFT RCL (STO) (B)
 = Z = 11 SHIFT RCL (STO) hyp (C)
 MODE 1 6 - A - B - C = T = 0

Vậy đa thức cần tìm là $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x$

Ví dụ 3: Thi học sinh giỏi Giải toán trên máy tính, Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học cơ sở, 2012-2013.

Khi chia đa thức

$$P(x) = x^{81} + ax^{57} + bx^{41} + cx^{19} + 2x + 1$$

cho $x - 1$ có dư là 5 và chia cho $x - 2$ được dư là -4 .

1. Hãy tìm các số thực A và B biết đa thức

$$Q(x) = x^{81} + ax^{57} + bx^{41} + cx^{19} + Ax + B$$

chia hết cho đa thức $x^2 - 3x + 2$.

2. Với các giá trị A và B tìm được, hãy tính giá trị của

$$R(x) = Q(x) - P(x) + x^{81} + x^{57} - 2x^{41} + 2x^{19} + 2x + 1 \text{ tại } x = 1,032012.$$

1. Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} P(1) = a + b + c + 4 & = 5 \\ P(2) = 2^{57}a + 2^{41}b + 2^{19}c + 2^{81} + 5 & = -4 \end{cases}$$

Vậy:

$$\begin{cases} a + b + c & = 1 \\ 2^{57}a + 2^{41}b + 2^{19}c + 2^{81} & = -9 \end{cases}$$

Vì $Q(x)$ chia hết cho 1 và cho 2 nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + b + c + A + B & = -1 \\ 2^{57}a + 2^{41}b + 2^{19}c + 2^{81} + 2A + B & = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A + B & = -2 \\ 2A + B & = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A & = 11 \\ B & = -13 \end{cases}$$

2. Với các giá trị A và B tìm được, hãy tính giá trị của

$$R(x) = x^{81} + x^{57} - 2x^{41} + 2x^{19} + 11x - 13$$

Thực hành trên máy ta tính được

$$R(1.032012) = 13.57511685$$

BÀI TẬP

Hướng dẫn

Những bài toán dưới đây có chung một cách làm, đó là *phân tích đa thức thành một tích các nhị thức dạng $(x - a_i)$ cộng thêm một đa thức bậc thấp hơn.*

Bài 1. *Thi học sinh giỏi Giải toán trên máy tính, Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên-Huế, Trung học cơ sở, 2005-2006.*

Cho đa thức

$$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Biết $P(1) = 27$; $P(2) = 125$; $P(3) = 343$; $P(4) = 735$

1. Tính (kết quả chính xác) các giá trị $P(-1)$; $P(6)$; $P(15)$; $P(2006)$
2. Tìm số dư của phép chia $P(x)$ cho $3x - 5$.

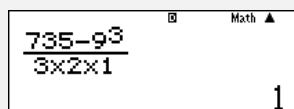
Bài giải

Ta có nhận xét $27 = 3^3$; $125 = 5^3$; $243 = 7^3$.

Đặt $P(x) = a(x-1)(x-2)(x-3) + (2x+1)^3$.

Hiển nhiên: $P(1) = 27$; $P(2) = 125$; $P(3) = 343$.

$$P(4) = 735 \Leftrightarrow a = \frac{P(x) - (2x+1)^3}{(x-1)(x-2)(x-3)} \Big|_{x=4}$$



735-9³
3×2×1

. Vậy $a = 1$.

Do đó: $P(x) = (x-1)(x-2)(x-3) + (2x+1)^3$.

Bài giải (tiếp theo)

Nhập biểu thức $P(x)$ lên màn hình:

$$(x-1)(x-2)(x-3) + (2x+1)^3$$

$$\frac{735-9^3}{3 \times 2 \times 1} = 1$$

Bấm **CALC** **(←)** **1** **=**

$$(X-1)(X-2)(X-3) = -25$$

Bấm **CALC** **6** **=**

$$(X-1)(X-2)(X-3) = 2257$$

Bấm **CALC** **1** **5** **=**

$$(X-1)(X-2)(X-3) = 31975$$

Bấm **CALC** **2** **0** **0** **6** **=**

$$(X-1)(X-2)(X-3) = 7.267412426 \times 10^4$$

$$\text{Ans} = 7 \times 10^4 = 2674124257$$

→ 72.674.124.257

Số dư của phép chia $P(x)$ cho $3x - 5$ là

$$P\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{245}{3}$$

Bài 2 Thi học sinh giỏi Giải toán trên máy tính, Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học cơ sở, 2007-2008).

Cho đa thức

$$P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$$

thỏa mãn: $P(0) = 12$; $P(1) = 12$; $P(2) = 0$; $P(4) = 60$

1. Xác định các hệ số a, b, c, d của $P(x)$.
2. Tính $P(2006)$.
3. Tìm số dư trong phép chia đa thức cho $5x - 6$.

1. Ta thấy ngay $d = 12$. Các hệ số a, b, c là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + b + c = 12 - d \\ 8a + 4c + 2c = 0 - 2^4 - d \\ 64a + 16c + 4c = 60 - 4^4 - d \end{cases}$$

Qui trình bấm máy

- (a) Lấy số 12 lưu vào **D**

[1] [2] [SHIFT] [RCL] (STO) [sin] (D) .

- (b) Mở hệ ba phương trình: **[MODE] [5] [2]** nhập các hệ số vào máy.

- (c) Bấm **[=]** tìm x, y, z chính là a, b, c lần lượt lưu vào **A, B, C**

$X =$	$Y =$	$Z =$
$-\frac{25}{6}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{17}{3}$

- (d) Vậy $P(x) = x^4 - \frac{25}{6}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{17}{3}x + 12$

2. Nhập lên màn hình:

$$X^4 + AX^3 + BX^2 + CX + D$$

sau đó

bấm **[CALC]** khi máy hỏi x ta nhập 2006, máy hỏi **A, B, C, D** ta nhấn **[=]** kết quả: **16.159.225.470.388**

$$X^4 + AX^3 + BX^2 + CX + D$$

$$1.615922547 \times 10^{13}$$

$$\text{Ans} = 1.615 \times 10^{13}$$

$$9225470388$$

3. Dư của phép chia đa thức cho $5x - 6$ là giá trị của đa thức khi $x = \frac{5}{6}$, do đó bấm $\blacktriangle$ **CALC** và nhập $\frac{5}{6}$ ta có:

$$X^4 + AX^3 + BX^2 + CX + D$$

$$\frac{7196}{625}$$

Bài 3 Thi chọn đội tuyển học sinh giỏi Giải toán trên máy tính, Sở Giáo dục và Đào tạo Thái Nguyên, Trung học cơ sở, 2006-2007.

Cho đa thức

$$P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$$

có $P(1) = 1$; $P(2) = 13$; $P(3) = 33$; $P(4) = 61$.

Tính $P(5), P(6), P(7), P(8)$.

Ta có nhận xét:

- $1 = (2 \times 1)^2 - 3$
- $13 = (2 \times 2)^2 - 3$
- $33 = (2 \times 3)^2 - 3$
- $61 = (2 \times 4)^2 - 3$

Do đó ta có:

$$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + (2x)^2 - 3$$

Viết $P(x)$ lên màn hình:

$$(X-4)+(2X)^2-3$$

Bấm **CALC** **5** **=** $(X-1)(X-2)(X-3) \cdot P(5) = 121$

Bấm **CALC** **6** **=** $(X-1)(X-2)(X-3) \cdot P(6) = 261$

Bấm **CALC** **7** **=** $(X-1)(X-2)(X-3) \cdot P(7) = 553$

Bấm **CALC** **8** **=** $(X-1)(X-2)(X-3) \cdot P(8) = 1093$

Bài 5 Thi học sinh giỏi Giải toán trên máy tính, Bộ Giáo dục và Đào tạo, Trung học cơ sở, 2008-2009. Đa thức $P(x) = x^6 + ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$ có giá trị là 3; 0; 3; 12; 27; 48 khi x lần lượt nhận các giá trị tương ứng là 1; 2; 3; 4; 5; 6.

- 1) Xác định các hệ số a, b, c, d, e, f của $P(x)$.
- 2) Tính giá trị của đa thức $P(x)$ với $x = 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20$.

Bài giải

Ta có nhận xét các giá trị 3; 0; 3; 12; 27; 48 là bội của 3 với các số chính phương 1; 0; 1; 2²; 3²; 4² lần lượt là giá trị của đa thức khi thay x lần lượt bằng 1; 2; 3; 4; 5; 6. Ngoài ra nó cũng là giá trị của biểu thức: $Q(x) = 3(x-2)^2$.

Vậy:

$$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)(x-6) + 3(x-2)^2$$

$$P(x) = (x^2 - 7x + 6)(x^2 - 7x + 10)(x^2 - 7x + 12) + 3(x-2)^2$$

$$P(x) = (x^2 - 7x)^3 + 28(x^2 - 7x)^2 + 252(x^2 - 7x) + 720 + 3(x-2)^2$$

Khai triển và thu gọn các hằng đẳng thức, ta có:

$$P(x) = x^6 - 21x^5 + 175x^4 - 735x^3 + 1627x^2 - 1776x + 732$$

Tuy nhiên cách giải trên không phải lúc nào cũng áp dụng được. Do đó ta sẽ giải bài toán trên máy tính cầm tay thay vì suy luận toán học.

$$P(x) = x^6 + ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$$

$$\text{Ta có: } P(6) = 48 \quad P(5) = 27 \quad P(4) = 12$$

$$P(3) = 3 \quad P(2) = 0 \quad P(1) = 3$$

Lần lượt lấy $P(6) - P(5)$, $P(5) - P(4)$, ... ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} (6^5 - 5^5)a + (6^4 - 5^4)b + (6^3 - 5^3)c + (6^2 - 5^2)d + (6 - 5)e = -31010 \\ (5^5 - 4^5)a + (5^4 - 4^4)b + (5^3 - 4^3)c + (5^2 - 4^2)d + (5 - 4)e = -11514 \\ (4^5 - 3^5)a + (4^4 - 3^4)b + (4^3 - 3^3)c + (4^2 - 3^2)d + (4 - 3)e = -3358 \\ (3^5 - 2^5)a + (3^4 - 2^4)b + (3^3 - 2^3)c + (3^2 - 2^2)d + (3 - 2)e = -662 \\ (2^5 - 1)a + (2^4 - 1)b + (2^3 - 1)c + (2^2 - 1)d + (2 - 1)e = -66 \end{cases}$$

Tiếp tục lần lượt lấy phương trình trên trừ phương trình dưới, ta có:

$$\begin{cases} 2550a + 302b + 30c + 2d = -19496 \\ 1320a + 194b + 24c + 2d = -8156 \\ 570a + 110b + 18c + 2d = -2696 \\ 180a + 50b + 12c + 2d = -596 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1230a + 108b + 6c = -11340 \\ 750a + 84b + 6c = -5460 \\ 390a + 60b + 6c = -2100 \end{cases}$$

Bấm máy tính giải hệ phương trình

Ta được:

$$a = -21 \text{ [SHIFT] [RCL] (STO) [(-)] (A)}$$

$$b = 175 \text{ [SHIFT] [RCL] (STO) [↵] (B)}$$

$$c = -735 \text{ [SHIFT] [RCL] (STO) [hyp] (C)}$$

Ta tiếp tục tính

$d =$

$$\text{[MC] [(-)] [5] [9] [6] [=] [1] [8] [0] A [=] [5] [0] B [=] [1] [2] C} \\ \text{[v] [2] [=] 1627}$$

$$\text{Tương tự } e = -1776 ; f = 732$$

5.3 Chủ đề dãy số cho bằng biểu thức qui nạp

Một dãy số xác định bởi một biểu thức qui nạp dựa vào hai số hạng đứng trước bằng cách sử dụng hai bộ nhớ **[Ans]** và **[ALPHA] [Ans] (PreAns)** các bạn có thể đọc ở chương 3. Tuy nhiên trong các kỳ thi Học sinh giỏi Máy tính cầm tay THCS cấp Bộ hay yêu cầu thí sinh thiết lập một dãy số qui nạp dựa vào 3 số hạng đứng trước. Do đó trong phần này chúng ta sẽ trao đổi về nội dung này và hướng dẫn học sinh sử dụng máy tính để giải bài toán được đặt ra cho mình.

Ví dụ 1: Cuộc thi GT trên MTCT năm 2011 Bộ GD và ĐT.

Cho một dãy số (u_n) được xác định như sau:

$$u_1 = 1 ; u_2 = 2 ; u_3 = 3 ;$$

$$u_{n+3} = 2u_{n+2} - 3u_{n+1} + 2u_n \quad (n \geq 1)$$

- Viết qui trình bấm máy tính để thực hiện u_{n+3} .
- Dựa vào đó để tính u_{19} ; u_{20} ; u_{66} ; u_{67} ; u_{68}

Lời giải không xây dựng bộ đếm

Phân tích: Ba số hạng đầu tiên ta lần lượt gán vào **A**, **B**, **C**.

Sau đó ta thiết lập công thức tính 3 số hạng tiếp theo theo với qui ước như sau:

A	B	C	A	B	C
----------	----------	----------	----------	----------	----------

Trước **C** là **B**,
trước **B** là **A**,
trước **A** là **C**.

Các số hạng của dãy thay vì đánh số $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8, u_9 \dots$ ta sẽ liệt kê là

A, B, C, A, B, C, A, B, C, A, B, C, A, B, C, A, B, C,
A, B, C, A, B, C, A, B, C, A, B, C, A, B, C ...

Lời giải không xây dựng bộ đếm (tiếp theo)

u_1	1	A	
u_2	2	B	
u_3	3	C	
u_4	2	A	$2C-3B+2A \rightarrow A$
u_5	-1	B	$2A-3C+2B \rightarrow B$
u_6	-2	C	$2B-3A+2C \rightarrow C$
u_7	3	A	$2C-3B+2A$
u_8	10	B	$2A-3C+2B$
u_9	7	C	$2B-3A+2C$
u_{10}	-10	A	$2C-3B+2A$
u_{11}	-21	B	$2A-3C+2B$
u_{12}	2	C	$2B-3A+2C$
u_{13}	47	A	$2C-3B+2A$
u_{14}	46	B	$2A-3C+2B$
u_{15}	-45	C	$2B-3A+2C$
u_{16}	-134	A	$2C-3B+2A$
u_{17}	-41	B	$2A-3C+2B$
u_{18}	230	C	$2B-3A+2C$
u_{19}	315	A	$2C-3B+2A$

1 $\text{[SHIFT] [RCL] (STO) [(-)] (A)}$

2 $\text{[SHIFT] [RCL] (STO) [000] (B)}$

3 $\text{[SHIFT] [RCL] (STO) [hyp] (C)}$

$2C \text{ [(-)] } 3B \text{ [+]} 2A$

$\text{[SHIFT] [RCL] (STO) [(-)] (A)}$

$2A \text{ [(-)] } 3C \text{ [+]} 2B$

$\text{[SHIFT] [RCL] (STO) [000] (B)}$

$2B \text{ [(-)] } 3A \text{ [+]} 2C$

$\text{[SHIFT] [RCL] (STO) [hyp] (C)}$

$\text{[F1] [F1] [F1]} \equiv \text{copy dòng lệnh A}$

$\text{[F2] [F2] [F2]} \equiv \text{copy dòng lệnh B}$

$\text{[F3] [F3] [F3]} \equiv \text{copy dòng lệnh C}$

v.v...

$u_{19} = 315$

Ví dụ 2: Cuộc thi GT trên MTCT năm 2014 Bộ GD và ĐT.

Cho $x_1 = x_2 = 1$ $x_3 = 2$;

$$x_{n+3} = x_{n+2} - \frac{2}{3}x_{n+1} + \frac{1}{2}x_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

Viết qui trình bấm máy tính x_n và dùng qui trình đó tính x_{15}, x_{20}, x_{25} .

Lời giải dựa vào bộ đếm

1. Nhập vào bộ nhớ:

$$1 \text{ [SHIFT] [RCL] (STO) } (\overline{-}) \text{ (A)}$$

$$1 \text{ [SHIFT] [RCL] (STO) } (\overline{=}) \text{ (B)}$$

$$2 \text{ [SHIFT] [RCL] (STO) } (\text{hyp}) \text{ (C)}$$

2. Viết lên màn hình:

$$D = D + 1 : A = C - \frac{2}{3}B + \frac{1}{2}A : D = D + 1 : B = A - \frac{2}{3}C + \frac{1}{2}B :$$

$$D = D + 1 : C = B - \frac{2}{3}A + \frac{1}{2}C$$

3. Bấm [CALC] khi máy hỏi **D** ta nhập **D = 3**, khi máy hỏi **A, B, C** ta nhấn [=] , sau đó bấm liên tiếp dấu [=] cho đến x_{15} .

Ta lần lượt nhận được:

$$x_{15} = \begin{array}{|l} \text{Math} \blacktriangle \\ C = B - \frac{2}{3}A + \frac{1}{2}C \\ \hline 1019 \\ 2916 \end{array}$$

$$x_{20} = \begin{array}{|l} \text{Math} \blacktriangle \text{Disp} \\ B = A - \frac{2}{3}C + \frac{1}{2}B \\ \hline 0.1978507786 \end{array}$$

$$x_{25} = \begin{array}{|l} \text{Math} \blacktriangle \text{Disp} \\ A = C - \frac{2}{3}B + \frac{1}{2}A \\ \hline 0.1060976856 \end{array}$$

Ví dụ 3: Chọn đội tuyển năm 2014 SGD và ĐT TP HCM.

Cho $x_1 = 1$; $x_2 = 2$.

$$x_n = -x_{n-1} + x_{n-2} + n^2, \quad n = 3, 4, 5, \dots$$

Tính x_{29} .

Bài giải

Bài này ta không dùng Ans và PreAns được. Do đó qui trình bấm phím như sau: (chúng tôi xuống dòng cho tiện theo dõi)

$$X \equiv X + 1 \div$$

$$A \equiv (-)B + A + X \cdot x^2 \div$$

$$X \equiv X + 1 \div B \equiv (-)A + B + X \cdot x^2 \text{ [CALC]}$$

Lần lượt trả lời $X = 2, A = 1, B = 2$ và nhấn dấu bằng liên tục đến khi $X = 28$ ta sẽ nhận được $x_{29} = 364967$.

Ví dụ 4: Cuộc thi giải toán trên MTCT năm 2013 BGD và ĐT.

Lập qui trình bấm máy và tính giá trị của mỗi biểu thức sau:

$$a) P = \sqrt[2013]{2012 + \sqrt[2012]{2011 + \sqrt[2011]{2010 + \dots + \sqrt[1992]{1991 + \sqrt[1991]{1990}}}}$$

$$b) Q = \sqrt[2013]{2012 \sqrt[2012]{2011 \sqrt[2011]{2010 \dots \sqrt[1992]{1991 \sqrt[1991]{1990}}}}}$$

$$u_1 = \sqrt[1991]{1990} \quad ; \quad u_n = \sqrt[n]{n-1 + u_{n-1}}$$
$$X=X+1:A=\sqrt[X]{X-1+A}$$

$\alpha \rceil (X) \alpha \text{ CALC } (=) \alpha \rceil (X) + 1 \alpha \int (:) \alpha (-) (A)$
 $\alpha \text{ CALC } (=) \text{SHIFT } x^\square \alpha \rceil (X) \blacktriangleright \alpha \rceil (X) = 1 + \alpha (-) (A)$
 CALC

- b) Ta có nhân xét Q là số hạng của dãy số:

$$u_1 = \sqrt[1991]{1990} \quad ; \quad u_n = \sqrt[n]{(n-1)u_{n-1}}$$

khi $n = 2013$.

Quy trình bấm phím

$$X+1:A=\sqrt[1991]{(X-1)A}$$

α $\square$ (X) α $\square$ $\square$ (=) α $\square$ (X) $\square$ $\square$ (+) $\square$ (1) α $\square$ $\square$ ($\div$) α $\square$ $\square$ (A)
 α $\square$ $\square$ (=) $\square$ $\square$ α $\square$ (X) $\square$ $\square$ (A) $\square$ $\square$ (A) $\square$ $\square$ (A)

Bấm $\square$ $\square$ (CALC)

- nếu hỏi X nhập 1991 để nạp 1992 vào X.
- nếu hỏi A nhập $\sqrt[1991]{1990}$ (gõ 1991 $\square$ $\square$ (SHIFT) $\square$ $\square$ (x[□]) 1990 $\square$ $\square$)
- nhấn dấu bằng liên tục cho đến X = 2013 ta được 1.003787915

BÀI TẬP

Bài 1: Cho dãy số sắp thứ tự $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, u_{n+1}, \dots$ biết

$$u_5 = 588, u_6 = 1084 \text{ và } u_{n+1} = 3u_n - 2u_{n-1}.$$

1. Tính $u_1; u_2$
2. Tính u_{25}

① Ta có: $u_{n-1} = \frac{1}{2}(3u_n - u_{n+1})$

1084 $\boxed{=}$ $\rightarrow$ $\boxed{\text{Ans}}$ $\rightarrow$ $\boxed{\text{ALPHA}}$ $\boxed{\text{Ans}}$ (**PreAns**)

588 $\boxed{=}$ $\rightarrow$ $\boxed{\text{Ans}}$

Viết lên màn hình: $\frac{1}{2}(3\text{Ans-PreAns})$ sau đó

nhấn liên tiếp các dấu $\boxed{=}$

$$u_4 = \frac{1}{2}(3\text{Ans-PreAns}) = 340$$

$$u_3 = \frac{1}{2}(3\text{Ans-PreAns}) = 216$$

$$u_2 = \frac{1}{2}(3\text{Ans-PreAns}) = 154$$

$$u_1 = \frac{1}{2}(3\text{Ans-PreAns}) = 123$$

② 123 $\boxed{=}$ $\rightarrow$ $\boxed{\text{Ans}}$ $\rightarrow$ $\boxed{\text{ALPHA}}$ $\boxed{\text{Ans}}$ (**PreAns**)

154 $\boxed{=}$ $\rightarrow$ $\boxed{\text{Ans}}$

Viết lên màn hình: 3Ans-2PreAns sau đó

nhấn liên tiếp 23 dấu $\boxed{=}$ cho đến

$$u_{25} = \boxed{3\text{Ans}-2\text{PreAns}} \\ \boxed{520093788}$$

Bài 2: Cho dãy số sắp thứ tự $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, u_{n+1}, \dots$ biết:

$$u_1 = 1, u_2 = 2, u_3 = 3; u_n = u_{n-1} + 2u_{n-2} + 3u_{n-3} \quad (n \geq 4)$$

1. Tính u_4, u_5, u_6, u_7 .
2. Viết qui trình bấm phím liên tục để tính giá trị của u_n với $n \geq 4$
3. Sử dụng qui trình trên, tính giá trị của $u_{20}, u_{22}, u_{25}, u_{28}$.

① Nhập vào bộ nhớ:

1 $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} (\text{STO}) \boxed{(\leftarrow)} (\text{A})$

2 $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} (\text{STO}) \boxed{(\rightarrow)} (\text{B})$

3 $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} (\text{STO}) \boxed{(\text{hyp})} (\text{C})$

Viết lên màn hình $\text{C} + 2\text{B} + 3\text{A} \boxed{=}$ 10

$\boxed{\blacktriangle} \boxed{\text{CALC}}$ khi hỏi C bấm $\boxed{\text{Ans}}$, hỏi B bấm **PreAns** và khi hỏi A bấm **2** (tăng lên một số hạng) = 22

$\boxed{\blacktriangle} \boxed{\text{CALC}}$ khi hỏi C bấm $\boxed{\text{Ans}}$, hỏi B bấm **PreAns** và khi hỏi A bấm **3** (tăng lên một số hạng) = 51

② Qui trình bấm phím:

Nhập vào bộ nhớ:

1 $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} (\text{STO}) \boxed{\text{(-)}} (\text{A})$

2 $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} (\text{STO}) \boxed{\text{=}} (\text{B})$

3 $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} (\text{STO}) \boxed{\text{hyp}} (\text{C})$

Viết lên màn hình:

$$D = D + 1 : A = C + 2B + 3A : D = D + 1 : B = A + 2C + 3B :$$

$$D = D + 1 : C = B + 2A + 3C$$

Bấm $\boxed{\text{CALC}}$ khi hỏi **D** nhập **D = 3**, khi hỏi **A, B, C** nhấn $\boxed{\text{=}}$, sau đó nhấn dấu $\boxed{\text{=}}$ liên tiếp cho đến khi **D = 20** ta có:

$$u_{20} = \begin{array}{|l|} \hline \begin{array}{l} B=A+2C+3B \\ \text{Math} \blacktriangle \end{array} \\ \hline 9426875 \end{array}$$

tiếp tục như thế ta có:

$$u_{22} = \begin{array}{|l|} \hline \begin{array}{l} A=C+2B+3A \\ \text{Math} \blacktriangle \end{array} \\ \hline 53147701 \end{array}$$

$$u_{25} = \begin{array}{|l|} \hline \begin{array}{l} B=A+2C+3B \\ \text{Math} \blacktriangle \end{array} \\ \hline 711474236 \end{array}$$

$$u_{28} = \begin{array}{|l|} \hline \begin{array}{l} B=A+2C+3B \\ \text{Math} \blacktriangle \end{array} \\ \hline 9524317645 \end{array}$$

5.4 Chủ đề số nguyên và số chính phương

Số chính phương là một nội dung giảng dạy ở bậc Trung học cơ sở, nhất là cho các lớp chuyên. Trong khuôn khổ máy tính cầm tay ta sẽ không đi sâu vào lý thuyết số mà chỉ sử dụng khả năng tính toán nhanh của máy để tìm các số nguyên mà bình phương của nó thoả một điều kiện nào đó.

Ví dụ 1: Tìm một cặp số nguyên dương (x, y) sao cho :

$$x^2 = 37y^2 + 1$$

Ta gán y cho **A** và cho **A** chạy từ 1 cho đến khi nhận được $\sqrt{37y^2 + 1}$ là một số nguyên.

The image shows a calculator screen with the equation $Y+1:X=\sqrt{37Y^2+1}$ displayed. The screen has a 'Math' indicator at the top right.

[ALPHA] [S/D] (Y) [ALPHA] [CALC] (=) [ALPHA] [S/D] (Y) [+ 1] [ALPHA] [1/x] (:) [ALPHA] [X] [ALPHA] [CALC] (=) [√] [3] [7] [ALPHA] [S/D] (Y) [x²] [+ 1]

Gõ dấu bằng **[=]** liên tục đến khi nhận được số nguyên thì dừng.

ĐS: $y = 12; x = 73$

BÀI TẬP

Bài 1 : Tìm các chữ số a, b, c, d sao cho số $\overline{567abcd}$ là số chính phương. Nêu qui trình bấm phím để có kết quả.

Bài giải

Ta có:

$$\sqrt{56700000} = 7529.940239$$

$$\sqrt{56799999} = 7536.577406$$

Do đó số đã nêu là bình phương của một số nguyên nằm trong khoảng (7529;7536). Ta lập bảng:

x	7530	7531	7532	7533	7534	7535	7536
x^2	00900	15961	31024	46089	61156	6225	91296

Ta bỏ đi ba chữ số **567** đứng đầu, còn lại nếu chữ số đầu tiên trùng với chữ số cuối cùng thì đó là phần đuôi của số cần tìm.

Vậy các số thỏa yêu cầu của bài toán là:

$$56700900 ; 56715961 ; 56761156$$

Bài 2 : Tìm tất cả các số tự nhiên n ($1010 \leq n \leq 2010$) sao cho $\sqrt{20203 + 21n}$ cũng là số tự nhiên.

Bài giải

Đặt $x = \sqrt{20203 + 21n}$. Vì $0 \leq n \leq 2010$ nên $204 \leq x \leq 249$. (hàm số đồng biến)

Bấm phím: $\sqrt{\square}$ 20203 $+$ 21 $\times$ $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ 1010 $=$ 203.5018427
 $\square$ $\square$ $\square$ 20203 $=$ 249.8259394.

Ta có: $n = \frac{x^2 - 20203}{21}$ với x là số nguyên chạy từ 204 đến 249.

Sử dụng chức năng lập bảng:

$\square$ $\square$ 7

$f(x) = \frac{x^2 - 20203}{21}$ $\square$

$\square$ $\square$ $\square$ 2 0 4 $\square$

$\square$ $\square$ $\square$ 2 2 4 $\square$

$\square$ $\square$ $\square$ 1 $\square$

Nhìn vào bảng (cột 2) ta có: $n = 1118; 1158; 1301; 1406$

$\square$ $\square$

$\square$ $\square$ $\square$ 2 2 5 $\square$

$\square$ $\square$ $\square$ 2 4 9 $\square$

$\square$ $\square$ $\square$ 1 $\square$

Nhìn vào bảng (cột 2) ta có: $n = 1557; 1601; 1758; 1873$.

Vậy các giá trị cần tìm của n là:

$$n = 1118; 1158; 1301; 1406; 1557; 1601; 1758; 1873$$

Bài 3 : (Thi giải toán trên máy tính cầm tay - THCS năm 2013, Bộ Giáo dục và Đào tạo)

Tìm các số tự nhiên n ($1000 < n < 10.000.000$) sao cho với mỗi số đó thì

$$a_n = \sqrt[4]{22122010 + 6n}$$

cũng là số tự nhiên. Nếu qui trình bấm phím để có kết quả.

Bài giải

Ta có nhận xét:

Vì $1000 < n < 10.000.000$ nên:

$$\sqrt[4]{22122010 + 6000} < a_n < \sqrt[4]{22122010 + 60.000.000}$$

hay:

$$68,5860181 < a_n < 95,19516537$$

Với a_n là số tự nhiên và thỏa bất đẳng thức trên nên:

$$69 \leq a_n \leq 95$$

Ta tính được: $n = \frac{a_n^4 - 22122010}{6}$

Trước hết ta cài đặt máy tính chế độ bảng một hàm số (giải phóng bộ nhớ để nhớ được 30 số):

SHIFT **MODE** **▼** **5** **1**

MODE **7**

$$f(x) = \frac{x^4 - 22122010}{6} \quad \text{=}$$

Start **69** **=**

End **95** **=**

Step **1** **=**

Ta có bảng sau đây (chỉ ghi kết quả là số nguyên)

x	70	74	76	80	82
f(x)	314665	1310761	1873361	3139665	3848361
x	86	88	92	94	
f(x)	5429801	6307921	825881	9325481	

Bài giải (tiếp theo)

Vậy các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán là:

314665; 1310761; 1873361; 3139665; 3848361; 5429801;
6307921; 825881; 9325481

Bài 4 : Tìm cặp số nguyên dương x, y thỏa mãn phương trình:

$$4x^3 + 17(2x - y)^2 = 161312$$

Bài 5 : Số chính phương P có dạng: $P = \overline{17712ab81}$. Tìm các chữ số a và b biết rằng $a + b = 13$.

Hướng dẫn:

$A = A + 1 : B = 13 - A : \sqrt{\square} 177120081 \oplus A \otimes 1 \square$

$\text{SHIFT} \square^2 \oplus B \otimes 1 \square 0 \square^2 \text{CALC}$

Khi được hỏi ta nhập **A** bằng **3** để $A = 4$ và nhấn liên tiếp dấu $\square$ để nhận được số nguyên cần tìm là **177129481** ứng với $a = 9, b = 4$.

5.5 Chủ đề tính tổng hữu hạn

Ví dụ 1: Ta muốn tính tổng

$$S = \frac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{7}{3^2 \cdot 4^2} + \cdots + \frac{19}{9^2 \cdot 10^2}$$

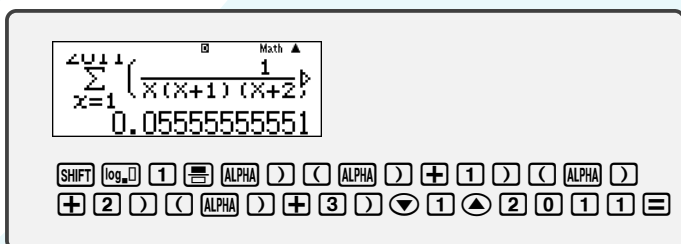
Hướng dẫn: $S = \sum_{x=1}^9 \frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$

Ví dụ 2: Tính tổng $S = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \cdots + \frac{1}{99.100}$

Hướng dẫn: $S = \sum_{x=1}^{99} \frac{1}{x(x+1)}$

Ví dụ 3: Tính tổng

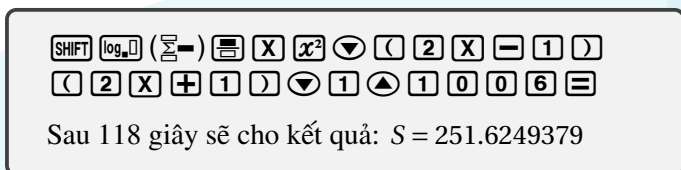
$$S = \frac{1}{1.2.3.4} + \frac{1}{2.3.4.5} + \frac{1}{3.4.5.6} + \dots + \frac{1}{2011.2012.2013.2014}$$



So sánh với Maple $S = \frac{1359502363}{24471042552} = 0.0555555551$

Ví dụ 4: Cuộc thi GT trên MTCT năm 2014 Bộ GD và ĐT.
Tính tổng

$$S = \frac{1^2}{1.3} + \frac{2^2}{3.5} + \frac{3^2}{5.7} + \dots + \frac{1005^2}{2009.2011} + \frac{1006^2}{2011.2013}$$



BÀI TẬP

Bài 1. Cho tổng

$$S_n = 1 - \frac{1}{2^2} + \frac{2}{3^2} - \frac{3}{4^2} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{n-1}{2^n}$$

Tính S_4, S_5, S_6 ; S_{20} ; S_{25} ; S_{30} .

Bài 2. Tìm phần nguyên của tổng số sau đây:

$$\sqrt{1^3 + \frac{1^2}{3}} + \sqrt{2^3 + \frac{3^2}{5}} + \dots + \sqrt{75^3 + \frac{149^2}{151}}$$

Hướng dẫn: $S = \sum_{x=1}^{75} \sqrt{x^3 + \frac{(2x-1)^2}{(2x+1)}}$

ĐS: ALPHA + Ans = 19824

5.6 Chủ đề lý thuyết đồng dư

Định lý Fermat nhỏ

Nếu p là một số nguyên tố, thì với số nguyên a bất kỳ, $a^p - a$ sẽ chia hết cho p . Nghĩa là:

$$a^p \equiv a \pmod{p}$$

Các phát biểu khác của định lý

- ① Nếu p là số nguyên tố và a là số nguyên nguyên tố cùng nhau với p , thì $a^{p-1} - 1$ sẽ chia hết cho p . Bằng ký hiệu đồng dư ta có:

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$

- ② Nếu p là một số nguyên tố và a là số nguyên không chia hết cho p , thì a lũy thừa bậc $p-1$ có số dư bằng 1 khi chia cho p .

Ví dụ 1: Tìm số dư trong các phép chia: $2009^{2010} : 2011$

Bài giải

Vì 2011 là số nguyên tố và $\text{BCNN}(2009, 2011) = 1$ nên:

$$2009^{2011-1} \equiv 1 \pmod{2011}$$

nghĩa là dư của phép chia 2009^{2010} cho 2011 là 1.

Ví dụ 2: Tìm số dư trong các phép chia: $5^{2008} : 2003$

Vì 2003 là số nguyên tố và $\text{BCNN}(2003, 5) = 1$ nên:

$$5^{2002} \equiv 1 \pmod{2003}$$

Mà $5^{2008} = 5^{2002} \cdot 5^6$ và 5^6 $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\div}$ 2003 có $R = 1604$ nên là dư của phép chia 5^{2008} cho 2003 là 1604.

Ví dụ 3: Tìm số dư trong các phép chia: $1997^{2008} : 2003$
 Vì 2003 là số nguyên tố và $\text{BCNN}(2003, 1997) = 1$ nên:

$$1997^{2002} \equiv 1 \pmod{2003}$$

$$1997^{2008} = 1997^{2002} \cdot 1997^6 ; 1997^6 = (1997^3)^2$$

$$1997^3 \text{ [ALPHA] [÷] 2003 có } R = 1787$$

$$1787^2 \text{ [ALPHA] [÷] 2003 có } R = 587$$

nên là dư của phép chia 1997^{2008} cho 2003 là 587.

Trong trường hợp tổng quát mà không thể áp dụng định lý Fermat ta có nhận xét rằng:

Máy tính hiển thị 10 chữ số trên màn hình và thực hiện được tính năng **[ALPHA] [÷]** để tìm dư. Do đó các số lũy thừa được viết ở dưới được tính theo công thức:

$$p = 10 : \log(n)$$

nghĩa là n^p sẽ có tối đa 10 chữ số hiển thị trên màn hình.

Ví dụ: $10 : \log(17) = 8.127115093$ nên $17^8 = 6975757441$ có 10 chữ số và thực hiện được phép chia có dư.

Ví dụ 4:

Tìm hai chữ số tận cùng của 19^{2013} .

Giải:

$$19^7 \equiv 39 \pmod{100}$$

$$19^{42} = 39^6 \equiv 61 \pmod{100}$$

$$19^{210} = 61^5 \equiv 1 \pmod{100}$$

$$19^{1890} = (19^{210})^5 \equiv 1 \pmod{100}$$

$$19^{2013} = 19^{1890} \cdot 19^{84} \cdot 19^{35} \cdot 19^4 \equiv 21 \cdot 99 \cdot 19^4 \pmod{100}$$

Vậy hai chữ số tận cùng của 19^{2013} là $21 \times 99 \times 19^4$ ALPHA $\div$
100 là 59.

Ví dụ 5: Tìm số dư trong các phép chia: $2008^{201} : 1991$

$$2008 \text{ ALPHA } \div 1991 \text{ cho } R = 17$$

$$17^8 \text{ ALPHA } \div 1991 \text{ cho } R = 246$$

$$17^{32} \equiv 246^4 \text{ ALPHA } \div 1991 \text{ cho } R = 586$$

$$17^{96} \equiv 586^3 \text{ ALPHA } \div 1991 \text{ cho } R = 1677$$

$$17^{192} \equiv 1677^2 \text{ ALPHA } \div 1991 \text{ cho } R = 1037$$

$$17^{200} = 17^{192} \cdot 17^8 \equiv 1037 \times 246 \text{ ALPHA } \div 1991 \text{ cho } R = 254$$

$$17^{201} = 17^{200} \cdot 17 \equiv 254 \times 17 \text{ ALPHA } \div 1991 \text{ cho } R = 336$$

Ví dụ 6:

Tìm các số tự nhiên n để $7^{2013} + 3^n$ có chữ số hàng đơn vị là 8.

Giải:

$7^4 \equiv 1 \pmod{10}$, suy ra $7^{2012} \equiv 1 \pmod{10}$. Do đó $7^{2013} \equiv 7 \pmod{10}$.

Vì vậy ta cần tìm các số tự nhiên n để $3^n \equiv 1 \pmod{10}$.

Ta có nhận xét $3^4 \equiv 1 \pmod{10}$ nên:

$$3^n \equiv 1 \pmod{10} \iff n = 4k, k \in \mathbb{N}$$

5.7 Bổ sung và nâng cao về chủ đề lý thuyết đồng dư**Bài tập ①.** Tìm hai chữ số tận cùng của số 2016^{217} **Bài giải**

$$2016^3 \equiv 96 \pmod{100}$$

$$2016^{15} \equiv 96^5 \equiv 76 \pmod{100}$$

$$2016^{75} \equiv 76^5 \equiv 76 \pmod{100}$$

$$2016^{150} \equiv 76^2 \equiv 76 \pmod{100}$$

$$2016^{210} = 2016^{150} \times (2016^{15})^4 \equiv 76 \times 76^4 = 76^5 \equiv 76 \pmod{100}$$

$$2016^7 = 2016^6 \times 2016 \equiv 96^2 \times 16 \equiv 56 \pmod{100}$$

Tóm lại,

$$2016^{217} = 2016^{210} \times 2016^7 \equiv 76 \times 56 \equiv 56 \pmod{100}$$

Vậy hai chữ số cuối cùng của số 2016^{217} là 56.

Bài tập ②. Tìm năm chữ số tận cùng của số 2016^{2017} **Bài giải**

$$2016^2 \equiv 64256 \pmod{10^5}$$

$$2016^4 \equiv 64256^2 \equiv 33536 \pmod{10^5}$$

$$2016^8 \equiv 63296^2 \equiv \pmod{10^5}$$

$$2016^{16} \equiv 63296^2 \equiv 83616 \pmod{10^5}$$

$$2016^{32} \equiv 83616^2 \equiv 63236 \pmod{10^5}$$

$$2016^{64} \equiv 63236^2 \equiv 91696 \pmod{10^5}$$

Bài giải (tiếp theo)

$$2016^{128} \equiv 91696^2 \equiv 56416 \pmod{10^5}$$

$$2016^{256} \equiv 56416^2 \equiv 65056 \pmod{10^5}$$

$$2016^{512} \equiv 65056^2 \equiv 83136 \pmod{10^5}$$

$$2016^{1024} \equiv 65056^2 \equiv 77296 \pmod{10^5}$$

$$2016^{1536} = 2016^{1024} \times 2016^{512} \equiv 77296 \times 83136 \equiv 50656 \pmod{10^5}$$

$$2016^{384} = 2016^{256} \times 2016^{128} \equiv 65056 \times 56416 \equiv 99296 \pmod{10^5}$$

$$2016^{1920} = 2016^{1536} \times 2016^{384} \equiv 99296 \times 50656 \equiv 38176 \pmod{10^5}$$

$$2016^{96} = 2016^{64} \times 2016^{32} \equiv 91696 \times 63236 \equiv 88256 \pmod{10^5}$$

$$2016^{97} = 2016^{96} \times 2016 \equiv 88256 \times 2016 \equiv 24096 \pmod{10^5}$$

Tóm lại,

$$2016^{2017} = 2016^{1920} \times 2016^{97} \equiv 38176 \times 24096 \equiv 88896 \pmod{100}$$

Vậy năm chữ số cuối cùng của số 2016^{2017} là 88896.

5.8 Chủ đề giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất

Cách làm sau đây là cách làm tham khảo để sử dụng tính năng mới giải bất phương trình của MTCT. Người học có thể vận dụng nhiều cách khác nhau để hướng dẫn lại học sinh.

Ví dụ 1: Bài thi chọn đội tuyển năm 2013 TP HCM.

Tính gần đúng (chính xác đến 4 số lẻ thập phân sau dấu phẩy) giá trị lớn nhất là giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \frac{2,5x - 3,2}{0,2x^2 + 1,9}$$

Giải:

Đặt $y = \frac{2,5x - 3,2}{0,2x^2 + 1,9}$. Suy ra phương trình bậc hai:

$$0,2yx^2 - 2,5x + 1,9y + 3,2 = 0$$

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi:

$$\Delta' = 2,5^2 - 0,8y(1,9y + 3,2) \geq 0$$

Sử dụng chức năng giải bất phương trình của máy CASIO FX570 VN Plus .

Chức năng giải bất phương trình của máy

MODE $\blacktriangledown$ 1 1 3
 $\leftarrow$ 0.8 $\times$ 1.9 $=$ $\leftarrow$ 0.8 $\times$ 3.2 $=$ 2.5 x^2 $=$

Máy sẽ cho đáp số: $-3.03777905 \leq y \leq 1.353568524$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức là 1.3536 và giá trị nhỏ nhất là -3.0378 .

Ví dụ 2: Bài thi chọn đội tuyển năm 2014 TP HCM.

Tính gần đúng (chính xác đến 4 số lẻ thập phân sau dấu phẩy) giá trị lớn nhất là giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \frac{1,4x - 5,3}{3,7x^2 + 0,2x + \sqrt{3}}$$

Giải:

$$y = \frac{1,4x - 5,3}{3,7x^2 + 0,2x + \sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow 3,7yx^2 + (0,2y - 1,4)x + \sqrt{3}y + 5,3 = 0$$

Khi $y = 0$ phương trình có nghiệm.

Khi $y \neq 0$ phương trình có nghiệm khi và chỉ khi:

$$(0,2y - 1,4)^2 - 4 \times 3,7y(\sqrt{3}y + 5,3) \geq 0$$

Bấm máy tính:

MODE ∇ 1 3

$$0,2^2 - 4 \times 3,7 \times \sqrt{3} \quad \text{EX} \quad 2 \times 0,2 \times (-1,4) - 4 \times$$

$$3,7 \times 5,3 \quad \text{EX} \quad 1,4^2 \quad \text{EX}$$

Kết quả: $-3.111232338 \leq y \leq 0.0246138465$.

Vậy GTNN bằng -3.1112 và GTLN bằng 0.0246 .

Ví dụ 3: Cuộc thi giải toán trên MTCT năm 2011 Bộ GD và ĐT.

Biết x là một số thực khác 0, tìm giá trị nhỏ nhất của

$$Q = \frac{2010,2011x^2 - 2x + 2012,2013}{2014,2015x^2}$$

5.9 Chủ đề phương trình bậc 4

Máy tính đã giải phương trình bậc 3, do đó các kỳ thi học sinh giải toán trên MTCT dành nhiều câu hỏi cho phương trình bậc 4. Ở đây ta sẽ không trao đổi về công thức tổng quát giải phương trình

bậc 4 (không phù hợp với các bậc học phổ thông do độ phức tạp và khó nhớ của nó). Thay vào đó chúng tôi giới thiệu một phương pháp thực hành rất thiết thực trên máy tính cầm tay. Tất nhiên phương pháp này không dùng để giải bất cứ một phương trình bậc 4 nào, chỉ giải những phương trình mà đề thi đề cập.

Quy trình bấm phím giải phương trình bậc 4

1. Nhập vế trái của phương trình lên màn hình trong một cặp dấu đóng mở ngoặc đơn rồi nhấn $\boxed{=}$:

$(x^4 + x^3 - 7x^2 - 4x + 6)$	$\leftarrow x^3 - 7x^2 - 4x + 6$
-------------------------------	----------------------------------

2. Bấm $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{CALC}} \boxed{=}$ (SOLVE), nhập số 0 (hay bất cứ số nào nếu số 0 làm đúng máy)

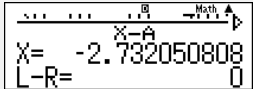
3. Khi nhận được nghiệm thứ nhất $x = 0.7320508076$ lưu nó vào A. $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(\text{STO})} \boxed{(-)} \boxed{A}$.

4. Nhập biểu thức $\frac{x^4 + x^3 - 7x^2 - 4x + 6}{x - A}$ lên màn hình bằng cách bấm mũi tên $\boxed{\blacktriangleleft}$ đưa con trỏ về cuối dòng, bấm $\boxed{\boxed{=}}$ rồi nhập mẫu số:

$\frac{(x^4 + x^3 - 7x^2 - 4x + 6)}{x - A}$

Bấm **SHIFT** **CALC** (SOLVE) nhấn **=** chấp nhận số **A** và nhấn dấu **=** chấp nhận dùng nghiệm cũ để dò tìm.

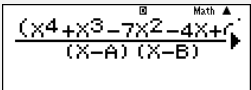
Khi ra nghiệm thứ nhì



lưu vào **B**

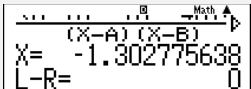
SHIFT **RCL** (STO) **⇐** (**B**) .

5. Nhập biểu thức $\frac{x^4 + x^3 - 7x^2 - 4x + 6}{(x - A)(x - B)}$ lên màn hình



Bấm **SHIFT** **CALC** (SOLVE) nhấn ba dấu **=** chấp nhận số **A, B** và nghiệm cũ để dò tìm.

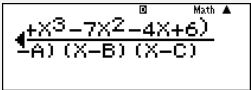
Khi ra nghiệm thứ ba



lưu vào **C**

SHIFT **RCL** (STO) **⇐** (**C**) .

6. Nhập biểu thức $\frac{x^4 + x^3 - 7x^2 - 4x + 6}{(x - A)(x - B)(x - C)}$ lên màn hình



Bấm **SHIFT** **CALC** (SOLVE) nhấn bốn dấu **=** chấp nhận số **A, B, C** và nghiệm cũ để dò tìm.

Khi ra nghiệm thứ tư

lưu vào **D**

SHIFT **RCL** **(STO)** **sin** **(D)** .

7. Muốn chuyển 4 số thập phân thành 4 số vô tỉ ta dùng Định lý Vi-et.

Ví dụ 1: Bài thi chọn đội tuyển năm 2014 TP HCM.

Cho phương trình: $x^4 + x^3 - 7x^2 - 4x + 6 = 0$. Gọi x_1, x_2, x_3, x_4 là các nghiệm của phương trình. Tính giá trị của biểu thức

$$S = x_1^{10} + x_2^{10} + x_3^{10} + x_4^{10}$$

Giải.

1. Nhập phương trình lên màn hình: (việc đóng mở ngoặc và nhân dấu $\equiv$ đều có dụng ý)

(**X** **x⁴** **+** **X** **SHIFT** **x²** **=** **7** **X** **x²** **=** **4** **X** **+** **6** **)** **=**

2. Đưa con trỏ lên dòng công thức và bấm **SHIFT** **CALC** **(SOLVE)** bằng cách.

◀ **SHIFT** **CALC** **(SOLVE)** nhập số 0 (hay bất cứ số nào nếu số 0 làm đứng máy)

3. Khi nhận được nghiệm thứ nhất lưu nó vào A.

SHIFT **RCL** **(STO)** **(→)** **(A)** 0.7320508076 (thực chất là $\sqrt{3} - 1$)

4. Tìm nghiệm thứ nhì như sau:

$\blacktriangleleft \blacktriangleright \equiv [X] [-] A [SHIFT] [CALC]$ (SOLVE) chấp nhận số **A** và nhấn dấu $\equiv$ chấp nhận dùng nghiệm cũ để dò tìm.

Khi ra nghiệm thứ nhì -2.732050808 (thực chất là $-1 - \sqrt{3}$) lưu vào **B**

5. Tìm nghiệm thứ ba như sau:

$\blacktriangleleft \blacktriangleright \equiv [C] [X] [-] A [D] [C] [X] [-] B [D] [SHIFT] [CALC]$ (SOLVE)

chấp nhận số **A**, số **B** và nhấn dấu $\equiv$ chấp nhận dùng nghiệm cũ để tiếp tục dò tìm.

Khi ra nghiệm thứ ba -2.732050808 (thực chất là $-1 - \sqrt{3}$) lưu vào **C**

6. Tìm nghiệm thứ tư như sau:

$\blacktriangleleft \blacktriangleright \equiv [C] [X] [-] A [D] [C] [X] [-] B [D] [C] [X] [-] C [D] [SHIFT] [CALC]$ (SOLVE)

chấp nhận số **A**, số **B**, số **C** và nhấn dấu $\equiv$ chấp nhận dùng nghiệm cũ để tiếp tục dò tìm.

Khi ra nghiệm thứ tư 2.302775638 lưu vào **D**

7. Bấm $[MODE] [1]$ ra ngoài gõ:

$A [x^2] 10 [D] [+ B [x^2] 1 0 [D] [+ C [x^2] 1 0 [D] [+ D [x^2] 1 0 [D] [=] 27375$

Ví dụ 2: Cuộc thi GT trên MTCT năm 2014 Bộ GD và ĐT.

Cho hai đa thức $P(x) = 6x^4 - 7x^3 - 12x^2 + ax + 2$ và $Q(x) = x^2 + bx - 2$

1. Xác định a, b để $P(x)$ chia hết cho $Q(x)$.

2. Với a tìm được, hãy giải phương trình $P(x) = 0$.

Giải:

Thực hiện phép chia đa thức, ta có: $P(x) = Q(x).T(x).D(x)$ trong đó:

$$T(x) = 6x^2 - (7 + 6b)x + 7b + 6b^2$$

$$D(x) = (a - 6b^3 - 7b^2 - 12b - 14)x + 12b^2 + 14b + 2$$

$P(x)$ chia hết cho $Q(x)$ khi $D(x) = 0 \forall x$. Vậy ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a - 6b^3 - 7b^2 - 12b - 14 = 0 \\ 12b^2 + 14b + 2 = 0 \end{cases} \quad \text{Giải hệ phương trình ta có:} \quad \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} a = \frac{73}{6} \\ b = -\frac{1}{6} \end{cases}$$

- Nếu $a = 3$ thì phương trình

$$P(x) = (6x^2 - x - 1)(x^2 - x - 2) = 0$$

có 4 nghiệm là $-1, 2, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$.

- Nếu $a = \frac{73}{6}$ thì phương trình

$$P(x) = (6x^2 - 6x - 1)(x^2 - \frac{1}{6}x - 2) = 0$$

có 4 nghiệm là $\frac{3 \pm \sqrt{15}}{6}, \frac{3}{2}, -\frac{4}{3}$.

Ví dụ 3: Giải phương trình bậc 4 sau đây:

$$36x^4 - 42x^3 - 72x^2 + 73x + 12 = 0$$

Bài giải

Thực hiện qui trình bấm máy như ví dụ 1, ta có 4 nghiệm là

$$x_1 = -0.1454972244 \quad \text{[SHIFT] [RCL] (STO) [(-)] (A)}$$

$$x_2 = \frac{3}{2} \quad \text{[SHIFT] [RCL] (STO) [1/x] (B)}$$

$$x_3 = 1.1454972244 \quad \text{[SHIFT] [RCL] (STO) [hyp] (C)}$$

$$x_4 = -\frac{4}{3} \quad \text{[SHIFT] [RCL] (STO) [sin] (D)}$$

Ta có nhận xét x_2 và x_4 là nghiệm hữu tỉ, do đó x_1 và x_3 là nghiệm vô tỉ của phương trình: $X^2 - (A + C)X + A.C = 0$

Bấm máy tính **[MODE] [5] [3]**

nhập **[1] [=] [(-)] [(] A [+] C [)] [=] AC [=]**

$$\text{Ta có } x_{1,3} = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{6}$$

Ví dụ 4: Giải phương trình bậc 4 sau đây:

$$28x^4 + 12x^3 - 83x^2 - 12x + 40 = 0$$

Thực hiện qui trình bấm phím giải phương trình bậc 4 như trên, ta có 4 nghiệm là

$$x_1 = 1.392280956 \quad \text{[SHIFT] [RCL] (STO) [(-)] (A)}$$

$$x_2 = 0.72247448714 \quad \text{[SHIFT] [RCL] (STO) [1/x] (B)}$$

$$x_3 = -0.8208523846 \quad \text{[SHIFT] [RCL] (STO) [hyp] (C)}$$

$$x_4 = -1.724744871 \quad \text{[SHIFT] [RCL] (STO) [sin] (D)}$$

Ta có nhận xét tổng của x_2 và x_4 là số nguyên, do đó ta tính tổng của x_1 và x_3 được $\frac{4}{7}$.

Giải phương trình: $X^2 - (A + C)X + A.C = 0$

Bấm máy tính **MODE** **5** **3**

nhập **1** **=** **(-)** **(C)** **A** **+** **C** **)** **=** **AC** **=**

Ta có $x_{1,3} = \frac{2 \pm 2\sqrt{15}}{7}$

Giải phương trình: $X^2 - (B + D)X + B.D = 0$

Bấm **AC**

nhập **1** **=** **(-)** **(C)** **B** **+** **D** **)** **=** **BD** **=**

Ta có $x_{2,4} = \frac{-1 \pm \sqrt{6}}{2}$

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm là:

$$x = \frac{2 - 2\sqrt{15}}{7}; x = \frac{2 + 2\sqrt{15}}{7}; x = \frac{-1 - \sqrt{6}}{2}; x = \frac{-1 + \sqrt{6}}{2}$$

Ví dụ 5: Tương tự, giải phương trình bậc 4 sau đây:

$$x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 11x + 5 = 0 = 0$$

Đáp số:

$$x = -1 - \sqrt{2}; x = -1 + \sqrt{2}; x = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2}; x = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}$$

5.10 Chủ đề nâng cao về phương trình bậc 4

Một phương trình vô tỉ $\sqrt{A} = B$ với điều kiện $B \geq 0$ có thể sẽ dẫn tới một phương trình bậc 4. Trong phạm vi THCS ta sẽ không giải bất phương trình để tìm điều kiện, thay vào đó ta bình phương hai vế nhiều lần để dẫn đến phương trình bậc 4. Tìm được nghiệm của phương trình cuối cùng, ta thay vào phương trình đầu tiên để kiểm tra.

Ví dụ 1: Giải phương trình:

$$x^2 + \sqrt{x+5} = 5$$

Giải:

Phương trình đã cho tương đương với:

$$\sqrt{x+5} = 5 - x^2 \quad (2)$$

Bình phương hai vế phương trình (2), ta có:

$$x+5 = 25 - 10x^2 + x^4 \Leftrightarrow x^4 - 10x^2 - x + 20 = 0 \quad (3)$$

Qui trình bấm phím

Thực hiện qui trình bấm phím như trên ta tìm 4 nghiệm lần lượt lưu vào A, B, C, D.

$(x^4 - 10x^2 - x + 20)$
 $X = 2.791287847$
 $L-R = 0$

SHIFT RCL (STO) $(\square)$ (A)

$x^4 - 10x^2 - x + 20$
 $X = 1.561552813$
 $L-R = 0$

SHIFT RCL (STO) $(\square)$ (B)

$$\begin{array}{l} \text{Math} \blacktriangle \\ (X-A)(X-B) \\ X = -1.791287847 \\ L-R = 0 \end{array}$$

SHIFT RCL (STO) hyp (C)

$$\begin{array}{l} \text{SIO} \text{ Math} \blacktriangle \\ (X-A)(X-B)(X-C) \\ X = -2.561552813 \\ L-R = 0 \end{array}$$

SHIFT RCL (STO) sin (D)

Ta có nhận xét $A+C=1$; $AC=-5$; $B+D=-1$; $BD=-4$.
Vậy:

$$(3) \Leftrightarrow (x^2 - x - 5)(x^2 + x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 5 = 0 \\ x^2 + x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2} \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

Lấy từng giá trị trên thay vào phương trình (1) ta nhận được hai nghiệm là:

$$x = \frac{1 - \sqrt{21}}{2}; x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

Ví dụ 2: Giải phương trình:

$$\sqrt{5x^2 + 14x + 9} - \sqrt{x^2 - x - 20} = 5\sqrt{x+1} \quad (1)$$

Giải

Bình phương hai vế phương trình (1), ta có:

$$6x^2 + 13x - 11 - 2\sqrt{5x^4 + 9x^3 - 105x^2 - 289x - 180} = 25x + 25$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{5x^4 + 9x^3 - 105x^2 - 289x - 180} = 3x^2 - 6x - 18 \quad (2)$$

Bình phương hai vế phương trình (2), ta có:

$$5x^4 + 9x^3 - 105x^2 - 289x - 180 = 9x^4 - 36x^3 - 72x^2 + 216x + 324$$

$$\Leftrightarrow 4x^4 - 45x^3 + 33x^2 + 505x + 504 = 0 \quad (3)$$

Thực hiện qui trình bấm phím ta được nghiệm thứ nhất là

$4X^4 - 45X^3 + 33X^2 + 505X + 504$
 $X = -1.405124838$
 $L-R = 0$

nhưng đến nghiệm thứ hai ta có:

$4X^4 - 45X^3 + 33X^2 + 505X + 504$
 $X = -1.75$
 $L-R = 0$

$Ans \rightarrow A$
 $-7/4$

Do đó ta lập sơ đồ Horner với nghiệm hữu tỉ $x = -\frac{7}{4}$.

	4	-45	33	505	504
$-\frac{7}{4}$	4	-52	124	288	0

Sau đó bấm máy tính **MODE** **5** **4** cho phương trình bậc 3: $4x^3 - 52x^2 + 124x + 288 = 0$ ta được các nghiệm sau:

$X1 =$
 -1.405124838

$X2 =$
 8

$X3 =$
 6.405124838

Ta lấy hai nghiệm thập phân lưu vào **A** và **B**.

Ta có: $A + B = 5$; $AB = -9$ do đó:

$$(3) \Leftrightarrow 4\left(x + \frac{7}{4}\right)(x - 8)(x^2 - 5x - 9 = 0)$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{7}{4} \\ x = 8 \\ x = \frac{5 + \sqrt{61}}{2} \\ x = \frac{5 - \sqrt{61}}{2} \end{cases}$$

Lấy các nghiệm thay vào phương trình ban đầu để thử, ta thấy phương trình đã cho có hai nghiệm là:

$$x = 8 ; x = \frac{5 + \sqrt{61}}{2}$$

PHẦN III

MỘT SỐ BÀI TOÁN THI TUYỂN SINH LỚP 10

CHƯƠNG 6

CÁC BÀI TOÁN THƯỜNG GẶP TRONG BÀI THI VÀO LỚP 10

6.1 Các bài toán về căn thức

Các phép tính sau đây thực hiện dễ dàng bằng máy tính cầm tay. Người đọc tự thực hành để làm quen với các phép thường dùng sau này.

Ví dụ 1: Đề thi vào lớp 10 CT năm 2003-2004 TP HCM.

Rút gọn biểu thức $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \sqrt{\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}}$

Ví dụ 2: Đề thi vào lớp 10 Trần Đại Nghĩa TP HCM năm 2002-2003.

Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{6-2\sqrt{\sqrt{2}+\sqrt{12}+\sqrt{18-8\sqrt{2}}}}$

Ví dụ 3: Đề thi vào lớp 10 CT THPT ĐHSP TP HCM năm 2005-2006.

Tính $A = \left(\sqrt{11+2\sqrt{30}} - \sqrt{8-4\sqrt{3}} \right) (\sqrt{5} - \sqrt{2})$

Ví dụ 4: Đề thi vào PTNK Khối C, D năm 2003-2004.

Rút gọn biểu thức: $\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}}$

Ví dụ 5: Đề thi vào PTNK Khối C, D năm 2005-2006.

Rút gọn biểu thức: $\frac{3 + \sqrt{5}}{\sqrt{2} + \sqrt{3 + \sqrt{5}}} + \frac{3 - \sqrt{5}}{\sqrt{2} - \sqrt{3 - \sqrt{5}}}$

6.2 Các bài toán về phương trình bậc 2

Ví dụ 1:

1. Cho $a = \sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$, $b = \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$. Chứng minh rằng a, b , là hai nghiệm của một phương trình bậc 2 với hệ số nguyên.
2. Cho $c = \sqrt[3]{6\sqrt{3} + 10}$, $d = \sqrt[3]{6\sqrt{3} - 10}$. Chứng minh rằng c^2, d^2 là hai nghiệm của một phương trình bậc 2 với hệ số nguyên.

Giải:

1. Nhập $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$ **[SHIFT]** **[RCL]** **(STO)** **[<->]** **(A)**

Dùng **[<->]** đưa con trỏ lên dòng công thức sửa dấu + thành dấu -:

$\sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$ **[SHIFT]** **[RCL]** **(STO)** **[<->]** **(B)**

Ta có : **A** **[+]** **B** **[=]** **6** và **A** **B** **[=]** **7**

Vậy a và b là nghiệm của phương trình: $x^2 - 6x + 7 = 0$.

2. Nhập $\sqrt[3]{6\sqrt{3}+10}$ **[SHIFT]** **[RCL]** **(STO)** **[hyp]** **(C)**

Dùng **[◀]** đưa con trỏ lên dòng công thức sửa dấu + thành dấu -:

$\sqrt[3]{6\sqrt{2}-10}$ **[SHIFT]** **[RCL]** **(STO)** **[sin]** **(D)**

Ta có : **C** **[x²]** **[+]** **D** **[x²]** **[=]** **8** và **C** **[x²]** **D** **[x²]** **[=]** **6**

Vậy c^2 và d^2 là nghiệm của phương trình: $x^2 - 8x + 6 = 0$.

6.3 Các bài toán về giải phương trình và hệ phương trình

Ví dụ 1: Giải các phương trình sau:

$$\textcircled{1} \quad \frac{2x}{3x^2 - 5x + 2} + \frac{13x}{3x^2 + x + 2} = 6$$

Giải trực tiếp trên máy

[C] **6** **(3x² - 5x + 2)(3x² + x + 2)** **[=]** **2x(3x² + x + 2)** **[=]** **13x(3x² - 5x + 2)** **[)]** **[SHIFT]** **[CALC]** **(SOLVE)**

Khi được hỏi nhập số **0** **[=]**, chờ và nhận nghiệm thứ nhất $x = 0.5$ **[SHIFT]** **[SHIFT]** **[RCL]** **(STO)** **[(-)]** **(A)** thành $\frac{1}{2}$

[▲] **[◀]** khi lên được biểu thức ban đầu, nhấn **[=]** và gõ **[X]** **[=]** **A** **[SHIFT]** **[CALC]** **(SOLVE)** **[=]** (chấp nhận **A**) **[=]** (chấp nhận **X**)

chờ và nhận nghiệm thứ hai $x = 1.333333333$

[SHIFT] **[RCL]** **(STO)** **[→]** **(B)** thành $\frac{4}{3}$

[▲] **[▲]** **[◀]** khi lên được biểu thức ban đầu, nhấn **[=]** **[C]** **[X]** **[=]** **A** **[)]** **[C]** **[X]** **[=]** **B** **[)]** **[CALC]** **(SOLVE)**

Giải trực tiếp trên máy (tiếp theo)

chờ lâu và thấy thông báo “Can’t Solve” dự đoán là không còn nghiệm nào khác.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm:

$$x = \frac{1}{2}, x = \frac{4}{3}$$

Cách giải truyền thống:

$$(1) \Leftrightarrow \frac{2}{3x-5+\frac{2}{x}} + \frac{13}{3x+1+\frac{2}{x}} = 6$$

Đặt ẩn phụ và giải ra ta có:

$3x + \frac{2}{x} = 1$ (loại) hay $3x + \frac{2}{x} = \frac{11}{2}$, suy ra hai nghiệm như trên.

$$(2) \quad \frac{3x}{\sqrt{3x+10}} = \sqrt{3x+1} - 1$$

$$(3) \quad -x^2 + 2 = \sqrt{2-x}$$

$$(4) \quad \text{Thi vào Trần Đại Nghĩa TP HCM năm 2003-2004.}$$

$$x^4 - 4x^3 - 19x^2 + 106x - 120 = 0$$

Thực hiện như trong phần 5.9 trang 92, ta tìm được bốn nghiệm là

$$x = 2, x = 3, x = 4, x = -5$$

$$(5) \quad \sqrt{2x+4} - 2\sqrt{2-x} = \frac{2x-8}{9x^2+16}$$

$$(6) (x-3)\sqrt{x^2+5} = -2x^2 + 7x - 3$$

$$(7) \sqrt{x(x+2)} + \sqrt{x(x-5)} = \sqrt{x(x+3)}.$$

Chú ý: Các phương trình trên chỉ sử dụng để luyện tập chức năng **SHIFT** **SOLVE** để tìm một nghiệm. Muốn tìm tất cả các nghiệm phải sử dụng các công cụ cao hơn, như chứng minh phương trình có nghiệm duy nhất (nếu có như vậy).

Ví dụ: Giải phương trình:

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{x+3} = \sqrt{x+4} - \sqrt{x+7}$$

Biết phương trình này có nghiệm duy nhất, hãy tìm nghiệm duy nhất ấy.

Thực hiện trên máy tính cầm tay

- Nhập phương trình vào màn hình:

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{x+3} = \sqrt{x+4} - \sqrt{x+7}$$

- Bấm **SHIFT** **CALC** (**SOLVE**)

Khi được hỏi giá trị của x , ta nhập số 0 và nhấn **=**

- Máy tính sẽ dò tìm và thông báo kết quả:
-1,958333333

- Bấm **RCL** **X** ta được: $-\frac{47}{24}$

Vậy nghiệm duy nhất của phương trình đã cho là

$$x = -\frac{47}{24}$$

Ví dụ 2: Giải các hệ phương trình sau:

$$\textcircled{1} \begin{cases} \frac{3}{2x-y} - \frac{6}{x+y} = -1 \\ \frac{1}{2x-y} - \frac{1}{x+y} = 0 \end{cases}$$

MODE 5 1
 3 [=] (-) 6 [=] (-) 1 [=] 1 [=] (-) 1 [=] 0 [=] [=]
 [SHIFT] [RCL] (STO) (-) (A) [=] [SHIFT] [RCL] (STO) (B) [=]
 AC 2 [=] (-) 1 [=] 1 [=] A [=]
 1 [=] 1 [=] 1 [=] B [=]

Kết quả: $x = 2$, $y = 1$

$\textcircled{2}$ Xem hệ phương trình ở dưới:

[X] [+] 1 [=] 7 [=] 3 [▶] [-] 1 [=] X [▶] [▶]
 ALPHA [=] 7 [=] 2
 [SHIFT] [CALC] (SOLVE) 1 [=] $x = 3$
 [SHIFT] [CALC] (SOLVE) 4 [=] $x = 2$

$$\begin{cases} x + \frac{1}{y} = \frac{7}{2} \\ y + \frac{1}{x} = \frac{7}{3} \end{cases}$$

Vậy hệ có hai nghiệm:

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

6.4 Các bài toán về giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất

① Cho phương trình $4x^2 + 2(3 - 2m)x + m^2 - 3m + 2 = 0$

- (a) Chứng minh phương trình trên luôn có nghiệm.
- (b) Xác định m để tích của các nghiệm đạt giá trị nhỏ nhất.

Hướng dẫn: Nếu đã làm câu (a) thì câu (b) bấm máy tính như sau:

MODE **5** **3** **1** **=** **(-)** **3** **=** **2** **=** **=** **=** **=**
xuất ra thông báo X-Value Minimum = $\frac{3}{2}$ **=**

Y-Value Minimum = $-\frac{1}{4}$

Vậy tích của các nghiệm đạt giá trị nhỏ nhất là $-\frac{1}{4}$ khi và chỉ khi $m = \frac{3}{2}$

② **Đề thi lớp 10 CT TP HCM năm 2002-2003.**

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số:

$$y = \frac{x^2}{x^2 - 5x + 7}$$

Giải:

$$y = \frac{x^2}{x^2 - 5x + 7} \iff (y - 1)x^2 - 5yx + 7y = 0$$

Khi $y = 1$ phương trình có nghiệm.

Khi $y \neq 1$ phương trình có nghiệm khi và chỉ khi:

$$25y^2 - 28(y - 1)y \geq 0$$

Bấm máy tính:

MODE ∇ 1 3

25 - 28 $\Rightarrow$ 28 $\Rightarrow$ 0 $\Rightarrow$

Kết quả: $0 \leq y \leq \frac{28}{3}$.

Vậy GTNN bằng 0 và GTLN bằng $\frac{28}{3}$.

- ③ Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số:

$$y = \frac{x^2 + 2}{x^2 + x + 2}$$

Giải:

$$y = \frac{x^2 + 2}{x^2 + x + 2} \iff (y - 1)x^2 + yx + 2y - 2 = 0$$

Khi $y = 1$ phương trình có nghiệm.

Khi $y \neq 1$, phương trình có nghiệm khi và chỉ khi:

$$y^2 - 4(y - 1)(2y - 2) \geq 0$$

Bấm máy tính:

MODE ∇ 1 3

-7 $\Rightarrow$ 16 $\Rightarrow$ -8 $\Rightarrow$

Kết quả: $\frac{8 - 2\sqrt{2}}{7} \leq y \leq \frac{8 + 2\sqrt{2}}{7}$.

Vậy GTNN bằng $\frac{8 - 2\sqrt{2}}{7}$ và GTLN bằng $\frac{8 + 2\sqrt{2}}{7}$.

- ④ Đề thi lớp 10 TP HCM năm 2003-2004.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{3}{2 + \sqrt{2x - x^2 + 7}}$

Cách làm trên MTCT:

MODE 5 3
(←) 1 2 7 = = = =

xuất ra thông báo X-Value Maximum = 1 =

Y-Value Maximum = 8

Nghĩa là $2 + \sqrt{2x - x^2 + 7} \leq 8$, suy ra $A \geq \frac{3}{2 + 2\sqrt{2}}$; xảy ra dấu bằng khi và chỉ khi $x = 1$.

Vậy GTNN của A là $\frac{3}{2 + 2\sqrt{2}}$.

- ⑤ Tìm GTLN của $A = -x^2 - 5y^2 - 2x + 4xy + 10y - 6$

Lời giải thông thường:

$$A = -(x + 1 - 2y)^2 + (1 - 2y)^2 - 5y^2 + 10y - 6$$

$$A = -(x + 1 - 2y)^2 - y^2 + 6y - 5$$

$$A = -(x + 1 - 2y)^2 - (y - 3)^2 + 4 \leq 4$$

Vậy GTLN của A là 4 đạt được khi $x = 5$; $y = 3$

- ⑥ Đề thi vào lớp 10 CT TP HCM năm 2004-2005.

Tìm GTNN của $A = 5x^2 + 9y^2 + 24x - 12xy - 48y + 82$

Giải:

$$A = 9 \left(y - \frac{12}{18}x - \frac{48}{18} \right)^2 - 9 \left(\frac{12}{18}x + \frac{48}{18} \right)^2 + 5x^2 + 24x + 82$$

Tối giai đoạn bấm máy tính:

MODE 5 3

(-)> 9 X 1 2 x^2 = 1 8 x^2 + 5 =

9 X 2 X 1 2 = 1 8 X 4 8 = 1 8 + 2 4 =

(-)> 9 X 4 8 x^2 = 1 8 x^2 + 8 2 =

gõ nhiều lần dấu [=] đến khi xuất ra thông báo X-Value Minimum = 4 [=]

Y-Value Minimum = 2

Nghĩa là $A \geq 2$; xảy ra dấu bằng khi và chỉ khi $x = 4$ và do đó $y = 4$.

Vậy GTNN của A là 2.

⑦ Tìm x, y thoả $5x^2 + 5y^2 + 8xy + 2x - 2y + 2 = 0$

Bài giải

$$5x^2 + 5y^2 + 8xy + 2x - 2y + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + \frac{8}{5}xy + \frac{2}{5}x - \frac{2}{5}y + \frac{2}{5} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(y + \frac{4}{5}x - \frac{1}{5}\right)^2 - \left(\frac{4}{5}x - \frac{1}{5}\right)^2 + x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{2}{5} = 0$$

Bấm máy tính

MODE 5 3

$$-\frac{16}{25} + 1 \equiv 2 \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{5} + \frac{2}{5} \equiv -\frac{1}{25} + \frac{2}{5} \equiv$$

gõ nhiều lần dấu $\equiv$ đến khi xuất ra thông báo X-Value Minimum = -1 $\equiv$

Y-Value Minimum = 0

Nghĩa là $\left(y + \frac{4}{5}x - \frac{1}{5}\right)^2 - \left(\frac{4}{5}x - \frac{1}{5}\right)^2 + x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{2}{5} \geq 0$; xảy ra dấu bằng khi và chỉ khi $x = -1$ và do đó $y = 1$.

Vậy $x = -1$; $y = 1$

8) Đề thi vào lớp 10 Chuyên TP Hà Nội năm 2013-2014.

Tìm các số nguyên x, y thỏa:

$$x^2 - 3y^2 + 2xy - 2x + 6y - 8 = 0$$

Hướng dẫn:

Phương trình đã cho có thể được viết:

$$(x - y + 1)(x + 3y - 3) = 5$$

Do x, y là các số nguyên nên phương trình trên tương đương với:

$$\begin{cases} x - y + 1 = 1 \\ x + 3y - 3 = 5 \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} x - y + 1 = 5 \\ x + 3y - 3 = 1 \end{cases}$$

Giải các hệ phương trình trên ta suy ra

$$x = y = 2 \text{ hay } x = 4 ; y = 0.$$

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Đề thi và Đáp án HSG máy tính cầm tay của Bộ giáo dục và Đào tạo các năm 2003-2013 môn Toán dành cho bậc THCS.
- [2] Đề thi và Đáp án HSG máy tính cầm tay bậc THCS của Sở Giáo dục và Đào tạo các tỉnh phía Nam năm 2003-2013.
- [3] Đề thi và Đáp án chọn đội tuyển HSG máy tính cầm tay bậc THCS của Sở Giáo dục và Đào tạo TP HCM các năm 2003-2013.
- [4] Hướng dẫn sử dụng và giải toán trên máy tính Casio FX-500MS. *Nguyễn Văn Trang-Nguyễn Trường Chấn- Nguyễn Hữu Thảo-Nguyễn Thế Thạch*. NXB Giáo dục Việt Nam-2013
- [5] Tuyển tập các đề thi Giải toán trên máy tính THCS 2003-2010. *Trần Đỗ Minh Châu - Tạ Duy Phượng - Nguyễn Khắc Toàn*. NXB Giáo dục Việt Nam - 2013

MỤC LỤC

1	Các tính năng mới trong chương trình lớp 6.	7
1.1	Tìm thương và dư của một phép chia các số tự nhiên	7
1.2	Trong trường hợp số bị chia có hơn 10 chữ số. . .	10
1.3	Trong trường hợp số bị chia có dạng lũy thừa. . . .	12
1.4	Áp dụng định lý Fermat	14
1.5	Tìm ước số chung lớn nhất (GCD) của hai số . . .	17
1.6	Tìm bội số chung nhỏ nhất (LCM) của hai số . . .	18
1.7	Phân tích một số ra thừa số nguyên tố	21
2	Các tính năng mới trong chương trình lớp 7.	27
2.1	Số thập phân vô hạn tuần hoàn	27
2.2	Số vô tỉ - Khái niệm về căn bậc hai	29
2.3	Đại lượng tỉ lệ thuận, đại lượng tỉ lệ nghịch	31
2.4	Vấn đề làm tròn số	34
2.5	Thống kê	34
2.6	Tính giá trị của một biểu thức một hoặc nhiều biến	36
3	Các tính năng mới trong chương trình lớp 8.	39
3.1	Tính giá trị của đa thức	39
3.2	Phép chia đa thức	40
3.3	Liên phân số	41
3.4	Phương trình bậc nhất một ẩn	42

4	Các tính năng mới trong chương trình lớp 9.	45
4.1	Tính giá trị của biểu thức chứa căn	45
4.2	Hàm số	46
4.3	Hệ phương trình	47
4.4	Hàm số bậc hai và phương trình bậc hai	49
4.5	Phương trình bậc 3	51
4.6	Lượng giác	53
5	Các chủ đề thường gặp trong kỳ thi HS giải toán trên máy tính.	57
5.1	Chủ đề giải hệ phương trình	57
5.2	Chủ đề đa thức bậc 3	59
5.3	Chủ đề dãy số cho bằng biểu thức qui nạp	69
5.4	Chủ đề số nguyên và số chính phương	79
5.5	Chủ đề tính tổng hữu hạn	83
5.6	Chủ đề lý thuyết đồng dư	85
5.7	Bổ sung và nâng cao về chủ đề lý thuyết đồng dư	89
5.8	Chủ đề giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất	90
5.9	Chủ đề phương trình bậc 4	92
5.10	Chủ đề nâng cao về phương trình bậc 4	100
6	Các bài toán thường gặp trong bài thi vào lớp 10.	105
6.1	Các bài toán về căn thức	105
6.2	Các bài toán về phương trình bậc 2	106
6.3	Các bài toán về giải phương trình và hệ phương trình	107
6.4	Các bài toán về giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất	111